

Логические основы компьютеров

Логические элементы
компьютера

Логика и компьютер

Двоичное кодирование – все виды информации кодируются с помощью 0 и 1.

Задача – разработать оптимальные правила обработки таких данных.

Почему «логика»?

Результат выполнения операции можно представить как истинность (1) или ложность (0) некоторого высказывания.

Джордж Буль разработал основы алгебры, в которой используются только 0 и 1 (алгебра логики, булева алгебра).

Основные положения алгебры логики

Логической переменной называют входную величину, которая может принимать только два противоположных значения: $x = 1$ или $x = 0$. Логической функцией называют зависимость выходной величины от входных, и сам выходной сигнал, который тоже может принимать только два значения: $y = 1$ или $y = 0$. Логическая операция — это действие, которое совершает логический элемент с логическими переменными в соответствии с логической функцией. Значения 1 и 0 взаимно противоположны (инверсны): $1 = 0$, $0 = 1$. Черточкой обозначается отрицание (инверсия).

Принимается, что $0 \cdot 0 = 0$, $0 + 0 = 0$, $1 - 0 = 0$, $1 + 0 = 1$, $1 \cdot 1 = 1$, $1 + 1 = 1$.

При преобразовании формул алгебры логики сначала выполняют операции инверсии, затем умножения, сложения и затем все остальные.

Формализация

Формализация – это переход к записи на формальном языке!

Пусть некий прибор имеет три датчика и может работать, если два из них исправны.

A – «Датчик № 1 неисправен».

B – «Датчик № 2 неисправен».

C – «Датчик № 3 неисправен».

Аварийный сигнал:

X – «Неисправны два датчика».

X – «Неисправны датчики № 1 и № 2» **или**
«Неисправны датчики № 1 и № 3» **или**
«Неисправны датчики № 2 и № 3».

Логическая формула
Ситуацию «**АВАРИЯ**» будет
записана в виде формулы или
логического выражения

$$X = A \cdot B + A \cdot C + B \cdot C$$

Приоритеты логических операций

1 4 2 5 3

$$X = A \cdot B + A \cdot C + B \cdot C$$

Порядок вычислений:

- скобки
- НЕ
- И
- ИЛИ, исключающее ИЛИ
- импликация
- эквивалентность

Операция И (логическое умножение, конъюнкция)

A	B	A и B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

КОНЪЮНКЦИЯ – от лат. *conjunctio* – соединение

Операция ИЛИ (логическое сложение, дизъюнкция)

A	B	A или B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

ДИЗЪЮНКЦИЯ – от лат. *disjunctio* — разъединение

Операция НЕ (инверсия)

A	не A
0	1
1	0

Составление таблиц

ИСТИННОСТИ

Таблица истинности логического выражения X – это таблица, где в левой части записываются все возможные комбинации значений исходных данных, а в правой – значение выражения X для каждой комбинации.

Составление таблиц истинности логического выражения ситуация «АВАРИЯ»

1 4 2 5 3

$$X = A \cdot B + A \cdot C + B \cdot C$$

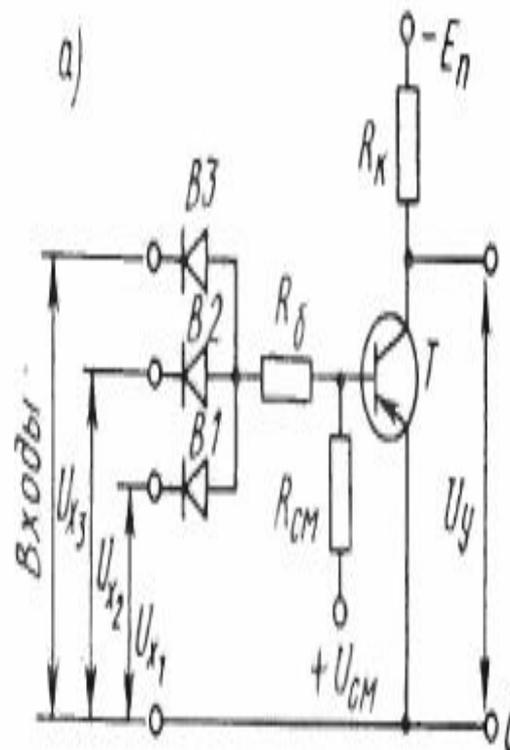
	A	B	C	A·B	A·C	B·C	X
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0
3	0	1	1	0	0	1	1
4	1	0	0	0	0	0	0
5	1	0	1	0	1	0	1
6	1	1	0	1	0	0	1
7	1	1	1	1	1	1	1

