

# Лекция 5. Аналоговая и цифровая модуляция

1. Аналоговая модуляция.
2. Цифровая модуляция.

## 1. Аналоговая модуляция.

Аналоговая модуляция появилась ещё на заре развития радиосвязи (1910-1920 годы), когда практически все ПЭС были речевыми сигналами. При аналоговой модуляции переносчиком сообщения является синусоидальный сигнал – гармоническая несущая.

Так как гармонический сигнал характеризуется такими параметрами, как амплитуда, частота и фаза, то существуют три основных вида непрерывной модуляции:

1. Амплитудная модуляция (АМ).
2. Частотная модуляция (ЧМ).
3. Фазовая модуляция (ФМ).

**Амплитудной модуляцией (АМ)** называют образование сигнала путём изменения амплитуды гармонического колебания («несущей») пропорционально мгновенным значениям напряжения или тока другого, более низкочастотного электрического сигнала (сообщения).

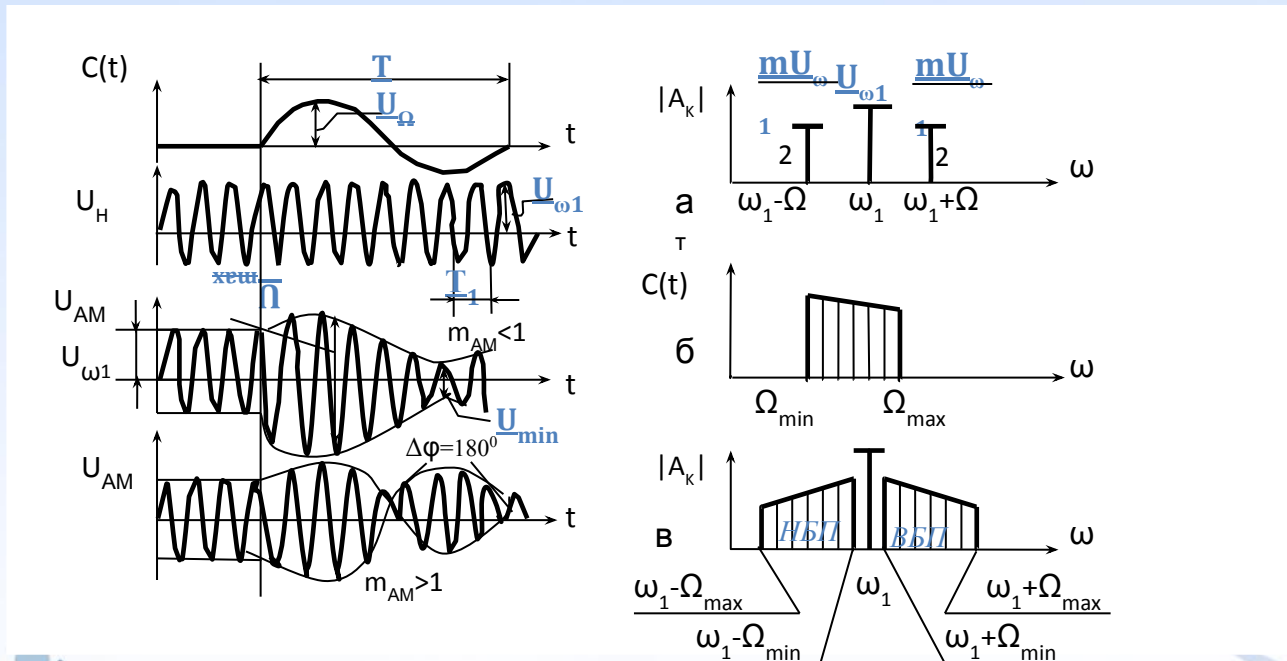
Под воздействием сообщения на амплитуду «несущей»  $u_H(t)$  образуется новое колебание, в котором изменяется только амплитуда

$$u_{AM}(t) = U_{\Omega}(t) \cos(\omega_H t).$$

При модуляции синусоидой сигнал описывается выражением

$$u_{AM}(t) = U_{\omega_H} \cos \omega_H t + \frac{m_{AM}}{2} U_{\omega_H} \cos(\omega_H + \Omega) t + \frac{m_{AM}}{2} U_{\omega_H} \cos(\omega_H - \Omega) t,$$

где  $m_{AM} = k \frac{U_{\Omega}}{U_{\omega_H}}$ .



## Угловая модуляция.

Угловая модуляция - это общее название двух тесно связанных между собой видов модуляции - частотной (ЧМ) и фазовой (ФМ). В системах с частотной модуляцией информация передается изменением мгновенной частоты несущего колебания, а при фазовой модуляции модулирующий сигнал изменяет непосредственно фазу несущего колебания.

При угловой модуляции в несущем гармоническом колебании  $u(t) = U_n \cos(\omega_n t + \Psi)$  значение амплитуды колебаний  $U_n$  остается постоянным, а информация  $s(t)$  переносится либо на частоту  $\omega_n$ , либо на фазовый угол  $\Psi$ . И в том, и в другом случае текущее значение фазового угла гармонического колебания  $u(t)$  определяет аргумент  $\varphi(t) = \omega t + \Psi$ , который называют полной фазой колебания.

**Фазовая модуляция** (ФМ, phase modulation - PM). При фазовой модуляции значение фазового угла постоянной несущей частоты колебаний  $\omega_n$  пропорционально амплитуде модулирующего сигнала  $s(t)$ .

