

Тема № 2. Интерференция света

Основные вопросы лекции

1. Понятие об интерференции. Когерентные и монохроматические волны.
2. Условия интерференционных минимумов и максимумов. Оптическая разность хода.
3. Опыт Юнга. Ширина интерференционных полос.
4. Длина и ширина когерентности.
5. Некоторые интерференционные схемы
6. Интерференция в тонких пленках

Повторение

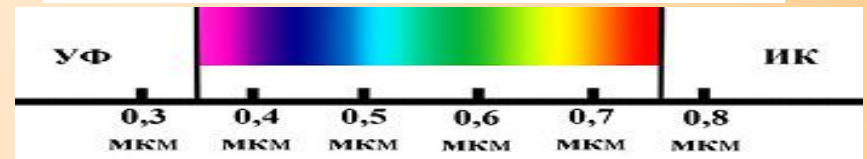
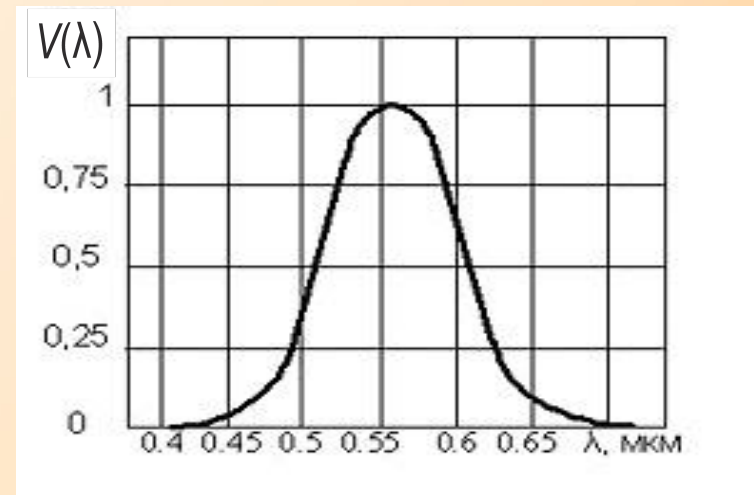
Волновая оптика: свет это волновой процесс

$$V = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\epsilon_0\mu\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

$$\nu = (0,39 \div 0,75) \cdot 10^{15} \text{ Гц}$$

$$n = \frac{c}{v}$$

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon_0}{\mu\mu_0}} E_m^2$$



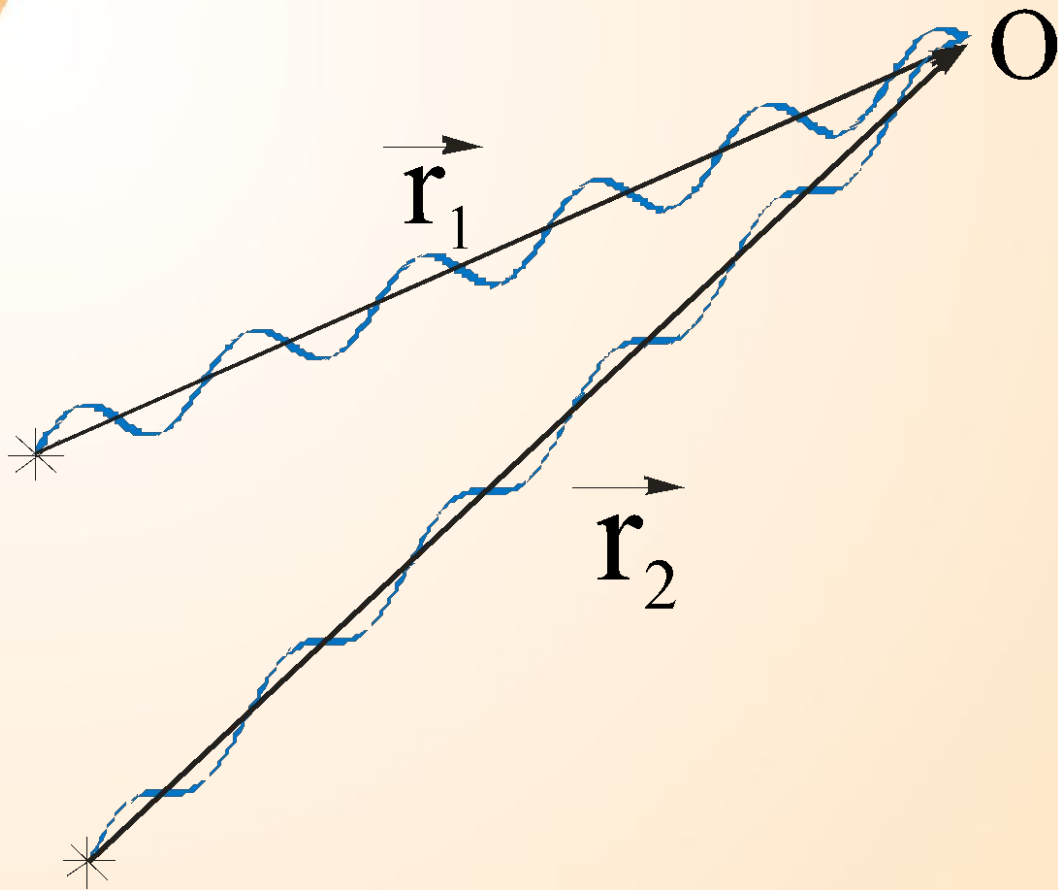
1. Понятие об интерференции. Когерентные и монохроматические волны.

Интерференция – явление наложения когерентных волн, в результате чего появляется устойчивая во времени интерференционная картина – чередование максимумов и минимумов излучения

Интерференция (от лат. inter – между, ferio – ударяю)

Вектор \mathbf{E} – световой вектор

$$E = E_0 \cos(\omega t - k r_0 + \varphi_0) \quad \text{– уравнение плоской монохроматической волны}$$

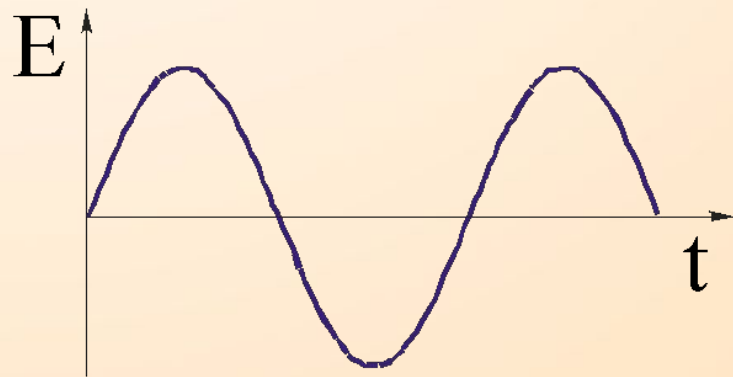
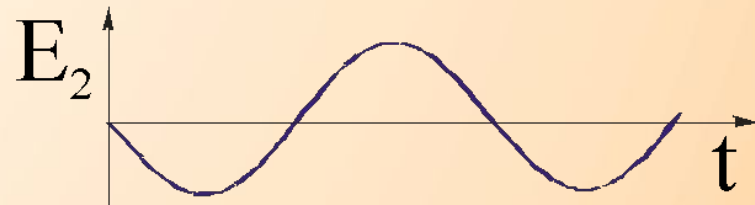
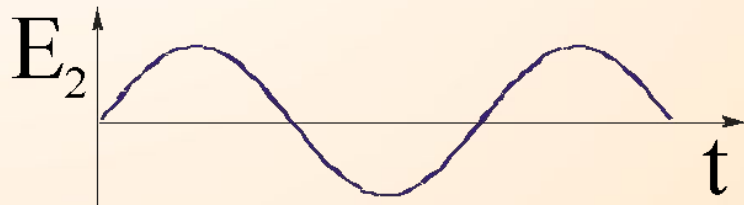
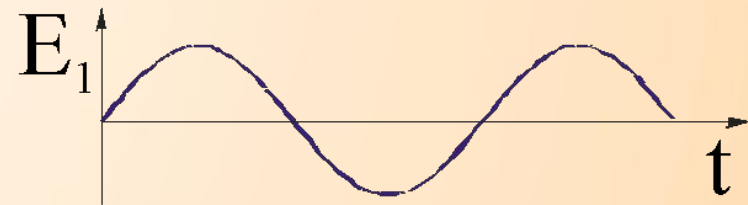
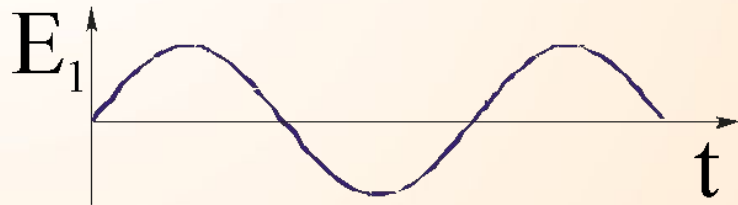


$$E_1 = E_{01} \cos(\omega t - k r_1 + \varphi_{01})$$

$$E_2 = E_{02} \cos(\omega t - k r_2 + \varphi_{02})$$

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos \delta \quad (1)$$

δ – разность фаз



$\delta = 0$

$\delta = \pi$

Разность фаз:

$$\delta = \vec{k} \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + (\varphi_{02} - \varphi_{01})$$

Когерентные волны \longrightarrow одинаковая частота ω
 $\delta = \text{const}$

одинаковое направление колебаний

Волны называются когерентными, если у них постоянная во времени разность фаз.