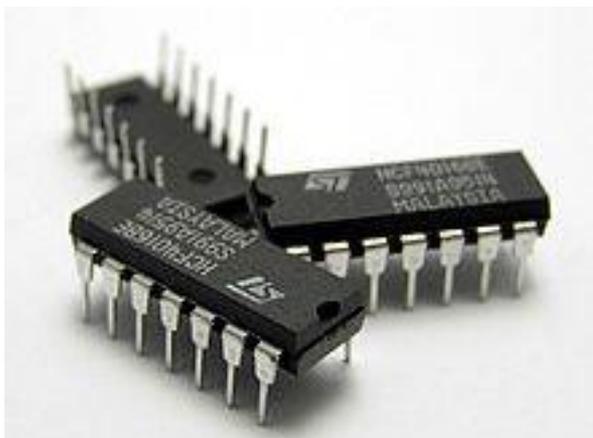
Электрическая схема, предназначенная для выполнения какой-либо логической операции с входными данными, называется логическим элементом. Входные данные представляются здесь в виде напряжений различных уровней, и результат логической операции на выходе — также получается в виде напряжения определенного уровня.

Операнды в данном случае подаются [в двоичной системе счисления](#) — на вход логического элемента поступают сигналы в форме напряжения высокого или низкого уровня, которые и служат по сути входными данными. Так, напряжение высокого уровня — это логическая единица 1 — обозначает истинное значение операнда, а напряжение низкого уровня 0 — значение ложное. 1 — ИСТИНА, 0 — ЛОЖЬ. Устройства, оперирующие дискретными сигналами, называют дискретными. Работа таких устройств анализируется с помощью понятий булевой алгебры — алгебры логики.

На рисунке изображена схема, выполняющая операцию ИЛИ — НЕ. Если ни на один из входов не подавать сигнал, то транзистор останется закрытым, ток через него не потечет, а напряжение на выходе будет равно ЭДС источника $U_y = U_c$, т. е. $y=1$.