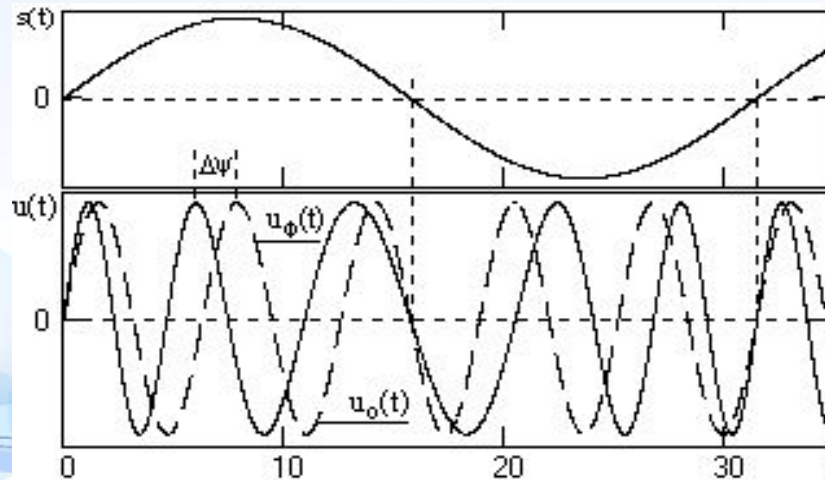
Соответственно, уравнение ФМ – сигнала определяется выражением:

$$U_{\text{ФМ}}(t) = U_m \cos[\omega_n t + \varphi_0 + \Delta\varphi_D s(t)],$$

где  $\Delta\varphi_D$  – девиация фазы.

Пример однотонального ФМ – сигнала приведен на рисунке.

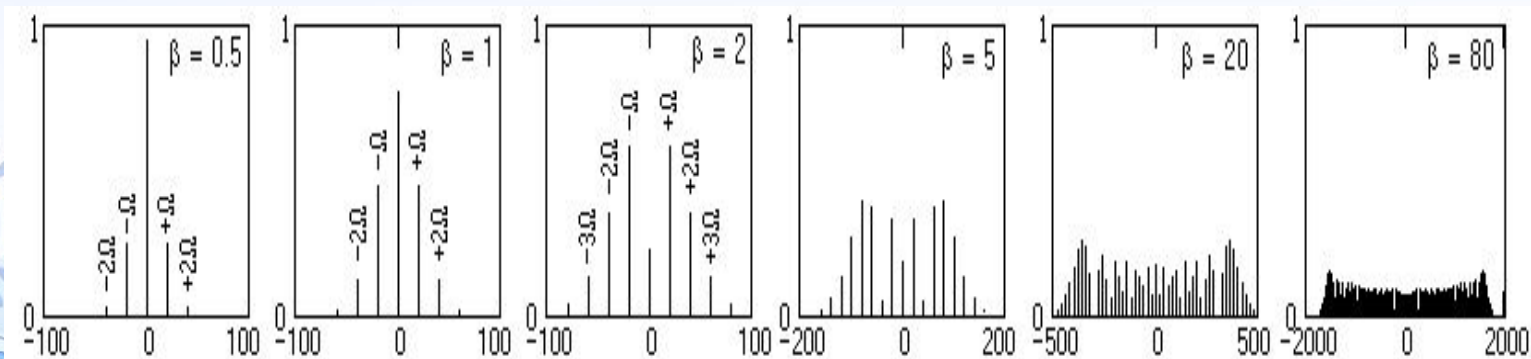
При  $s(t) = 0$ , ФМ – сигнал является простым гармоническим колебанием и показан на рисунке функцией  $u_0(t)$ . С увеличением значений  $s(t)$  полная фаза колебаний  $y(t) = \omega_n t + \Delta\varphi_D s(t)$  нарастает во времени быстрее и опережает линейное нарастание  $\omega_n t$ . Соответственно, при уменьшении значений  $s(t)$  скорость роста полной фазы во времени спадает.





**Частотная модуляция** (ЧМ, frequency modulation - FM) характеризуется линейной связью модулирующего сигнала с мгновенной частотой колебаний, при которой мгновенная частота колебаний образуется сложением частоты высокочастотного несущего колебания  $\omega_n$  со значением амплитуды модулирующего сигнала с определенным коэффициентом пропорциональности.

Частотная и фазовая модуляция взаимосвязаны. Если изменяется начальная фаза колебания, изменяется и мгновенная частота, и наоборот. По этой причине их и объединяют под общим названием угловой модуляции (УМ). По форме колебаний с угловой модуляцией невозможно определить, к какому виду модуляции относится данное колебание, к ФМ или ЧМ, а при достаточно гладких функциях  $s(t)$  формы сигналов ФМ и ЧМ вообще практически не отличаются.



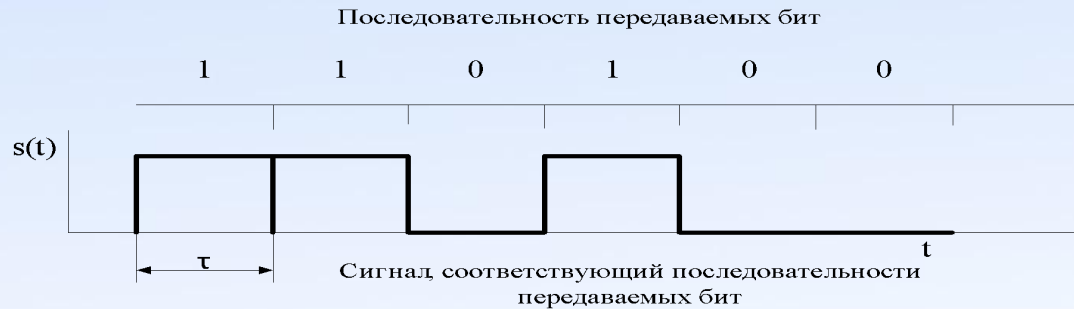
## 2. Цифровая модуляция.

Практически во всех современных системах связи используются методы цифровой (дискретной) модуляции и цифровая обработка сигналов при демодуляции. В таких системах модуляция гармонической несущей осуществляется цифровыми (в основном двоичными) сигналами и их принято называть **цифровыми системами передачи информации**. Современные достижения радиоэлектроники обеспечивают возможность реализовать в передатчике и приемнике системы связи достаточно сложные алгоритмы цифровой обработки электрических сигналов. В результате качество передачи практически любых сообщений в цифровых системах оказывается выше, чем качество передачи этих сообщений с помощью аналоговых систем связи. Например, оказалось **возможным** передавать **сообщения** в присутствии шума и помех с большей точностью или передавать больше сообщений при прочих равных условиях.