Естественные источники света не являются когерентными.

$$\tau_{\text{изл}} \approx 10^{-8} \text{ с}$$

Интенсивность света: $I \sim E_0^2$

Естественный свет

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \langle \cos \delta \rangle \quad (2)$$

$$\langle \cos \delta \rangle = 0 \Rightarrow I = I_1 + I_2$$

Когерентный свет

$$\delta = 2\pi m \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \Rightarrow \cos \delta = 1$$

$$\underline{I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2}}, \quad \text{при } I_1 = I_2 \quad I = 4I_1$$

$$\delta = \pi + 2\pi m \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \Rightarrow \cos \delta = -1$$

$$\underline{I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 \cdot I_2}}, \quad \text{при } I_1 = I_2 \quad I = 0$$

При сложении большого числа колебаний (N) с одинаковой частотой результат зависит от распределения фаз.

$$W_{cp} = NE_0^2 \quad (\text{Рэлей})$$

Практически освещенности от двух источников **складываются**.

Монохроматическая волна

(от греч. monos – один, chroma – цвет)

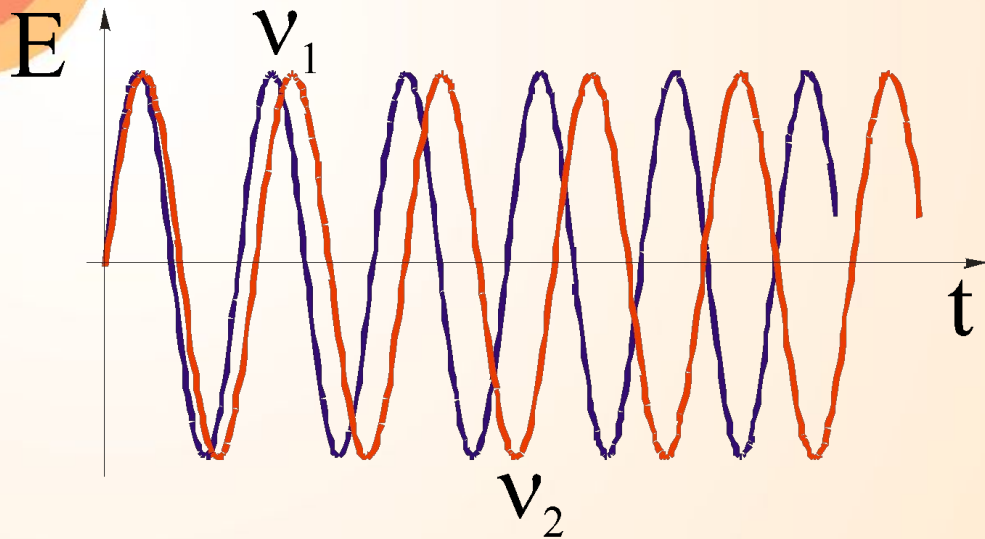
$$\lambda_0 = c/\nu$$

Немонохроматическая волна:

$$\Delta\lambda, \Delta\nu$$

$\Delta\nu$ - допустимый диапазон частот для обеспечения наблюдения устойчивой интерференции в течение времени Δt .

Сложение двух колебаний близких по значению частот ν_1 и ν_2



За время t сдвиг фаз $\Delta\varphi$ не должен измениться больше, чем на π .

t - время когерентности

За время t произойдет m колебаний с частотой ν_2 $\nu_2 t = m$

тогда допустимое число колебаний с частотой ν_1 не должно

превышать $(m+1/2)$: $\nu_1 t \leq m + 1/2$

$$\nu_1 t - \nu_2 t \leq 1/2$$

$$\Delta\nu = \nu_1 - \nu_2 \leq 1/2t$$

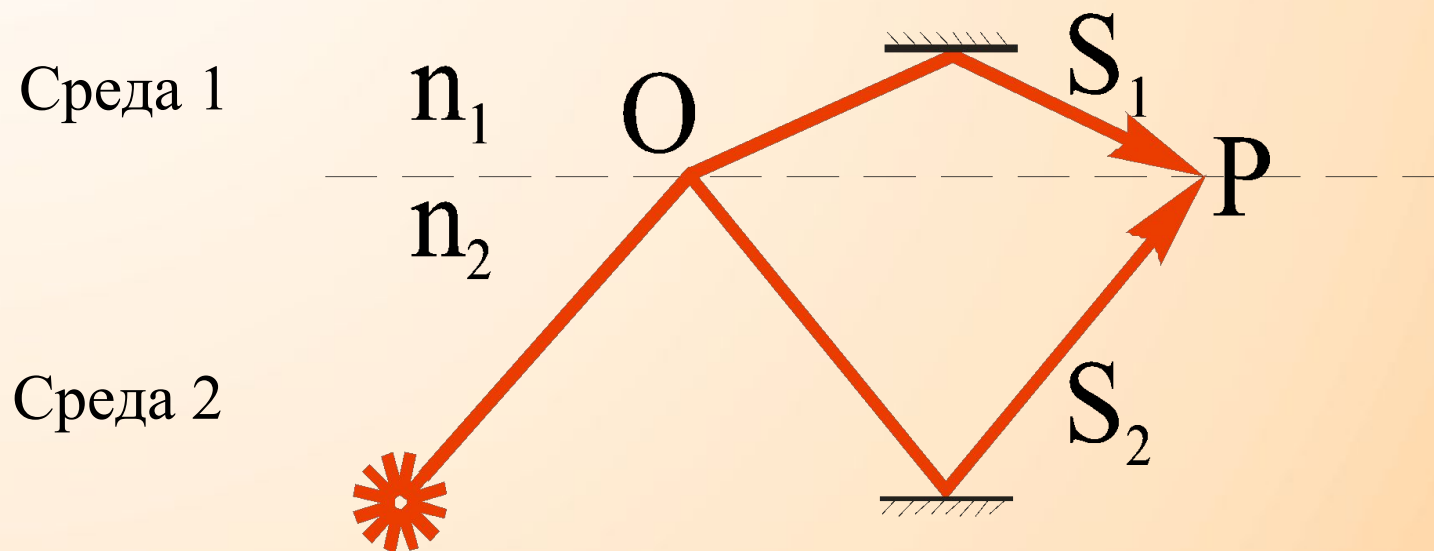
(3)

Общий принцип получения *интерференционной картины*

Когерентные волны – согласованные волны.

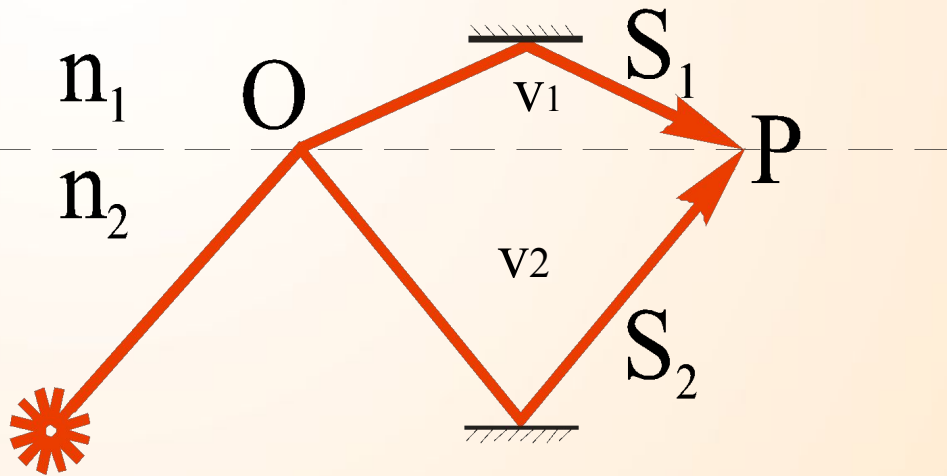
Степень согласованности называют степенью когерентности.

2. Условия интерференционных минимумов и максимумов. Оптическая разность хода.



зеркало

В точку Р колебания придут с опозданием на $\tau = s/v$



$$E_1 = E_{01} \cos \omega(t - s_1/v_1)$$

$$E_2 = E_{02} \cos \omega(t - s_2/v_2)$$

$$v_1 = c/n_1 \quad v_2 = c/n_2$$

v_1 и v_2 – скорости распространения света в среде 1 и 2 соответственно.