Схема логического элемента ИЛИ — НЕ, выполняющего логические операции
Рис.1



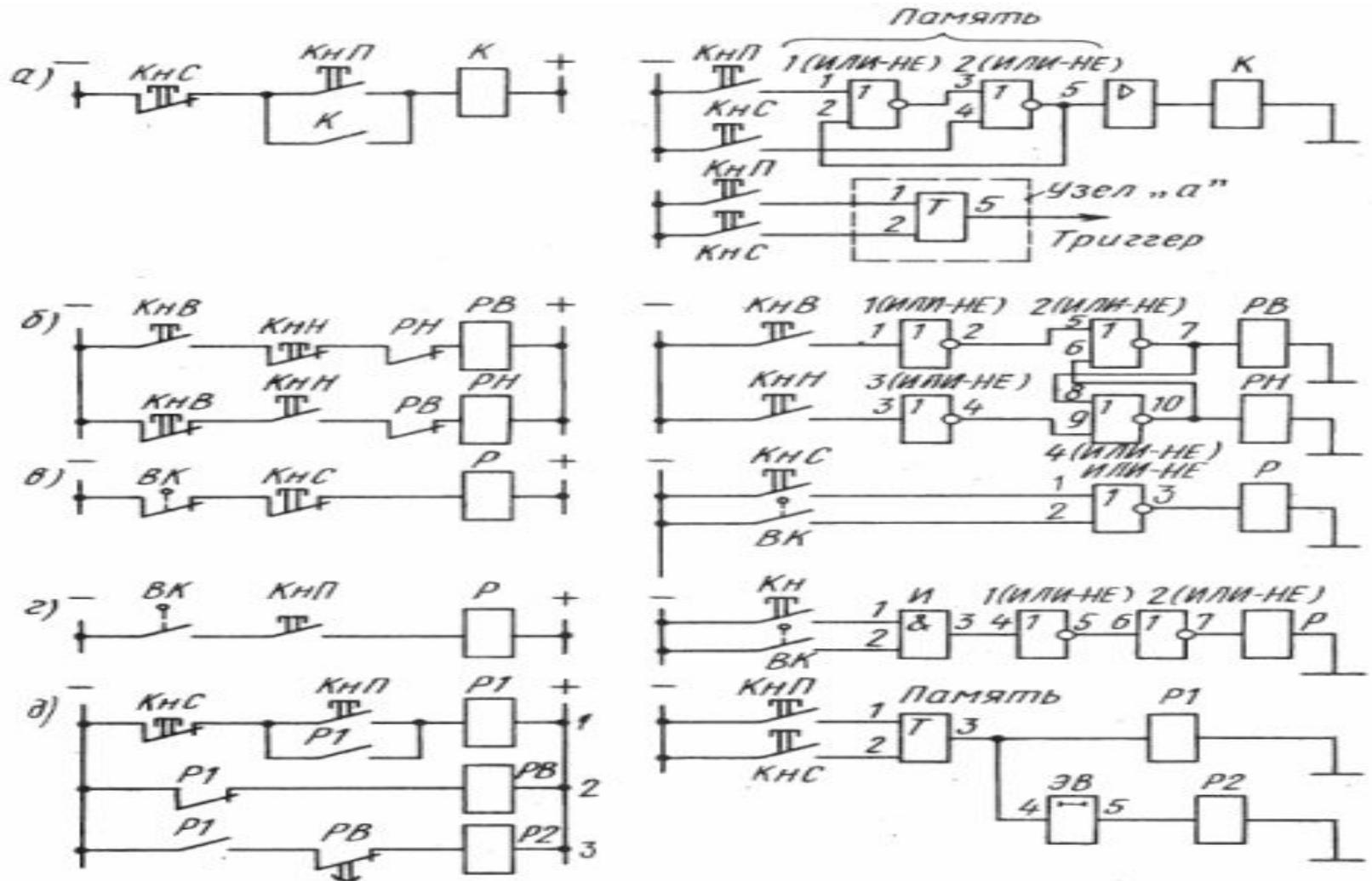


Логические элементы, построенные на электромагнитных реле, транзисторах, магнитных сердечниках, электронной лампе, пневматических реле, имеют слишком большие размеры, поэтому сейчас применяют интегральные микросхемы. Логические операции в них происходят на уровне кристаллов.

Примеры использования логических элементов в схемах

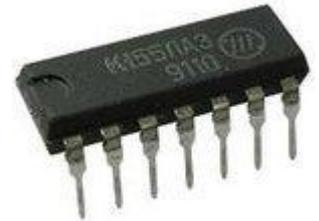
Рассмотрим несколько узлов электрических схем, наиболее часто встречающихся в электроприводе. На рис. 2, а показан узел питания катушки контактора К.

Рис 2. Узлы электрических схем в электроприводе.

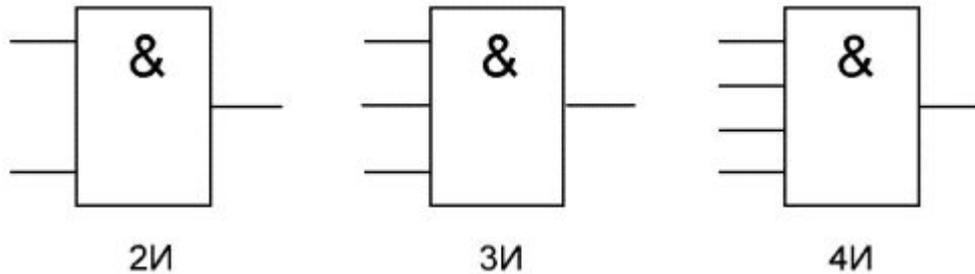


Логический элемент — элемент, осуществляющий определенную логическую зависимость между входными и выходными сигналами. Логические элементы обычно используются для построения логических схем вычислительных машин, дискретных схем автоматического контроля и управления. Для всех видов логических элементов, независимо от их физической природы, характерны дискретные значения входных и выходных сигналов.

Логические элементы имеют один или несколько входов и один или два (обычно инверсных друг другу) выхода. Значения «нулей» и «единиц» выходных сигналов логических элементов определяются логической функцией, которую выполняет элемент и значениями «нулей» и «единиц» входных сигналов, играющих роль независимых переменных. Существуют элементарные логические функции, из которых можно составить любую сложную логическую функцию.



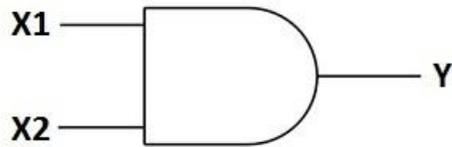
Традиционно логические элементы выпускаются в виде специальных радиодеталей — интегральных микросхем. Логические операции, такие как конъюнкция, дизъюнкция, отрицание и сложение по модулю (И, ИЛИ, НЕ, исключающее ИЛИ) — являются основными операциями, выполняемыми на логических элементах основных типов. Далее рассмотрим каждый из этих типов логических элементов более внимательно.



Логический элемент «И» - конъюнкция, логическое умножение, AND

«И» - логический элемент, выполняющий над входными данными операцию конъюнкции или логического умножения. Данный элемент может иметь от 2 до 8 (наиболее распространены в производстве элементы «И» с 2, 3, 4 и 8 входами) входов и один выход.

Условные обозначения логических элементов «И» с разным количеством входов приведены на рисунке. В тексте логический элемент «И» с тем или иным числом входов обозначается как «2И», «4И» и т. д. - элемент «И» с двумя входами, с четырьмя входами и т. д.