Модуляцию в цифровых системах называют цифровой (дискретной) модуляцией или просто манипуляцией.



- Цифровые системы передачи обладают двумя важнейшими особенностями:
- любые сообщения представляются в цифровой форме, т.е. в виде последовательностей битов 0 и 1;
  - подлежащие передаче биты длительностью  $T_b$  обычно сначала преобразуются в последовательность положительных и отрицательных электрических импульсов длительностью  $\tau$  прямоугольной формы



В данном примере  $T_b = \tau$ , но  $T_b$  может отличаться от  $\tau$  (если сигнальный импульс переносит больше или меньше одного бита информации –  $m$ -ичные или широкополосные сигналы).

## Амплитудная манипуляция (ASK).

Аналитически АМн сигнал записывается так

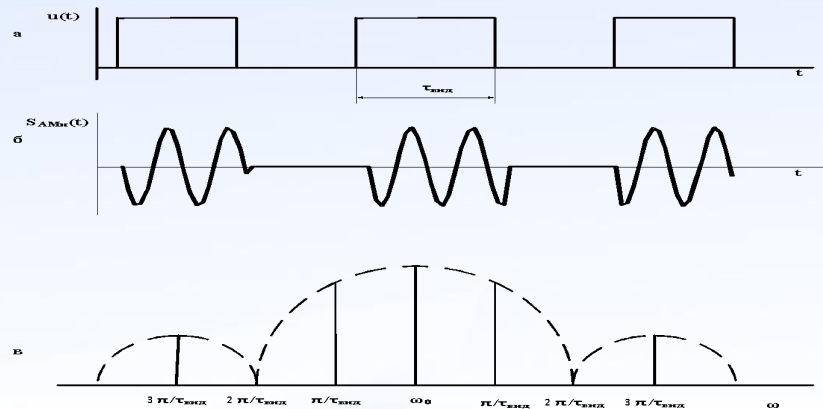
$$S_{\text{АМн}}(t) = 0,5U_{\text{H}}[1 + u(t)]\cos(\omega_{\text{H}}t + \varphi_0).$$

Представляя модулирующий сигнал в виде ряда Фурье, получим;

При модуляции синусоидой сигнал описывается выражением

$$u_{\text{АМ}}(t) = U_{\omega_{\text{H}}} \cos \omega_{\text{H}} t + \frac{m_{\text{АМ}}}{2} U_{\omega_{\text{H}}} \cos(\omega_{\text{H}} + \Omega) t + \frac{m_{\text{АМ}}}{2} U_{\omega_{\text{H}}} \cos(\omega_{\text{H}} - \Omega) t,$$

где  $m_{\text{АМ}} = k \frac{U_{\Omega}}{U_{\omega_{\text{H}}}}$ .



Ширина спектра АМн сигнала определяется выражением

$$\Delta F_{\text{АМн}} = 2kF_1,$$

где  $F_1 = 1/T$  – частота первой гармоники модулирующего сигнала, а  $T$  – его период.

К достоинствам АМн сигнала следует отнести простоту его формирования, а недостаток – крайне низкая помехоустойчивость, поскольку он относится к сигналам с пассивной паузой.

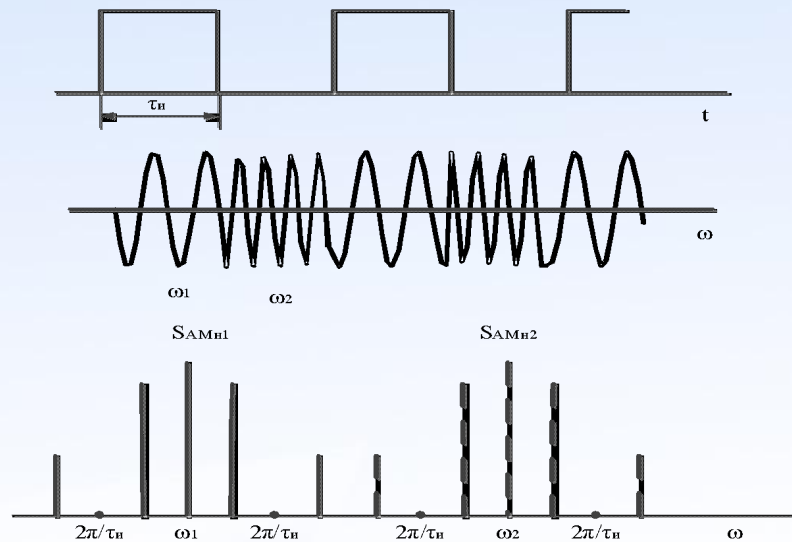
## Частотная манипуляция (FSK).

Частотная манипуляция явилась дальнейшим развитием амплитудной, которое было вызвано необходимостью повышения помехоустойчивости. Для этого в отличие от АМн, при которой во время передачи «нуля» передатчик не работает и в канал ничего не излучается, перешли к другой системе, а именно частотной манипуляции (ЧМн, FSK).

В такой системе во время передачи логической единицы излучается частота  $\omega_1$  (частота «нажатия»), а во время передачи логического нуля – частота  $\omega_2$  (частота «отжатия»).

Таким образом сигнал ЧМн можно трактовать как два сигнала АМн на частотах  $\omega_1$  и  $\omega_2$ :

$$S_{\text{ЧМн}}(t) = S_{\text{АМн1}}(t) + S_{\text{АМн2}}(t).$$



Ширина спектра сигнала при частотной манипуляции зависит от разности частот между  $\omega_1$  и  $\omega_2$  и длительности модулирующего импульса  $\tau_{и}$  (или скорости телеграфирования  $V_T = 1/\tau_{и}$ )

$$\Delta F_{чМН} = F_2 - F_1 + 2k/\tau_{и} = \Delta F_p + 2kV_T.$$

Отношение разности частот к скорости телеграфирования называют индексом частотной манипуляции

$$m_{чМН} = (F_2 - F_1)/V_T = \Delta F_{\text{дев}}/F_{\text{ман}},$$

где  $\Delta F_{\text{дев}} = (F_2 - F_1)/2$  – девиация частоты,  $F_{\text{ман}} = V_T/2$  – частота манипуляции. При  $m_{чМН} > 1$  разность частот «нажатия» и «отжатия» достаточно велика и демодуляция подобных сигналов затруднений не вызывает. Однако ширина спектра сигнала при этом велика, а эффективность использования полосы частот радиоканала низка.