Разность фаз:

$$\delta = \omega(t - s_1/v_1) - \omega(t - s_2/v_2) = \omega \left(\frac{s_2}{v_2} - \frac{s_1}{v_1} \right) =$$

$$= \frac{\omega}{c} (n_2 s_2 - n_1 s_1)$$

$$\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi\nu}{v\lambda_0} = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_2 s_2 - n_1 s_1) \quad (4)$$

Оптическая длина пути

$$L = ns$$

Оптическая разность хода

$$\Delta = L_2 - L_1$$

Связь разности фаз и оптической разности хода: $\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta$

Результирующая интенсивность:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta\right) \quad (5)$$

Максимум

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta = 2\pi m$$

$$\Delta_{\max} = m\lambda_0 = 2m \frac{\lambda_0}{2} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots) \quad (6)$$

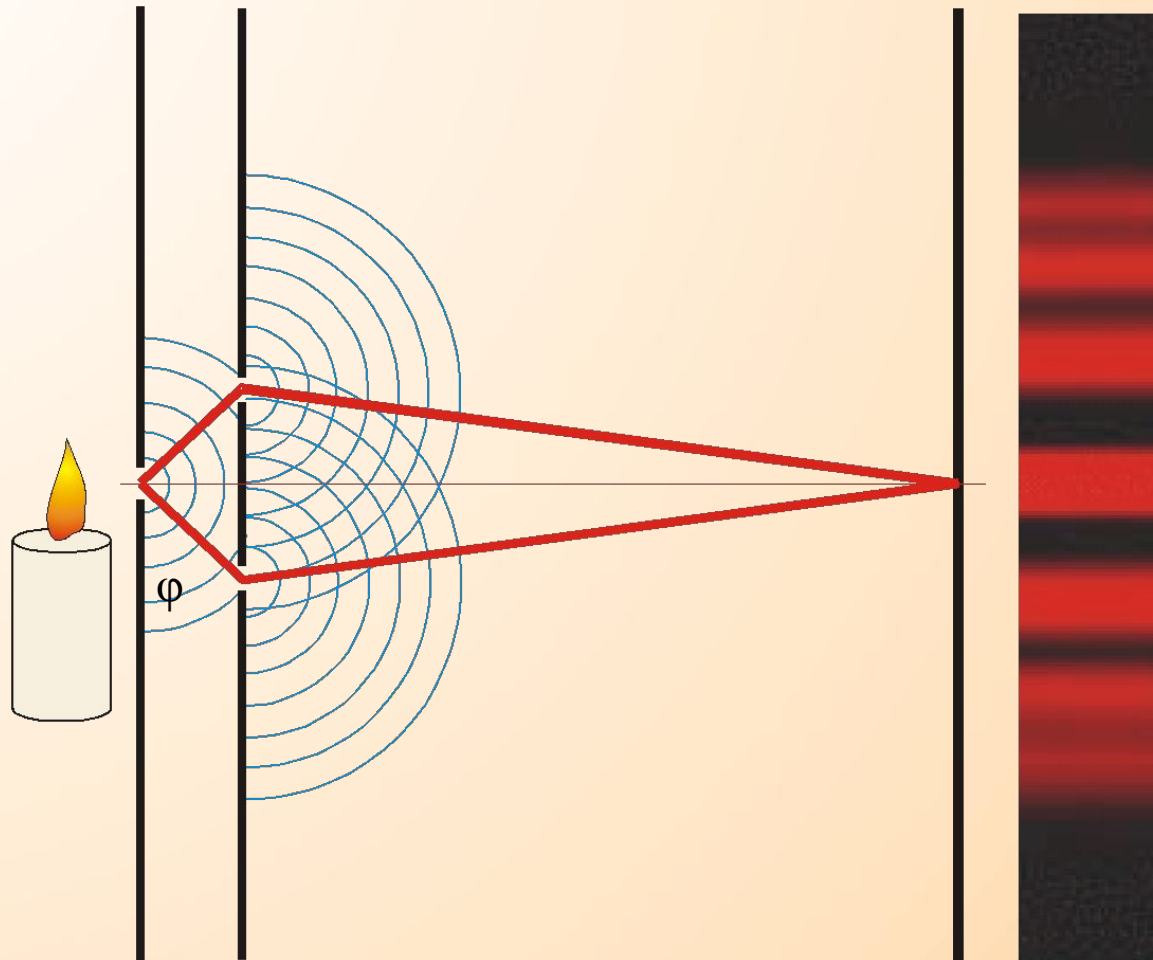
Минимум

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta = \pi + 2\pi m$$

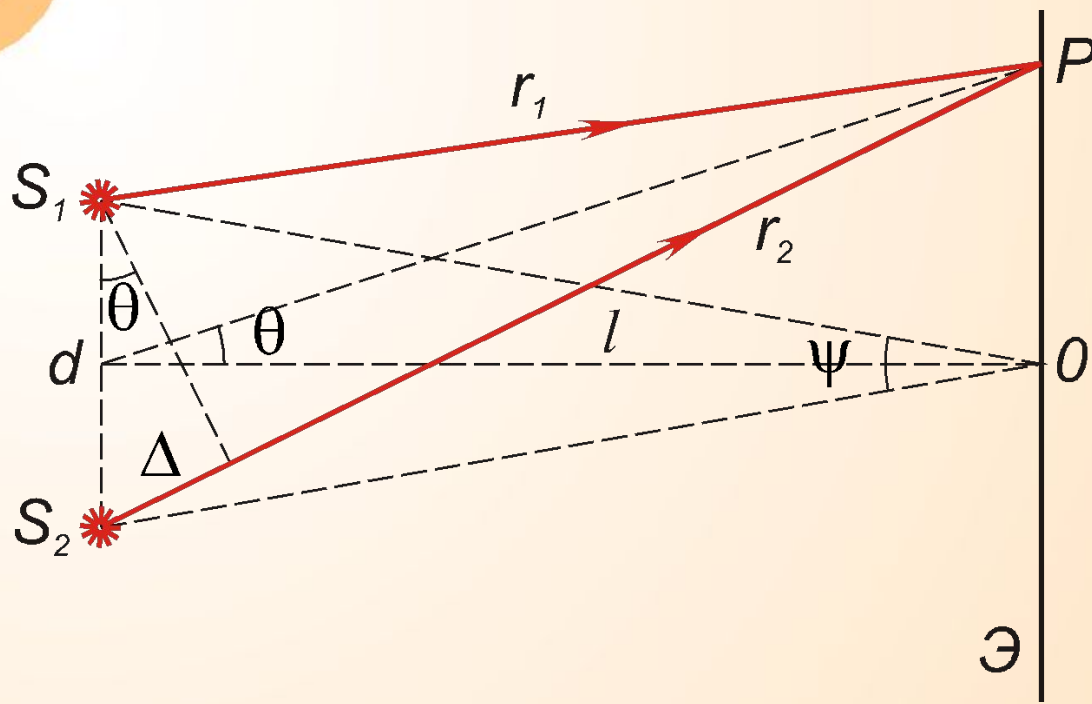
$$\Delta_{\min} = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots) \quad (7)$$

3. Опыт Юнга. Ширина интерференционных полос.

(1802 г)



$$\lambda_{\phi} = 1/60000 \text{ дюйма} = 0,42 \text{ мкм}; \lambda_{\text{кр}} = 1/36000 \text{ дюйма} = 0,7 \text{ мкм}$$



$$\theta \ll 1 \Rightarrow \Delta = d \cdot \theta$$

$$OP = x \quad \theta \approx x/l$$

$$\frac{x_m}{l} = \frac{\Delta}{d}$$

d - расстояние между отверстиями
 l - расстояние от источников до экрана

x_m - расстояние от центра интерференционной картины до полосы m - порядка

$$\Delta = \frac{d \cdot x_m}{l} = m\lambda$$

$$\Delta_{\max} = m\lambda$$

$$x_m = \frac{m\lambda l}{d} \quad (8)$$

При переходе к соседнему максимуму m меняется на единицу и x на величину Δx .

Ширина интерференционной полосы: $\Delta x = x_{m+1} - x_m$

$$\Delta x = \frac{\lambda l}{d} \quad (9)$$

Задача 1

Расстояние между двумя когерентными источниками равно 0,9 мм. Источники, испускающие монохроматический свет с длиной волны 640 нм расположены на расстоянии 3,5 м от экрана. Определить число светлых полос, располагающихся на 1 см длины экрана.

Дано:

$$\lambda = 640 \text{ нм} = 6,4 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$d = 0,9 \text{ мм} = 9 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

$$l = 3,5 \text{ м}$$

m/x - ?