Вход X1	Вход X2	Выход Y
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

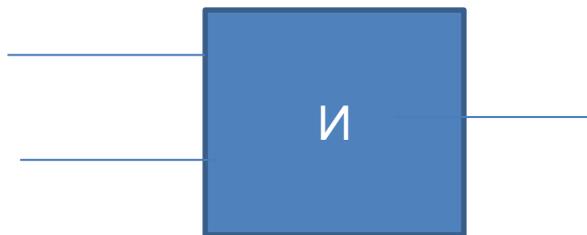
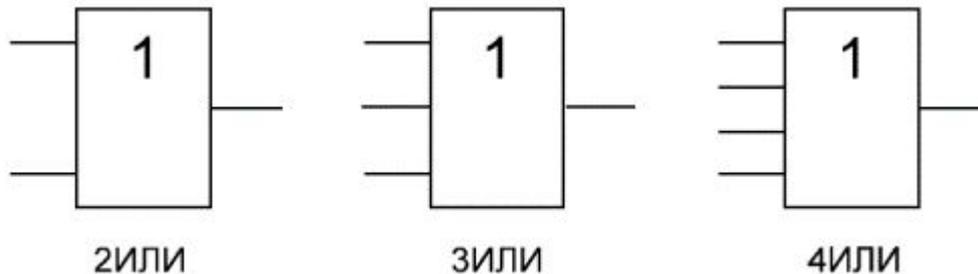


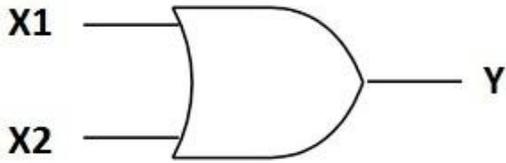
Таблица истинности для элемента 2И показывает, что на выходе элемента будет логическая единица лишь в том случае, если логические единицы будут одновременно на первом входе И на втором входе. В остальных трех возможных случаях на выходе будет ноль.

На западных схемах значок элемента «И» имеет прямую черту на входе и закругление на выходе. На отечественных схемах — прямоугольник с символом «&».

Логический элемент «ИЛИ» - дизъюнкция, логическое сложение, OR

ИЛИ» - логический элемент, выполняющий над входными данными операцию дизъюнкции или логического сложения. Он так же как и элемент «И» выпускается с двумя, тремя, четырьмя и т. д. входами и с одним выходом. Условные обозначения логических элементов «ИЛИ» с различным количеством входов показаны на рисунке. Обозначаются данные элементы так: 2ИЛИ, 3ИЛИ, 4ИЛИ и т. д





Вход X1	Вход X2	Выход Y
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

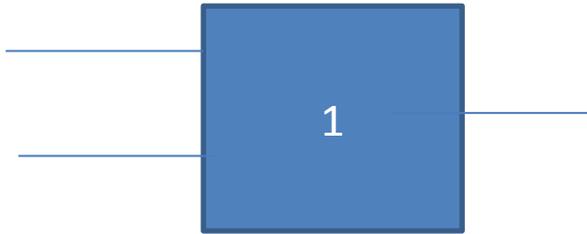
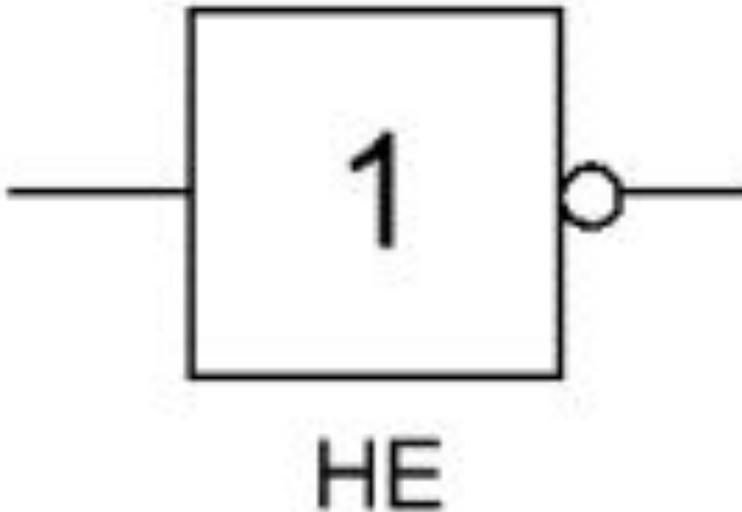


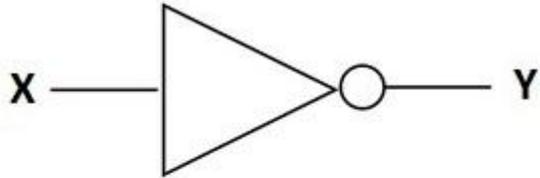
Таблица истинности для элемента «2ИЛИ» показывает, что для появления на выходе логической единицы, достаточно чтобы логическая единица была на первом входе ИЛИ на втором входе. Если логические единицы будут сразу на двух входах, на выходе также будет единица.

На западных схемах значок элемента «ИЛИ» имеет закругление на входе и закругление с заострением на выходе. На отечественных схемах — прямоугольник с символом «1».

Логический элемент «НЕ» - отрицание, инвертор, NOT



«НЕ» - логический элемент, выполняющий над входными данными операцию логического отрицания. Данный элемент, имеющий один выход и только один вход, называют еще инвертором, поскольку он на самом деле инвертирует (обращает) входной сигнал. На рисунке приведено условное обозначение логического элемента «НЕ».