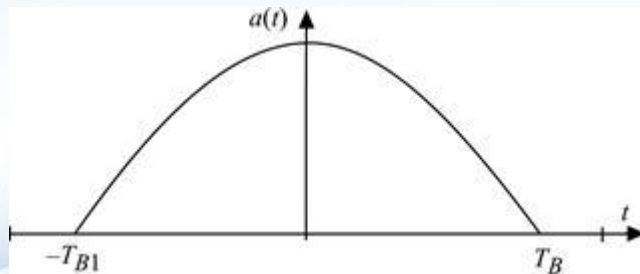
## Частотная манипуляция с минимальным сдвигом частот.

Одной из проблем построения передатчиков устройств мобильной связи является повышение их КПД. Особенно это важно для передатчиков мобильных станций, для чего транзисторы выходных усилителей мощности должны работать в граничном или слабоперенапряженном режимах. Такие режимы возможны при постоянстве огибающей выходного сигнала.

С этой целью переходят от модуляции напряжением прямоугольной формы (ФМ-2, ФМ-4, ФМ-8) к модулирующим сигналам, где отсутствуют разрывы первого рода.

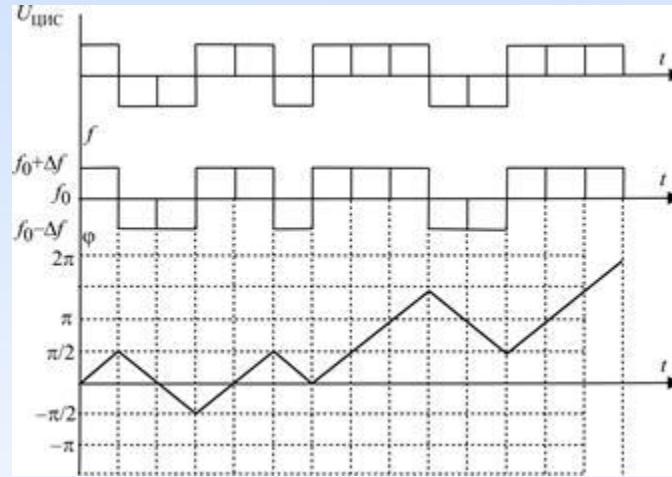
Наиболее часто используют последовательности синусоидальных импульсов, что равнозначно переходу от фазовой манипуляции к частотной, причем девиация частоты  $\Delta F_{\text{дев}}$  жестко связана со скоростью передачи бит  $B_T$  в радиоканале соотношением

$$\Delta F_{\text{дев}} = \pm B_T / 4$$





В GSM передаче **0** соответствует частота  $f_0 = f_0 + B_T/4$ , а передаче **1**:  $f_1 = f_0 - B_T/4$ .  
 Во время передачи одного бита ( $T = 0 \dots T_B$ )  $\Delta\varphi = 2\pi\Delta f t = 2\pi B_T t/4$ , так что при  $t = T_B = 1/B$ ,  $\Delta\varphi = \pm\pi/2$ . Величина  $2\Delta F_{\text{дее}}$  составляет минимальный сдвиг частот, при котором можно реализовать модуляцию с непрерывной фазой



Сигнал ММС, как и сигнал ФМ и КАМ, генерируют в квадратурном модуляторе, а модулирующие напряжения представляют собой половины синусоид

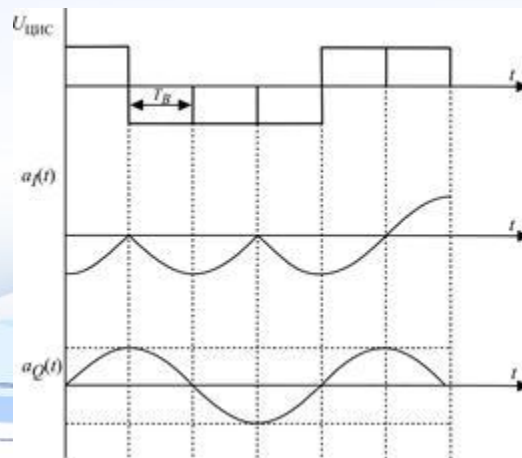
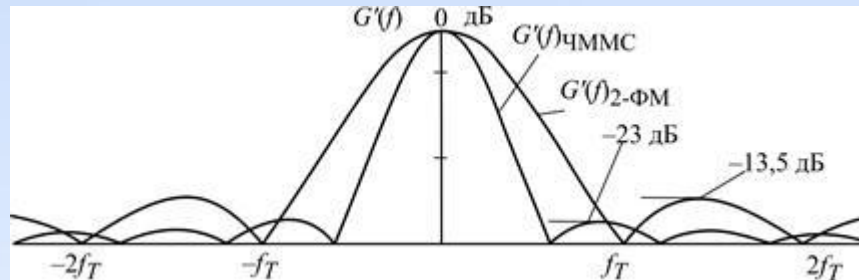




График нормированной  $G'(f)$  для ММС в сравнении с энергетическим спектром сигнала ФМ-2.



В современных системах связи используется частотная манипуляция с минимальным сдвигом частот (ММС или FMSK) с индексом  $m_{\text{чМН}} < 1$  (0,25; 0,5; 0,75). Однако демодуляция таких сигналов обычными методами вызывает существенные затруднения и, поэтому, формирование радиосигналов осуществляется методом без разрыва фазы.