Решение

Оптическая разность хода для светлых полос:

$$\Delta = \frac{d \cdot x}{l} = m\lambda$$

$$\frac{m}{x} = \frac{d}{l \cdot \lambda} = \frac{9 \cdot 10^{-4} \text{ м}}{3,5 \text{ м} \cdot 6,4 \cdot 10^{-7} \text{ м}} = 400 \text{ м}^{-1} = \underline{4 \text{ см}^{-1}}$$

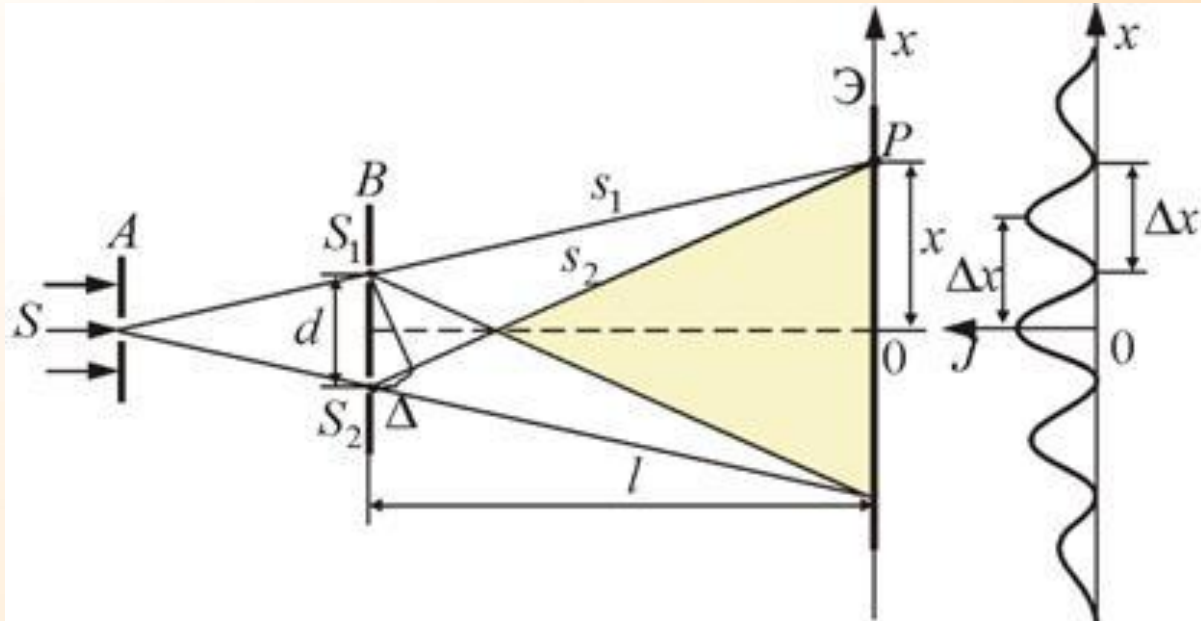


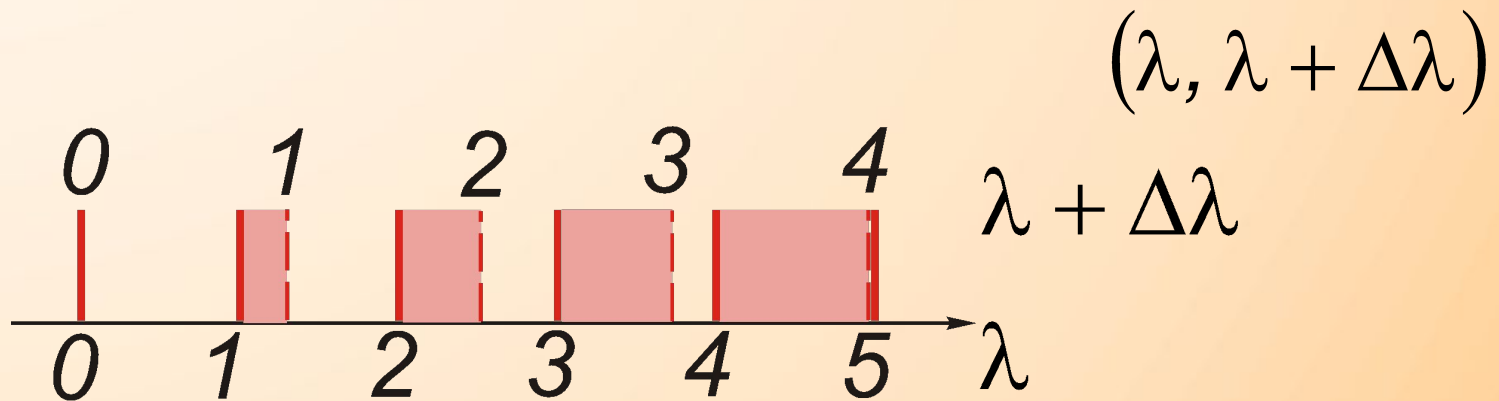
Схема опыта Юнга с узкими щелями

4. Длина и ширина когерентности.

1. Длина когерентности – интервал вдоль направления распространения волны, на котором сохраняются условия когерентности

$$l_{\text{КОГ}} \approx m\lambda$$

m - максимальный порядок интерференции, соответствующий еще видимой светлой полосе.



$$m(\lambda + \Delta\lambda) \approx (m + 1)\lambda$$

$$m \approx \lambda / \Delta\lambda$$

$\lambda/\Delta\lambda$ - характеризует степень монохроматичности

$$l_{\text{КОГ}} \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \quad (10)$$

Солнечный свет: $l_{\text{КОГ}} \approx 5\lambda$

Свет лазеров $l_{\text{КОГ}}$ - порядка сотен метров

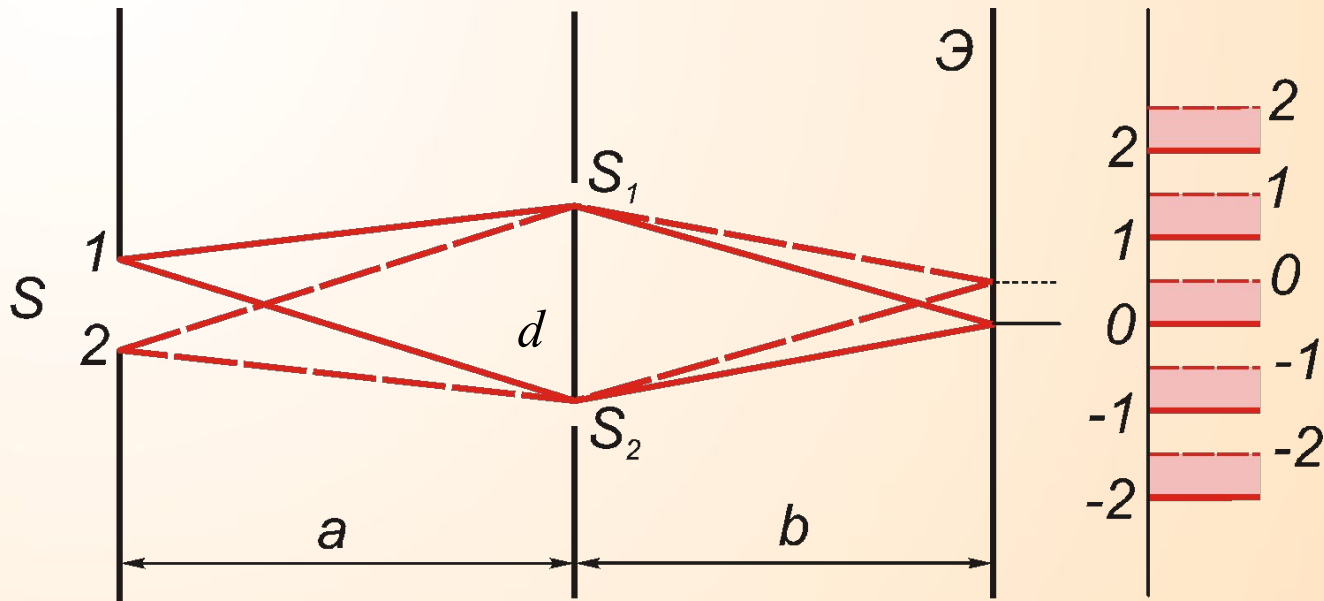
Условие наблюдения интерференции: $\Delta < l_{\text{КОГ}}$

Время когерентности:

промежуток времени, в течение которого случайные изменения фазы световой волны в данной точке $\sim \pi$

$$\tau_{\text{КОГ}} = l_{\text{КОГ}} / c$$

2. Ширина когерентности.



Интерференционная картина исчезает при:

$$S \approx \Delta x$$

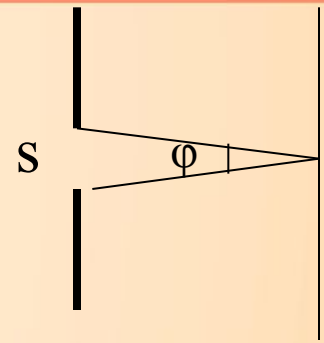
Ширина когерентности – характерное для данной установки расстояние между точками поверхности, перпендикулярной направлению распространения волны.