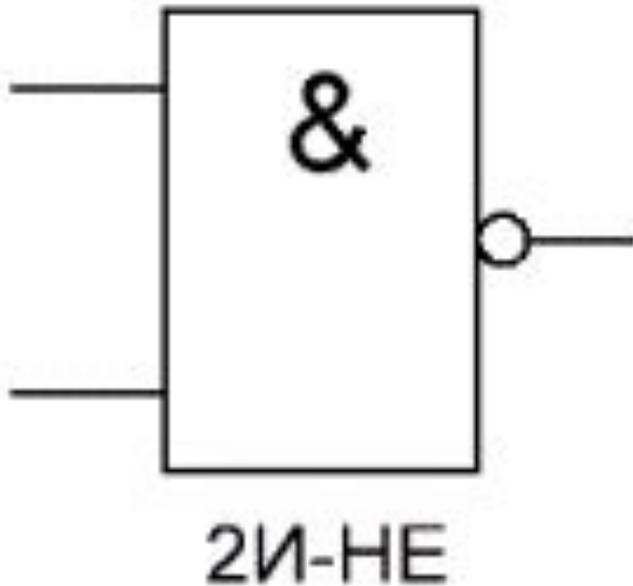


Вход X	Выход Y
0	1
1	0

Таблица истинности для инвертора показывает, что высокий потенциал на входе даёт низкий потенциал на выходе и наоборот.

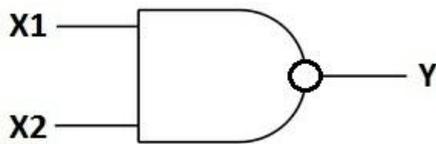


На западных схемах значок элемента «НЕ» имеет форму треугольника с кружочком на выходе. На отечественных схемах — прямоугольник с символом «1», с кружком на выходе.



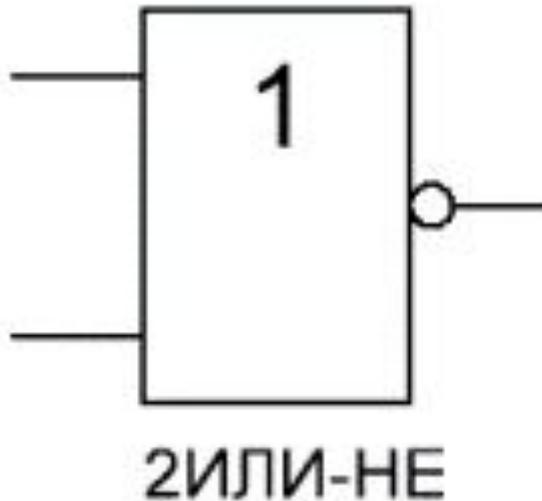
Логический элемент «И-НЕ» - конъюнкция (логическое умножение) с отрицанием, NAND

«И-НЕ» - логический элемент, выполняющий над входными данными операцию логического умножения, и затем операцию логического отрицания, результат подается на выход. Другими словами, это в принципе элемент «И», дополненный элементом «НЕ». На рисунке приведено условное обозначение логического элемента «2И-НЕ».



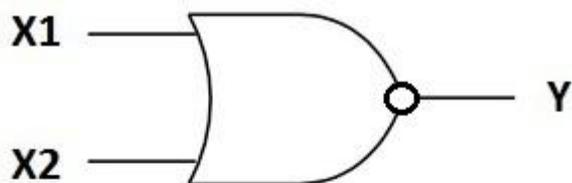
Вход X1	Вход X2	Выход Y
0	0	1
1	0	1
0	1	1
1	1	0

Таблица истинности для элемента «И-НЕ» противоположна таблице для элемента «И». Вместо трех нулей и единицы — три единицы и ноль. Элемент «И-НЕ» называют еще «элемент Шеффера» в честь математика Генри Мориса Шеффера, впервые отметившего значимость этой [логической операции](#) в 1913 году. Обозначается как «И», только с кружочком на выходе.