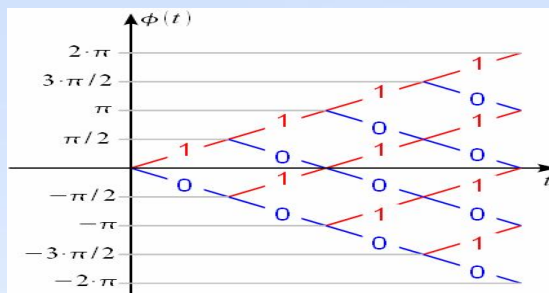
В подавляющем большинстве случаев применяется FMSK (MSK) с индексом  $m_{\text{чМН}} = 0,5$ .

Система строится таким образом, чтобы фаза несущей менялась в процессе передачи информационного импульса (нуля или единицы), причём так, чтобы она изменялась по закону

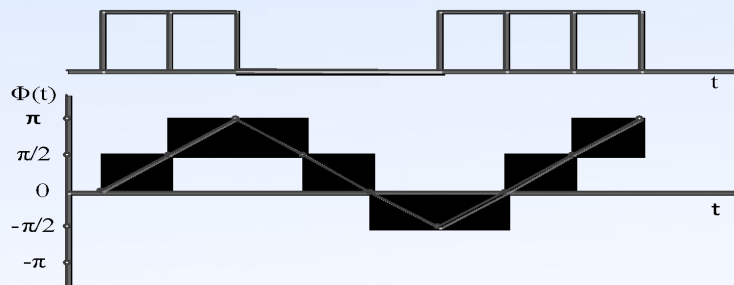
$$\Delta\Phi = \pi m_{\text{чМН}}$$

Если  $m_{\text{чМН}} = 0,5$ , набег фазы  $\Delta\Phi = \pi/2$ .

Полная фазовая диаграмма (фазовая решётка) может быть представлена, как это показано на рисунке



Пример передаваемой импульсной последовательности и соответствующая ей фазовая диаграмма.



Как видно из рисунка при передаче «единицы» фаза несущей частоты  $\omega_1$  меняется на  $+\pi/2$  за время длительности импульса, а при передаче «нуля» фаза несущей  $\omega_2$  меняется на  $-\pi/2$  за время длительности импульса.

Поскольку индекс модуляции  $m_{\text{ЧМН}} = 0,5$ , то разнос частот «нажатия» и «отжатия» равен половине скорости телеграфирования или девиация частоты равна половине частоты манипуляции.

Разделение частот при детектировании такого сигнала осуществляется за счёт измерения фазы несущей.

## Фазовая манипуляция.

Фазовая манипуляция (ФМн, PSK) - один из видов фазовой модуляции, при которой фаза несущей меняется скачкообразно в зависимости от информационного сообщения.

Фазоманипулированный сигнал имеет следующий вид:

$$S_{\text{ФМн}}(t) = A(t)\cos[\omega_n t + \varphi_m(t)],$$

где  $A(t)$  определяет огибающую сигнала;

$\varphi_m(t)$  определяется модулирующим сигналом и может принимать  $M$  дискретных значений;

$\omega_n$  - частота несущей.

Если  $M = 2$ , то фазовая манипуляция называется **двоичной фазовой манипуляцией** (BPSK, B-Binary - 1 бит на 1 смену фазы), если  $M = 4$  - **квадратурной фазовой манипуляцией** (QPSK, Q-Quadro - 2 бита на 1 смену фазы),  $M = 8$  (8-PSK - 3 бита на 1 смену фазы) и т.д. Таким образом, количество бит  $n$ , передаваемых одним перескоком фазы, является степенью, в которую возводится двойка при определении числа фаз, требующихся для передачи  $n$ -порядкового двоичного числа.

ФМн сигнал имеет вид последовательности радиоимпульсов (отрезков гармонических колебаний) с прямоугольной огибающей. При этом фаза несущей в точке окончания модулирующего импульса меняется скачком на  $\pi$ ,  $\pi/2$ ,  $\pi/4, \dots$ .

$$S_{\text{ФМн}}(t) = A_m \cos[\omega_H t + (1 + x_H(t))\Delta\varphi_m]$$

где  $x_H(t)$  – нормированная функция, принимающая значения -1 и 1, и повторяющая изменения информационного сигнала;  $\Delta\varphi_m$  – девиация фазы (максимальное отклонение фазы от начальной).

Величина  $\Delta\varphi_m$  может быть любой, однако, для лучшего различения двух сигналов на приеме целесообразно, чтобы они максимально отличались друг от друга по фазе, т.е. на  $180^\circ$  ( $\Delta\varphi_m = \pi$ ).

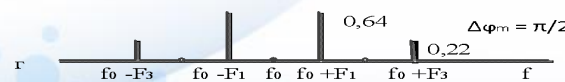
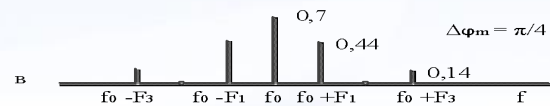
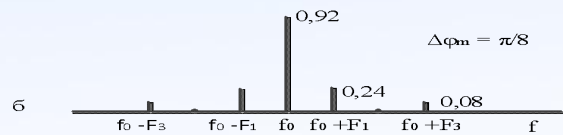
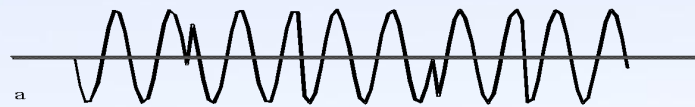
Сигнал ФМн можно представить в виде суммы двух АМн сигналов, с противофазными несущими  $0^\circ$  и  $180^\circ$ :