Условие некогерентности источников S_1 и S_2

$$h_{\text{ког}} \approx d$$

$$\Delta x = \frac{\lambda l}{d}$$

$$h_{\text{КОГ}} \approx d = \frac{\lambda l}{\Delta x} \approx \frac{\lambda l}{s} = \frac{\lambda}{s/l} = \frac{\lambda}{\varphi}$$



φ —угловая ширина источника (щели) относительно диафрагмы

$$h_{\text{КОГ}} \approx \frac{\lambda}{\varphi} \quad (11)$$

Солнце

$$\varphi \approx 0,01 \text{ рад}, \quad \lambda \approx 0,5 \text{ мкм} \quad \Rightarrow \quad h_{\text{КОГ}} \approx 0,05 \text{ мм}$$

Условия наблюдения интерференции:

- Длина когерентности $l_{\text{КОГ}}$ превышает оптическую разность хода Δ складываемых колебаний (хотя бы в два раза):

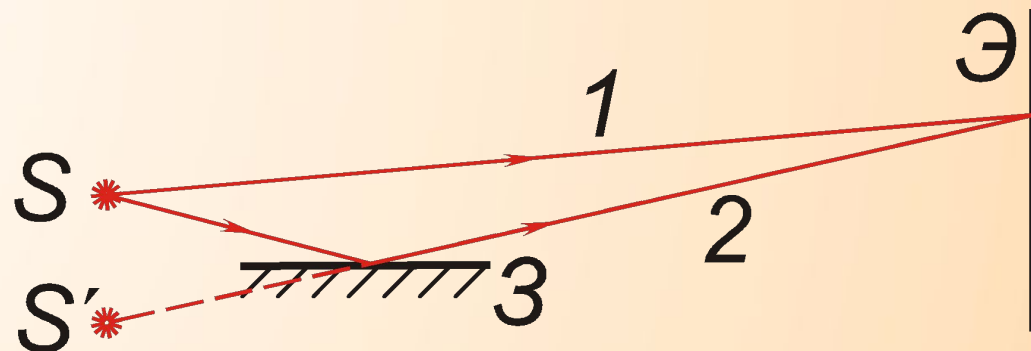
$$l_{\text{КОГ}} \geq 2\Delta$$

- Ширина когерентности $h_{\text{КОГ}}$ превышает расстояние d между щелями (хотя бы в два раза):

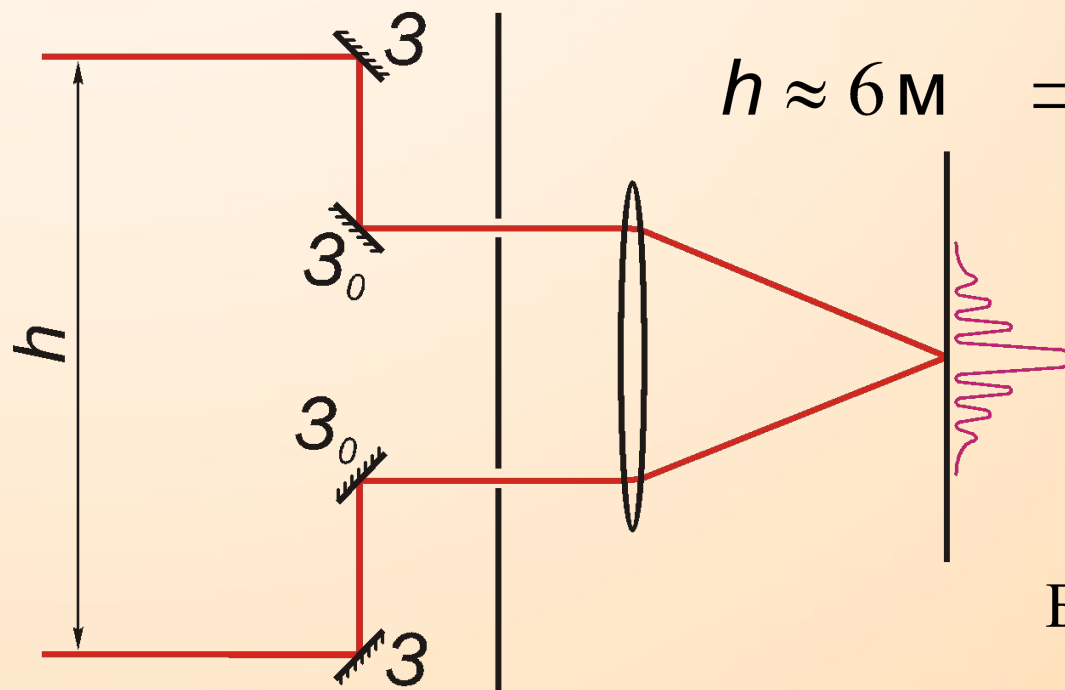
$$h_{\text{КОГ}} \geq 2d$$

5. Некоторые интерференционные схемы.

Зеркало Ллойда



Звездный интерферометр Майкельсона



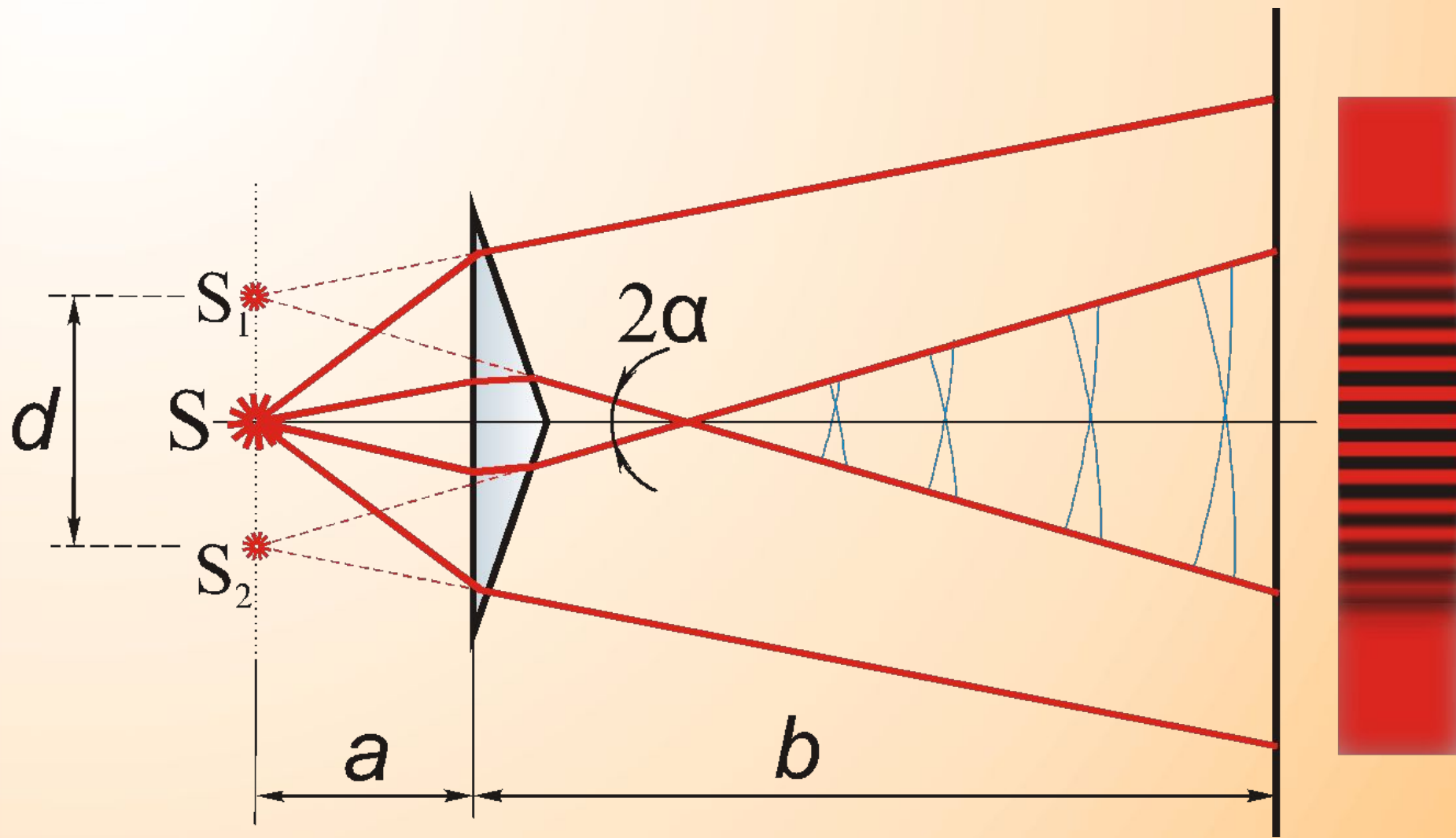
$$h \approx 6 \text{ м} \Rightarrow \varphi \approx 0,02 \text{ угл. сек.}$$

Определение угловых размеров звезд путем измерения ширины когерентности

Бетельгейзе (0,047 угл. с.)

Бетельгейзе - одна из первых звёзд, для которых был измерен видимый с Земли угловой диаметр с помощью астрономического интерферометра по измерениям Майкельсона и Физо (13 декабря 1920 г.), угловой диаметр Бетельгейзе составляет 0.047 угл.сек. Впоследствии обнаружили, что он изменяется. Расстояние до Бетельгейзе не известно с достаточной точностью, но если оно, как предполагается, составляет 650 световых лет, то диаметр звезды в ходе её пульсаций изменяется от 500 до 800 диаметров Солнца.