Логический элемент «ИЛИ-НЕ» - дизъюнкция (логическое сложение) с отрицанием, NOR

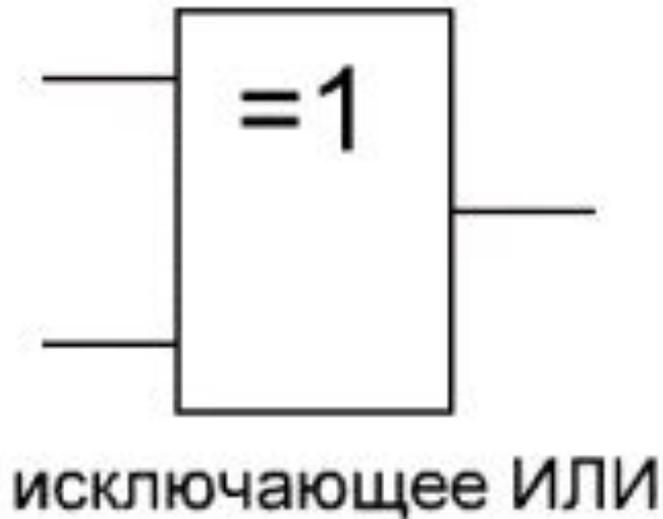
«ИЛИ-НЕ» - логический элемент, выполняющий над входными данными операцию логического сложения, и затем операцию логического отрицания, результат подается на выход. Иначе говоря, это элемент «ИЛИ», дополненный элементом «НЕ» - инвертором. На рисунке приведено условное обозначение логического элемента «2ИЛИ-НЕ».



Вход X1	Вход X2	Выход Y
0	0	1
1	0	0
0	1	0
1	1	0

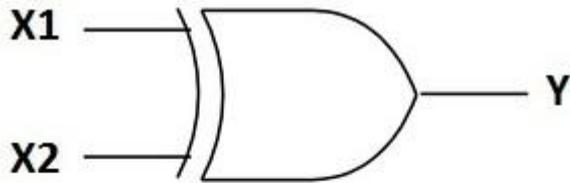
Таблица истинности для элемента «ИЛИ-НЕ» противоположна таблице для элемента «ИЛИ». Высокий потенциал на выходе получается лишь в одном случае - на оба входа подаются одновременно низкие потенциалы. Обозначается как «ИЛИ», только с кружочком на выходе, обозначающим инверсию.

Логический элемент «исключающее ИЛИ» - сложение по модулю 2, XOR



«исключающее ИЛИ» - логический элемент, выполняющий над входными данными операцию логического сложения по модулю 2, имеет два входа и один выход. Часто данные элементы применяют в схемах контроля. На рисунке приведено условное обозначение данного элемента.

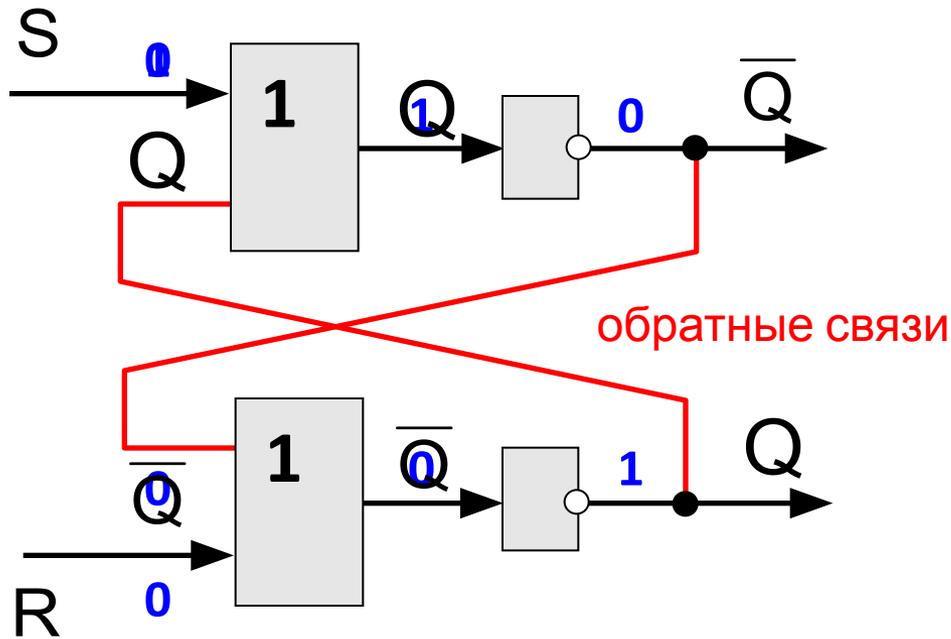
Изображение в западных схемах — как у «ИЛИ» с дополнительной изогнутой полоской на стороне входа, в отечественной — как «ИЛИ», только вместо «1» будет написано «=1».



Вход X1	Вход X2	Выход Y
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	0

Этот логический элемент еще называют «неравнозначность». Высокий уровень напряжения будет на выходе лишь тогда, когда сигналы на входе не равны (на одном единица, на другом ноль или на одном ноль, а на другом единица) если даже на входе будут одновременно две единицы, на выходе будет ноль — в этом отличие от «ИЛИ». Данные элементы логики широко применяются в сумматорах.