$$S_{\text{ФМн}}(t) = S_{\text{АМн1}}(t) + S_{\text{АМн2}}(t).$$

При модуляции синусоидой сигнал описывается выражением

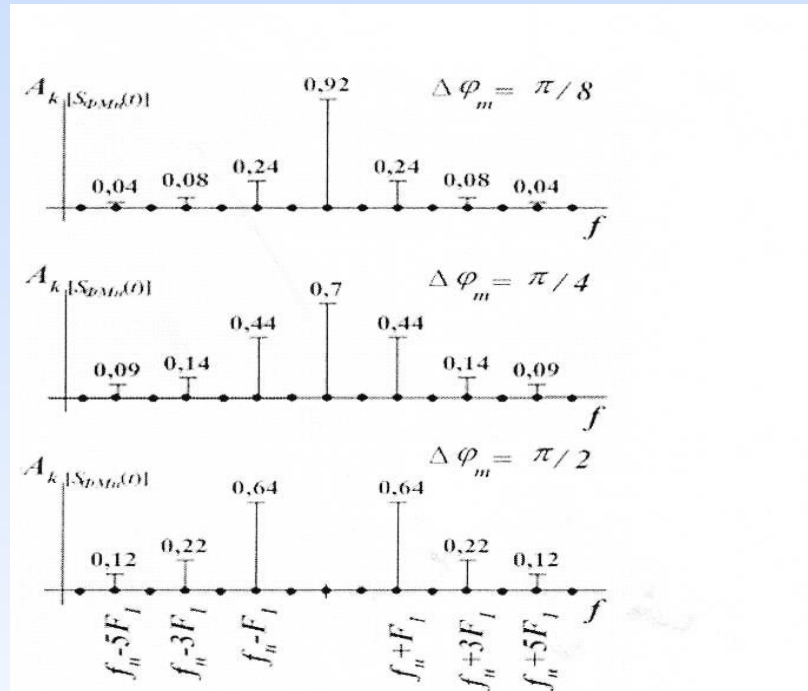
$$u_{AM}(t) = U_{\omega_H} \cos \omega_H t + \frac{m_{AM}}{2} U_{\omega_H} \cos(\omega_H + \Omega) t + \frac{m_{AM}}{2} U_{\omega_H} \cos(\omega_H - \Omega) t,$$

где  $m_{AM} = k \frac{U_{\Omega}}{U_{\omega_H}}$ .





На рисунке показаны спектры ФМн сигналов с разными фазовыми сдвигами  $\Delta\varphi_m$ .



Из рисунка видно, что чем больше  $\Delta\varphi_m$ , тем меньше уровень несущей и тем меньшая часть энергии передатчика тратится на излучение в общем-то бесполезной несущей. Но с другой стороны, чем меньше  $\Delta\varphi_m$ , тем сложнее различать сигналы на приёмной стороне. Однако в настоящее время с возрастанием точности цифровой аппаратуры приёмника эта проблема теряет свою остроту.

Равенство полос частот АМн и ФМн сигнала предполагает также и равенство максимально возможных скоростей модуляции. Большая амплитуда спектральных составляющих ФМн сигнала по сравнению с АМн обуславливает большую помехоустойчивость.

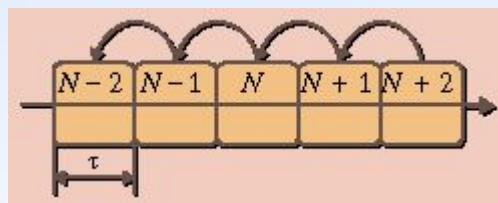
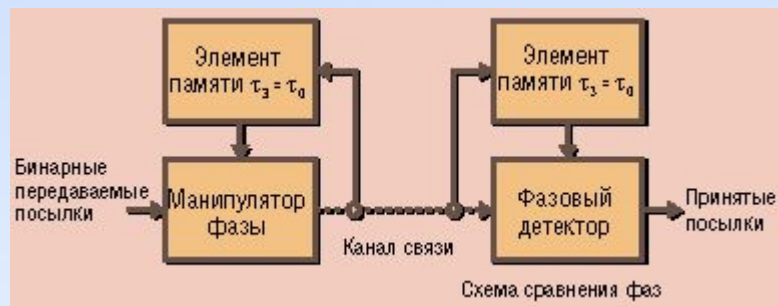


При ФМн начальная фаза является информационным параметром, и в алгоритмах работы фазового демодулятора с целью получения сведений о начальной фазе должны формироваться и храниться образцы вариантов передаваемого сигнала, достаточно точно совпадающие с ним по частоте и начальной фазе. Но на приеме нет признаков по которым можно точно установить однозначное соответствие между переданными двоичными символами и образцами сигнала на входе демодулятора, в результате возможно явление так называемой «обратной работы», заключающееся в том, что вместо «1» принимается «0» и наоборот.

Неопределенность начальной фазы объясняется с одной стороны тем, что в канале связи к переданной фазе добавляется произвольный и неизвестный фазовый сдвиг. С другой стороны, фаза сигнала всегда приводится к интервалу  $2\pi$  и сигналы, различающиеся по фазе на  $2\pi$ , для приемника одинаковы.

Неоднозначность характерная для ФМн сигналов, устранена в системах относительно-фазовой манипуляции (ОФМн). У такого метода манипуляции информация заложена не в абсолютном значении начальной фазы, а в разности начальных фаз соседних посылок, которая остается неизменной и на приемной стороне. Для передачи первого двоичного символа в системах с ОФМн необходима одна дополнительная посылка сигнала, передаваемая перед началом передачи информации и играющая роль отсчетной.

Для реализации идеи ОФМн надо было на передаче изменить метод манипуляции: фаза излучаемой посылки должна отсчитываться не от фазы несущей, а от фазы предшествующей посылки. Так как в основе метода лежит относительный отсчет фазы, то метод был назван относительной фазовой манипуляцией (ОФМ).



## Многопозиционная манипуляция.

Современные системы передачи данных для увеличения скорости передачи информации всё шире и шире используют  $m$ -ичные (многопозиционные) системы модуляции.

Многопозиционная модуляция предполагает переход от двоичного алфавита символов  $(0, 1)$  дискретного сообщения к  $m$ -ичному:

$$m = 2^n,$$

где  $m$  – число различных состояний информационного параметра сигнала;  
 $n$  - длина преобразуемых последовательностей двоичных символов.

К примеру, при  $m = 4$  алфавит включает четыре символа  $\{00, 01, 10, 11\}$ . При  $m = 2$  (двоичная модуляция) алфавит состоит всего из двух бинарных символов  $\{0, 1\}$ .