Бипризма Френеля



$$l = a + b$$

$$d = a \cdot 2\alpha$$

Ширина интерференционной полосы:

$$\Delta x = \frac{\lambda l}{d} = \frac{\lambda}{2\alpha} \left(1 + \frac{b}{a} \right)$$

Δx тем больше, чем больше расстояние b от бипризмы до экрана

Максимальное число интерференционных полос на экране, где зона интерференции $x = b \cdot 2\alpha$, равно:

$$N_{max} = \frac{x}{\Delta x} = \frac{4\alpha^2}{\lambda} \cdot \frac{ab}{a+b}$$

Степень монохроматичности:

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} \geq N_{max} = \frac{4\alpha^2}{\lambda} \cdot \frac{ab}{a+b}$$

Задача 2

В опыте с бипризмой Френеля расстояние между мнимыми изображениями источника равно 0,5 мм, расстояние от них до экрана равно 5 м. В желтом свете ширина интерференционной полосы составляет 6 мм. Найти длину волны желтого света.

Дано:

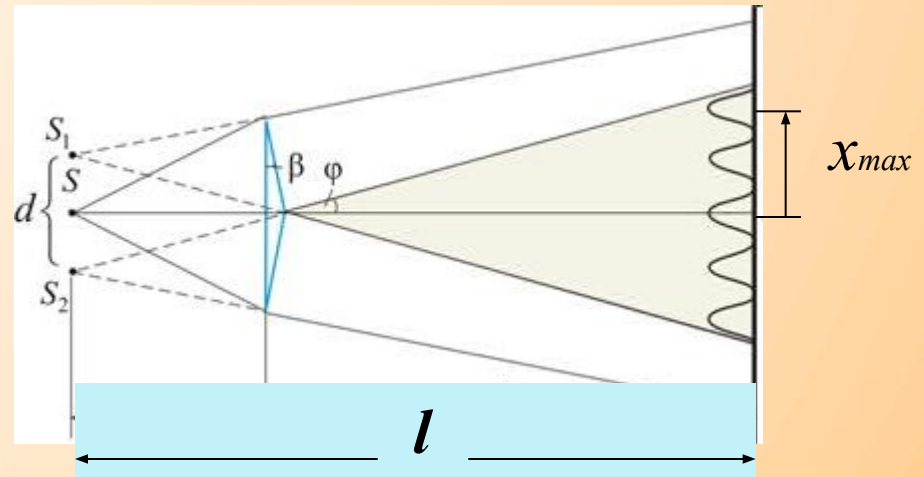
$$d = 0,5 \text{ мм} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

$$l = 5 \text{ м}$$

$$\Delta x = 6 \text{ мм} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$\lambda - ?$$

Решение



Условие макс интерференции: $\Delta = \pm m\lambda$ (m=0,1,2,3...)

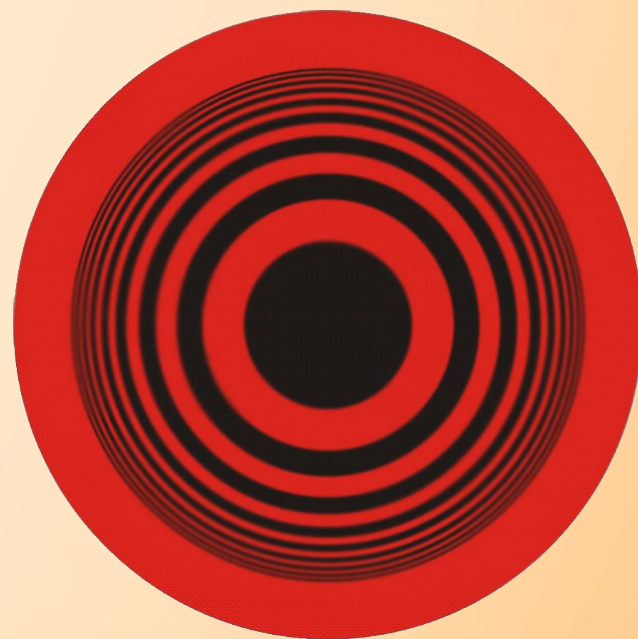
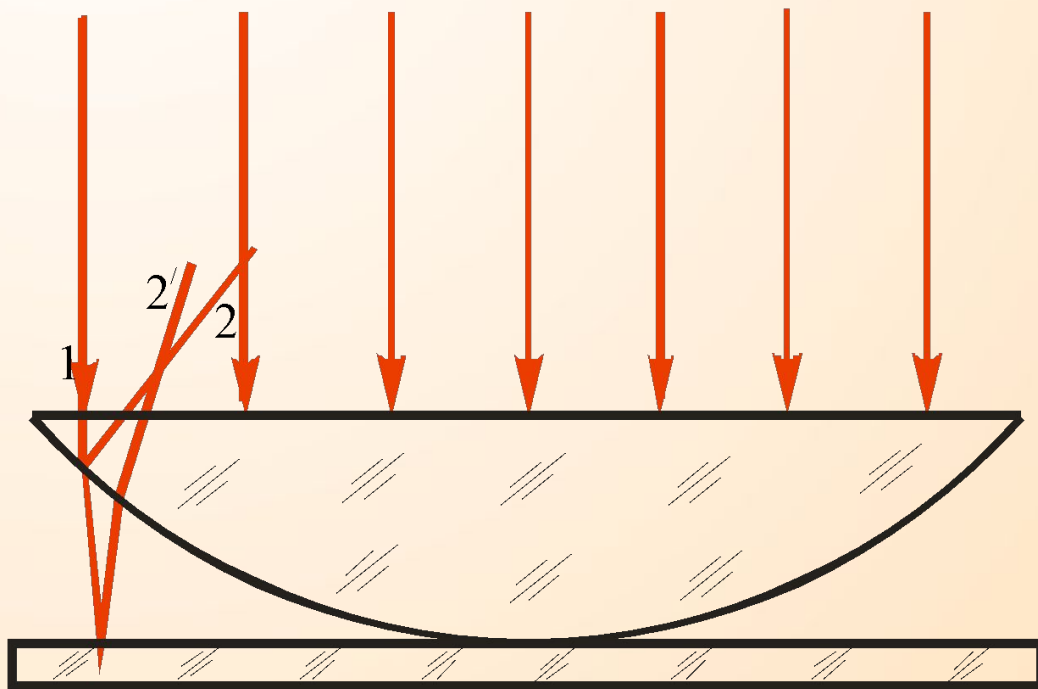
Оптическая разность хода: $\Delta = \frac{xd}{l}$

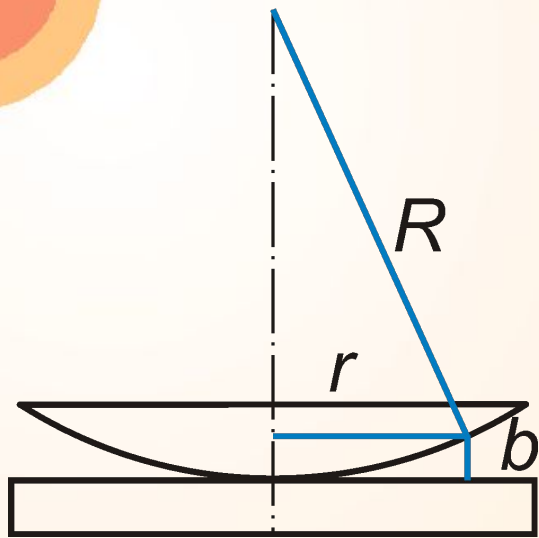
$$\frac{xd}{l} = \pm m\lambda \quad x_{\max} = \pm m \frac{l}{d} \lambda \quad \text{- положение макс m-го порядка}$$

Ширина интерференционной полосы: $\Delta x = \frac{l}{d} \lambda$

$$\lambda = \frac{\Delta xd}{l} \quad \lambda = \frac{6 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{5} = 0,6 \text{ мкм}$$

Кольца Ньютона





Темные кольца

$$\Delta = 2b + \frac{\lambda}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$$

$$2b = m\lambda$$

$$r^2 = R^2 - (R - b)^2$$

$$b \ll R \Rightarrow r^2 = 2bR$$

$$r_{m\text{темн}} = \sqrt{m\lambda R} \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (12)$$