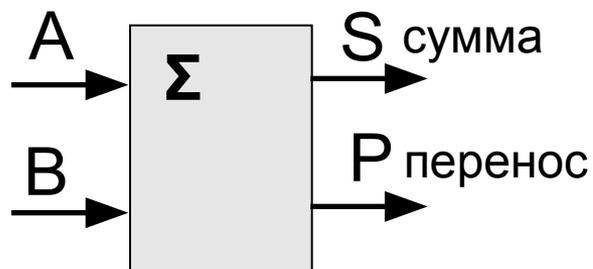
Триггер – таблица истинности



S	R	Q	\bar{Q}	режим
0	0	Q	\bar{Q}	хранение
0	1	0	1	сброс
1	0	1	0	установка 1
1	1	0	0	запрещен

Полусумматор

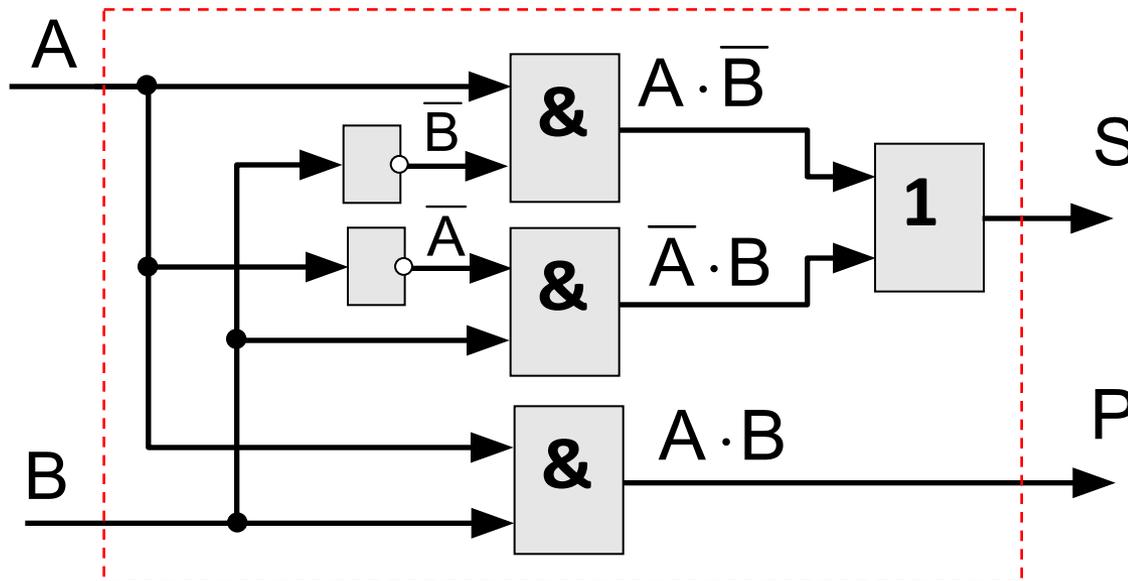
Полусумматор – это логическая схема, способная складывать два одноразрядных двоичных числа.



$$P = A \cdot B$$

$$S = A \oplus B = A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B$$

A	B	P	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0



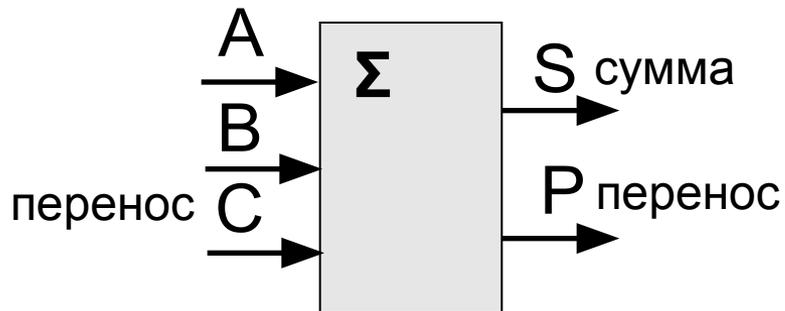
$$S = A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B$$



Схема на 4-х элементах?

Сумматор

Сумматор – это логическая схема, способная складывать два одноразрядных двоичных числа с переносом из предыдущего разряда.