Каждый двоичный символ (бит) передается в течение времени  $\tau_b$ , равного его длительности. Скорость передачи  $V_u$ , выраженная в битах в секунду, определяется соотношением

$$V_u = 1 / \tau_b$$

При модуляции синусоидой сигнал описывается выражением

$$u_{AM}(t) = U_{\omega_H} \cos \omega_H t + \frac{m_{AM}}{2} U_{\omega_H} \cos(\omega_H + \Omega) t + \frac{m_{AM}}{2} U_{\omega_H} \cos(\omega_H - \Omega) t,$$

где  $m_{AM} = k \frac{U_{\Omega}}{U_{\omega_H}}$ .

При модуляции синусоидой сигнал описывается выражением

$$u_{AM}(t) = U_{\omega_H} \cos \omega_H t + \frac{m_{AM}}{2} U_{\omega_H} \cos(\omega_H + \Omega) t + \frac{m_{AM}}{2} U_{\omega_H} \cos(\omega_H - \Omega) t,$$

где  $m_{AM} = k \frac{U_{\Omega}}{U_{\omega_H}}$ .



При модуляции синусоидой сигнал описывается выражением

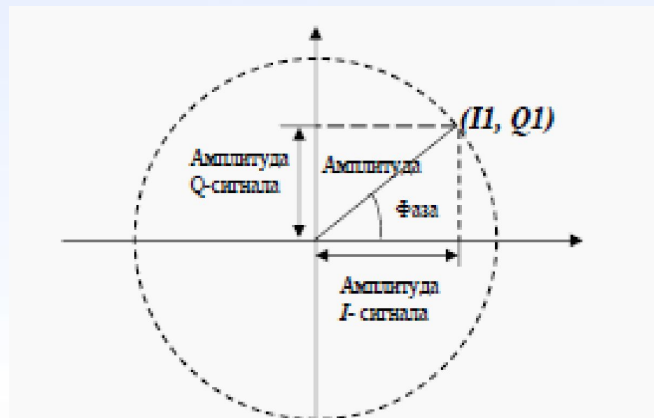
$$u_{AM}(t) = U_{\omega_H} \cos \omega_H t + \frac{m_{AM}}{2} U_{\omega_H} \cos(\omega_H + \Omega) t + \frac{m_{AM}}{2} U_{\omega_H} \cos(\omega_H - \Omega) t,$$

где  $m_{AM} = k \frac{U_{\Omega}}{U_{\omega_H}}$ .

$$A(t) = \sqrt{I^2(t) + Q^2(t)}$$

$$\varphi(t) = \arctg \frac{Q(t)}{I(t)}$$

Компоненты  $I(t)$  и  $Q(t)$  называют квадратурными, а множество возможных значений квадратурных компонент принято отображать на декартовой плоскости, где по оси абсцисс отложены значения синфазной составляющей  $I(t)$ , а по оси ординат – квадратурной  $Q(t)$ . Такую диаграмму называют сигнальным созвездием. Для частотной манипуляции сигнальное созвездие не используется.

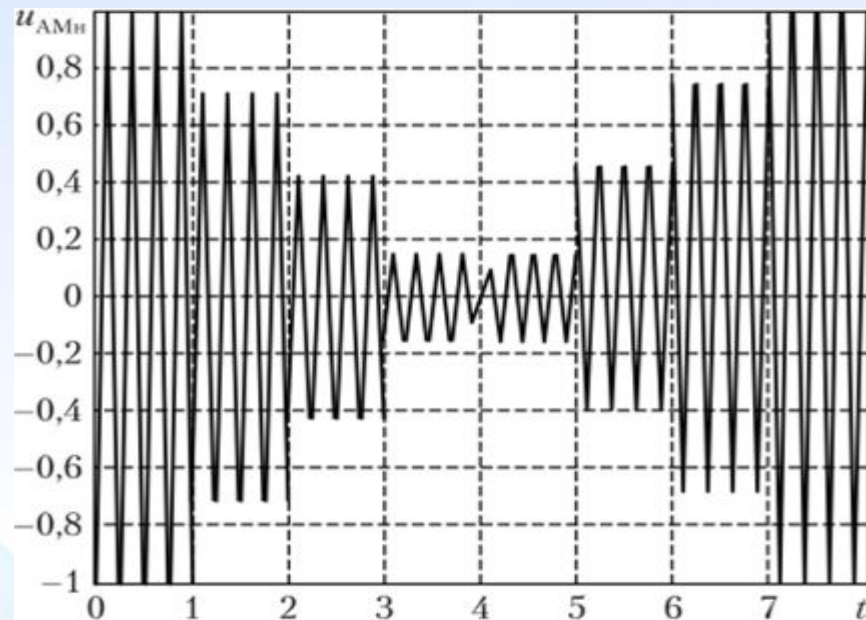


Иными словами, сигнальное созвездие – это представление манипулированных радиосигналов на комплексной плоскости.



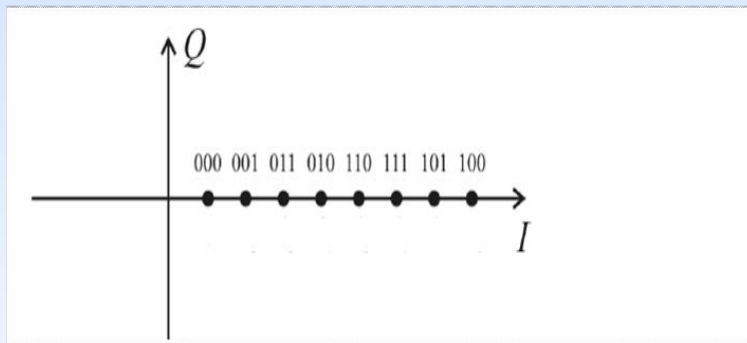
## Многопозиционная амплитудная манипуляция (M-ASK).