Светлые кольца

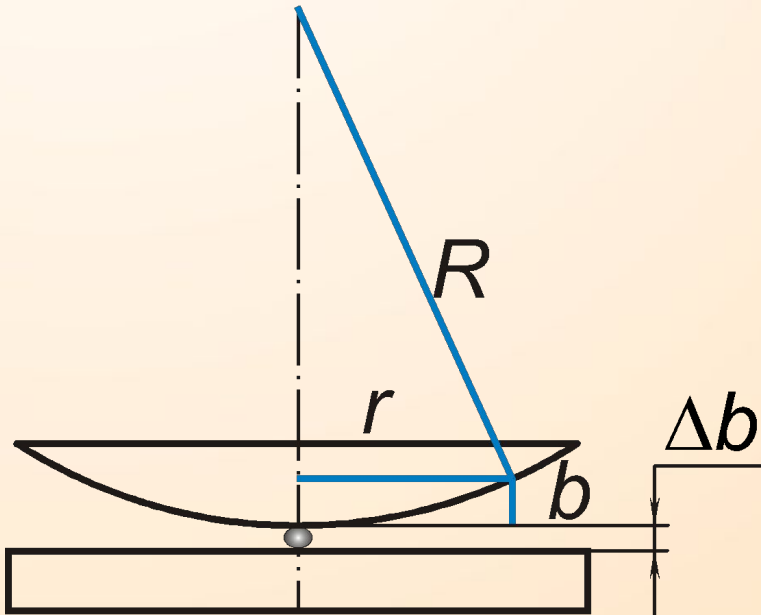
$$\Delta = 2b + \frac{\lambda}{2} = m\lambda$$

$$r_{km} = \sqrt{\frac{kR\lambda}{n}}$$

$$r_{m\text{светл}} = \sqrt{(m - 1/2)\lambda R} \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (13)$$

Задача 3

Плоско-выпуклая стеклянная линза с радиусом кривизны R лежит на стеклянной пластине, причем из-за попадания пылинки между линзой и пластинкой нет контакта. Диаметры N_1 -го и N_2 -го темных колец в отраженном свете равны соответственно d_1 и d_2 . Найти длину волны света.



$$2(b + \Delta b) = m\lambda \qquad 2bR = r^2$$

$$\begin{aligned} r_2^2 - r_1^2 &= R(2b_2 - 2b_1) = \\ &= R(m_2 - m_1)\lambda = R(N_2 - N_1)\lambda \end{aligned}$$

$$\lambda = \frac{d_2^2 - d_1^2}{4(N_2 - N_1)R}$$

Задача 4

Между стеклянной пластиной, и лежащей на ней плосковыпуклой линзой находится жидкость. Найти показатель преломления жидкости, если радиус третьего темного кольца Ньютона при наблюдении в отраженном свете с длиной волны $0,5 \text{ мкм}$ равен $0,8 \text{ мм}$. Радиус кривизны линзы равен $0,64 \text{ м}$.

Дано:

$$r_{km} = 0,8 = 0,8 \cdot 10^{-3}$$

$$k = 3$$

$$\lambda = 0,5 \text{ мкм} = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$R = 0,64$$

$$n - ?$$

Радиус темных колец Ньютона:

$$r_{км} = \sqrt{\frac{kR\lambda}{n}} \quad (1)$$

Преобразуем выражение (1):

$$r_{км}^2 = \frac{kR\lambda}{n} \quad \Rightarrow \quad n = \frac{kR\lambda}{r_{км}^2} \quad (2)$$

Подставим в формулу (2) значения величин:

$$n = \frac{3 \cdot 0,64 \text{ м} \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}}{(0,8 \cdot 10^{-3})^2 \text{ м}^2} = \underline{1,5}$$

Интерферометр Рэлея.



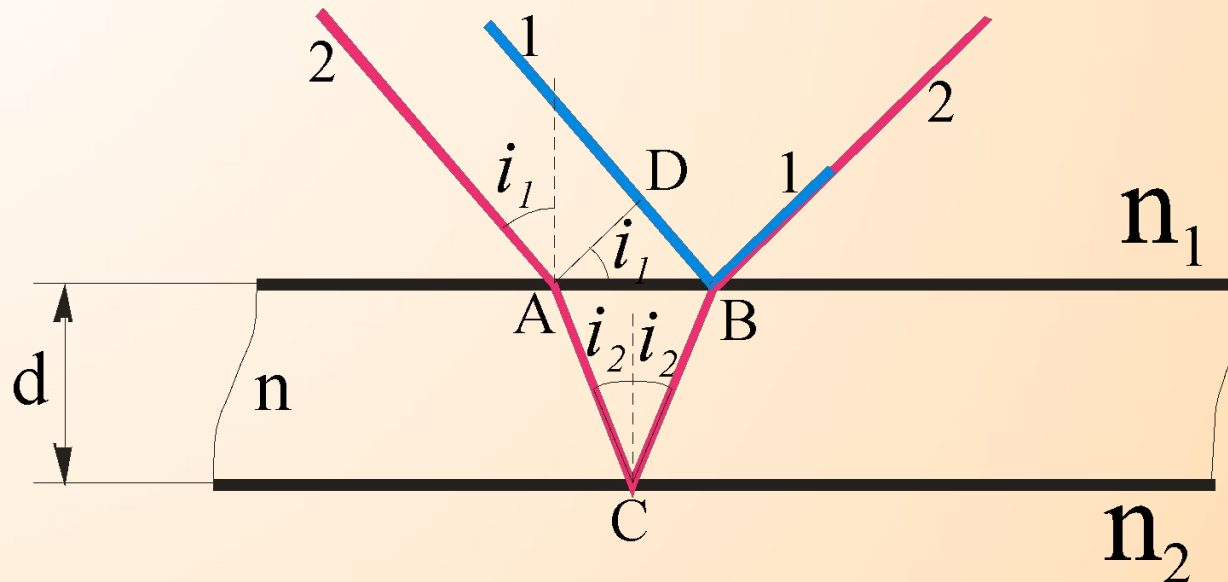
Определение показателя преломления n среды в одной из трубок.

$$\Delta = N\lambda$$

$$ln - ln_0 = N\lambda$$

$$n = n_0 + \frac{N\lambda}{l}$$

6. Интерференция в тонких пленках



Оптическая разность хода: $\Delta_1 = n \cdot AC + n \cdot BC - n_1 \cdot DB$

$$AC = BC = \frac{d}{\cos i_2}$$

$$DB = 2d \cdot \operatorname{tgi}_2 \cdot \sin i_1$$

$$\Delta_1 = \frac{2dn}{\cos i_2} - 2dn_1 \cdot \operatorname{tgi}_2 \cdot \sin i_1 =$$

$$= 2d \frac{n^2 - n_1 n_2 \sin i_1 \sin i_2}{n \cos i_2}$$

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{n}{n_1}$$

закон
преломления

$$n_1 \sin i_1 = n \sin i_2 \quad (*)$$

$$\Delta_1 = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}$$

При нормальном падении света: $i_1 = 0 \Rightarrow \Delta_1 = 2nd$

При отражении ЭМ волны от среды с большим показателем преломления фаза отраженной волны меняется на π .

Это можно учесть путем $+$ или $-\lambda/2$ в оптической разности хода

Если $n > n_1, n_2$ или $n < n_1, n_2 \Rightarrow \Delta_2 = -\frac{\lambda_0}{2}$

$$\Delta = \sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \frac{\lambda_0}{2}$$

При нормальном падении света: $i_1 = 0 \Rightarrow \Delta = 2nd - \frac{\lambda_0}{2}$

Если $n_1 < n < n_2 \Rightarrow \Delta_2 = 0$

Если $n_1 > n > n_2 \Rightarrow \Delta_2 = 0$

Если $n > n_1, n_2$ или $n < n_1, n_2 \Rightarrow \Delta_2 = -\frac{\lambda_0}{2}$

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \frac{\lambda_0}{2} \quad (14)$$

При нормальном падении света: $i_1 = 0 \Rightarrow \Delta = 2nd - \frac{\lambda_0}{2}$

Если $n_1 < n < n_2 \Rightarrow \Delta_2 = 0$

Если $n_1 > n > n_2 \Rightarrow \Delta_2 = 0$

$$\Delta = \Delta_{\max} = m\lambda_0 \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2\dots)$$

$$\Delta = \Delta_{\min} = \frac{\lambda_0}{2}(2m + 1) \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2\dots)$$

Просветление оптики

С целью уменьшения потерь света на отражение поверхность стекла покрывают тонкой пленкой. Параметры пленки (толщина d , показатель преломления n) должны удовлетворять условию \min для отраженного света.