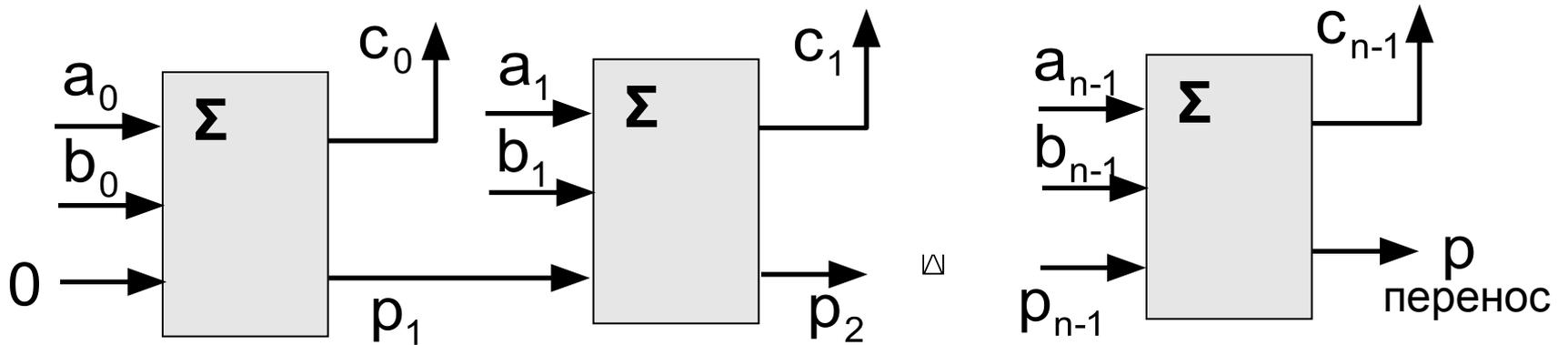


A	B	C	P	S
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

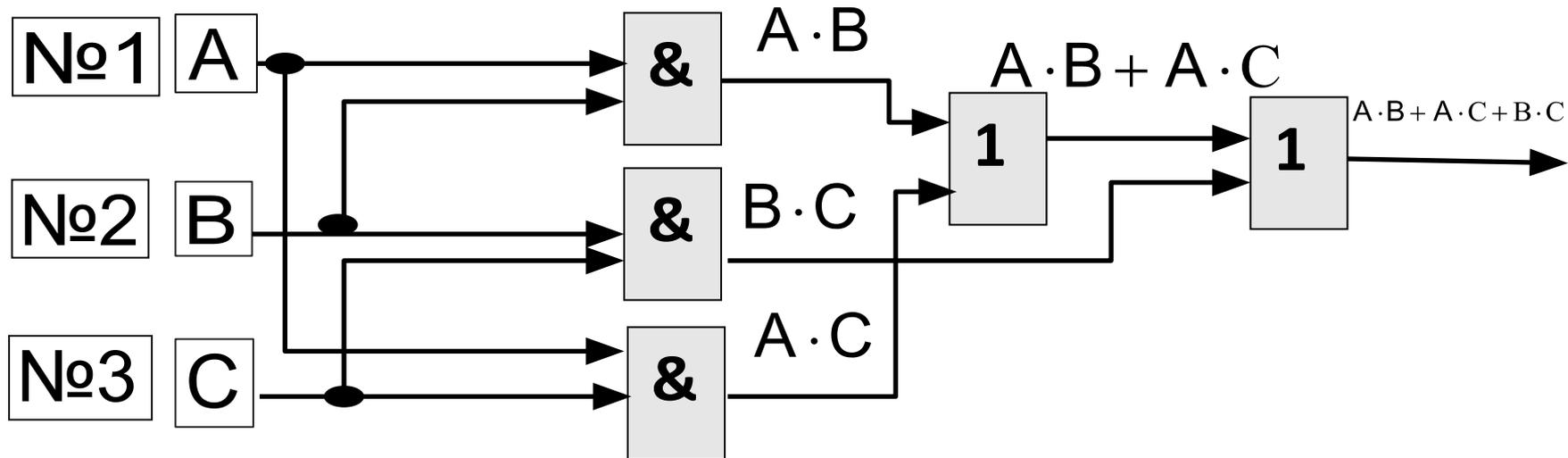
Многоразрядный сумматор

Это логическая схема, способная складывать два

$$\begin{array}{r}
 A = \quad a_{n-1} \quad a_{n-2} \quad \boxtimes \quad a_0 \\
 + \quad B = \quad b_{n-1} \quad b_{n-2} \quad \boxtimes \quad b_0 \\
 \hline
 C = \quad \boxed{p} \quad c_{n-1} \quad c_{n-2} \quad \boxtimes \quad c_0 \\
 \text{перенос}
 \end{array}$$



Логическая схема прибора на три датчика с использованием логических элементов.



Аварийный сигнал сработает, если
«Неисправны датчики №1 и №2» **или**
«Неисправны датчики №1 и №3» **или**
«Неисправны датчики №2 и №3».

Вопросы для самопроверки

1. Как называется логическое умножение и какие знаки используются для обозначения логического умножения?
2. Как называется логическое сложение и какие знаки используются для обозначения логического сложения?
3. Как называется логическое отрицание и какие знаки используются для обозначения логического отрицания?
4. Что называют логической формулой или логическим выражением?
5. Что является результатом логического выражения?
6. Назовите приоритеты логических операций?

Источники

1. ru.wikipedia.org
2. Иллюстрации художников издательства «Бином»

авторские материалы.

3. **ПОЛЯКОВ Константин Юрьевич** д.т.н., учитель информатики ГБОУ СОШ № 163, г. Санкт-Петербург

kpolyakov@mail.ru .**ЕРЕМИН Евгений Александрович**

к.ф.-м.н., доцент кафедры мультимедийной дидактики и ИТО ПГГПУ, г. Пермь eremin@pspu.ac.ru