При модуляции ASK множество возможных значений амплитуды радиосигнала ограничивается двумя значениями. Сгруппируем биты исходного информационного сообщения в пары. Каждая такая пара так же называется **символом**. Если каждый бит имеет множество значений  $\{0,1\}$ , то каждый символ имеет четыре возможных значения из множества  $\{00, 01, 10, 11\}$ . Сопоставим каждому из возможных значений символа значение амплитуды радиосигнала из множества  $\{0,2U, 0,4U, 0,7U, U\}$

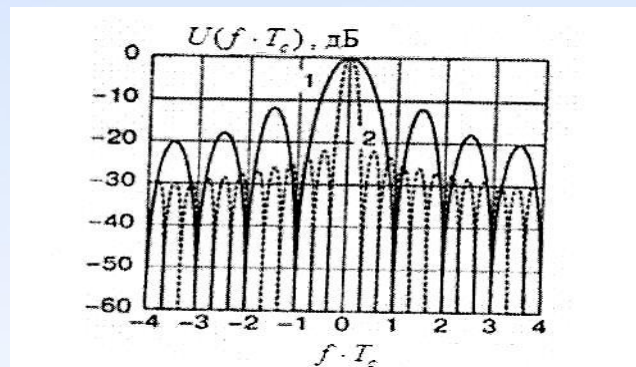


Аналогичным образом можно группировать тройки, четверки и большее количество бит в одном символе. Получится **многоуровневый (многопозиционный)** сигнал M-ASK с размерностью множества возможных значений амплитуды сигнала  $M = 2^n$ , где  $n$  – число бит в одном символе. Например, сигнал с модуляцией 256-ASK имеет 256 возможных значений амплитуды сигнала и 8 бит в одном символе.

Сигнальное созвездие для 8-ASK



Спектральная плотность мощности восьмиуровневого сигнала 8-ASK и спектральная плотность сигнала ASK с импульсами прямоугольной формы



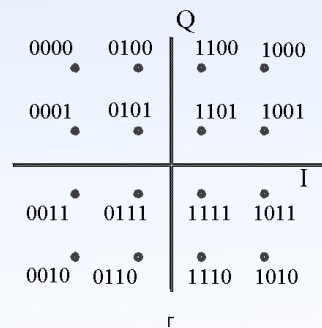
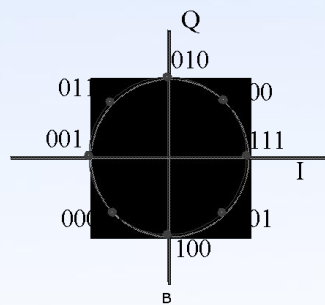
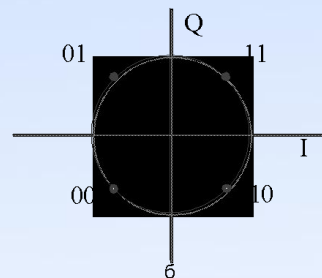
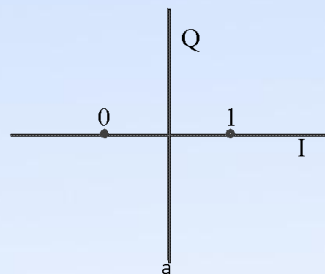
Многопозиционный сигнал имеет меньшую ширину главного лепестка (занимает меньшую полосу частот) и более низкий уровень боковых лепестков, т.е. имеет большую спектральную эффективность по сравнению с двухуровневым сигналом.

При модуляции синусоидой сигнал описывается выражением

$$u_{AM}(t) = U_{\omega_H} \cos \omega_H t + \frac{m_{AM}}{2} U_{\omega_H} \cos(\omega_H + \Omega) t + \frac{m_{AM}}{2} U_{\omega_H} \cos(\omega_H - \Omega) t,$$

где  $m_{AM} = k \frac{U_{\Omega}}{U_{\omega_H}}$ .

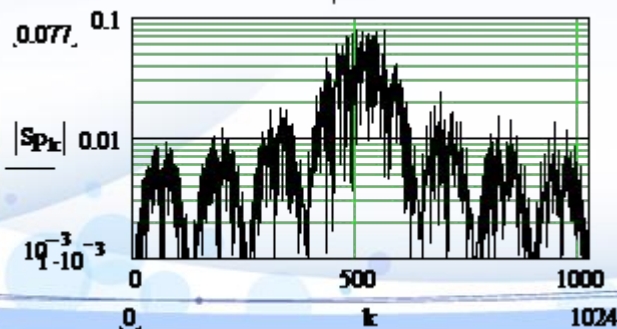
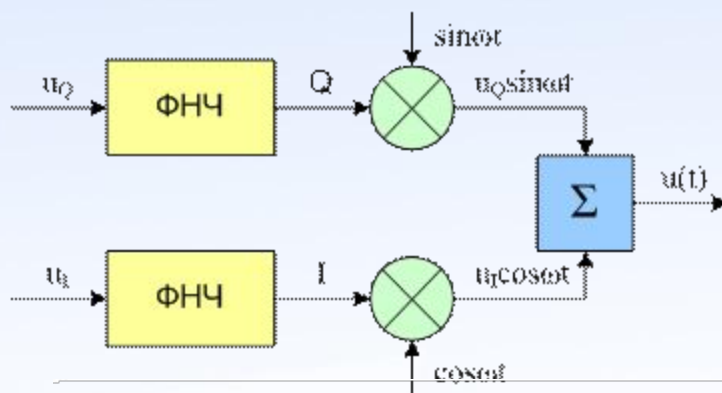
Как уже отмечалось, совокупность бит, соответствующих какому-либо сигналу  $q_i$  называется сигнальным созвездием. Иными словами, сигнальное созвездие – это представление манипулированных радиосигналов на комплексной плоскости.



При квадратурной амплитудной модуляции передаваемый сигнал модулирует и амплитуду, и фазу несущего колебания. Это происходит одновременно и независимо.

Представление сигналов в виде суммы квадратурных составляющих подсказывает простой способ их формирования в квадратурном модуляторе.

Простейшая схема формирования сигнала с КАМ





Несколько усложняя схему модулятора можно получить сигналы с КАМ-16, КАМ-32 и более, повышая таким образом скорость передачи информации в 4, 5 и больше раз