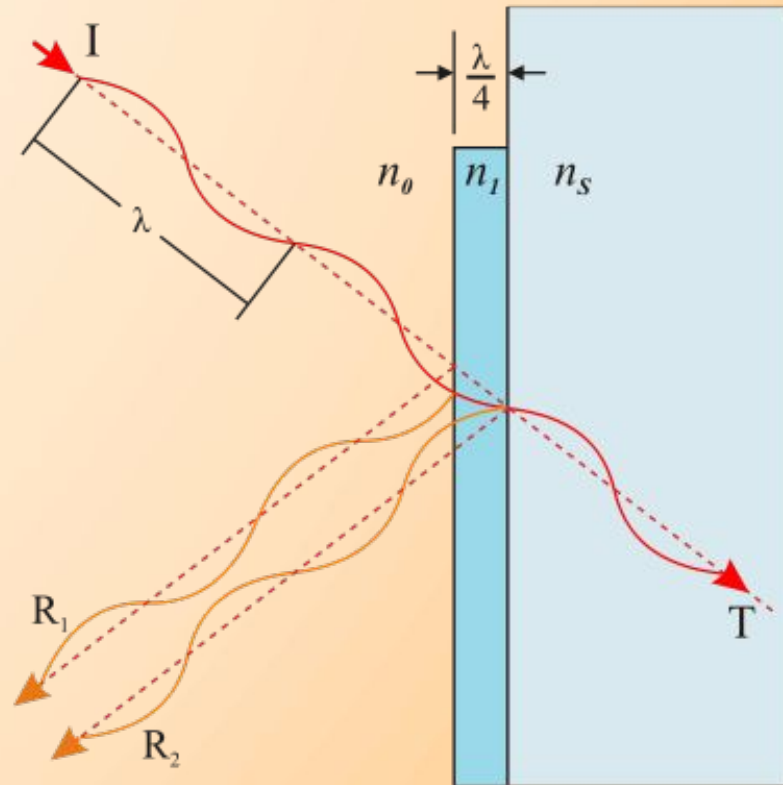
Тонкие пленки – толщина меньше длины и ширины когерентности.

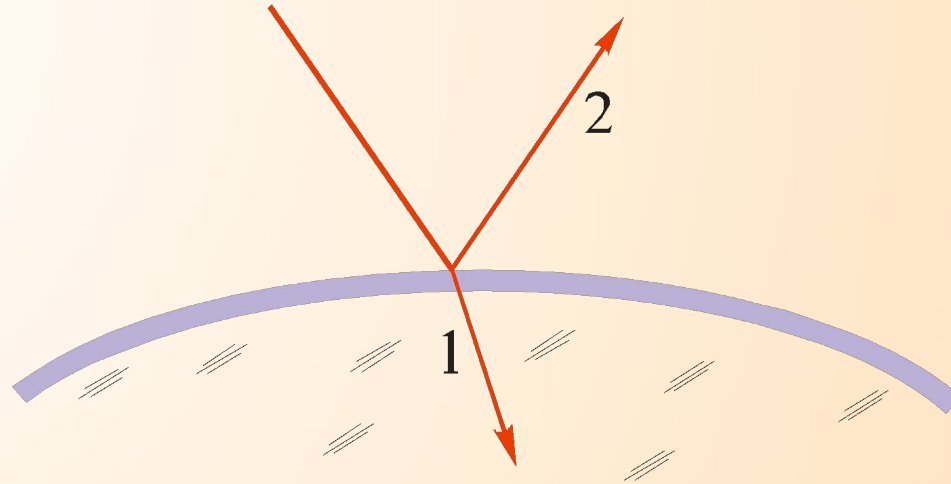
Условие \min для отраженного света:

$$\Delta = 2dn = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}$$

$$2dn = \frac{\lambda_0}{2} \quad (m=0)$$

$$d = \frac{\lambda_0}{4n}$$





$$n = \sqrt{n_1 \cdot n_2}$$

$$\lambda_0 = 0,555 \mu\text{m}$$



Задача 5

Для устранения отражения света от поверхности линзы на нее наносится тонкая пленка вещества с показателем преломления 1,26 меньшим, чем у стекла (просветление оптики). При какой наименьшей толщине пленки отражение света с длиной волны 0,55 мкм не будет наблюдаться, если угол падения лучей 30° ?

Дано:

$$n = 1,26$$

$$\lambda = 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$i_1 = 30^\circ \text{ С}$$

$d - ?$

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}$$

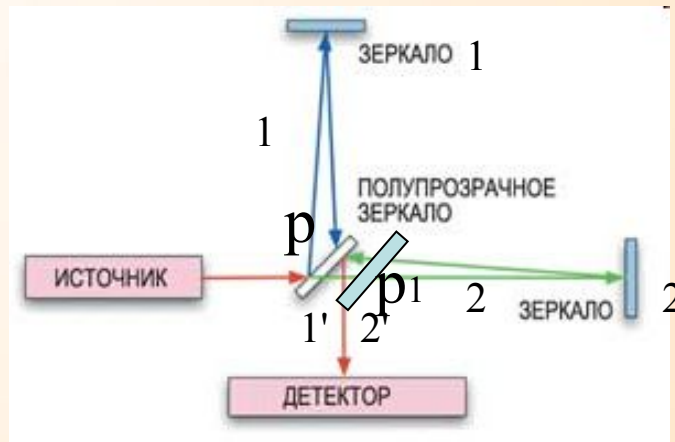
$$\Delta = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$$

$$d_k = \frac{(2k + 1)\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}}$$

$$k = 0$$

$$d = \frac{5,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}}{4\sqrt{(1,26)^2 - \sin^2 30^\circ}} = 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ м} = \underline{0,12 \text{ мкм}}$$

Интерферометр Майкельсона



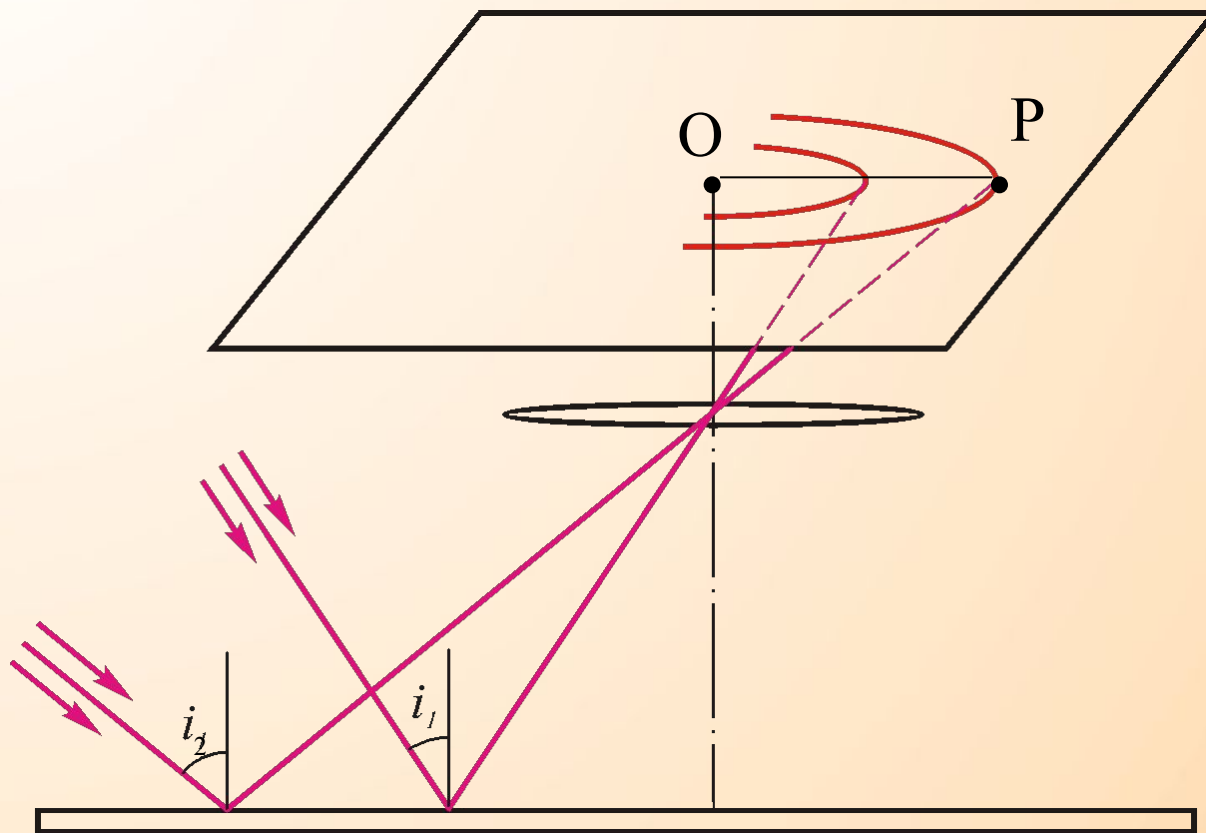
P – полупрозрачная
пластина,
 $P1$ – прозрачная пластина

Интерферометр Майкельсона обычно используется для измерения очень малых расстояний или малых изменений показателя преломления.

Майкельсон использовал свой интерферометр для постановки знаменитого опыта по проверке зависимости скорости света от направления движения луча относительно Земли.

Полосы равного наклона.

На плоскопараллельную пластину падает рассеянный свет.



Полоса данного порядка интерференции обусловлена светом, падающим на пластину под одинаковым углом i_1 , но с разных направлений.

Лучи, падающие под углом i_1 и лежащие в одной плоскости, соберутся линзой в точке Р на экране. Положение точки определяется оптической разностью хода. Лучи, падающие под тем же углом и лежащие в других плоскостях, соберутся линзой в других точках, отстоящих от центра экрана О на такое же расстояние.

Таким образом, лучи, падающие на пластину под одинаковым углом i_1 , создадут на экране совокупность одинаково освещенных точек, расположенных по окружности с центром в точке О.

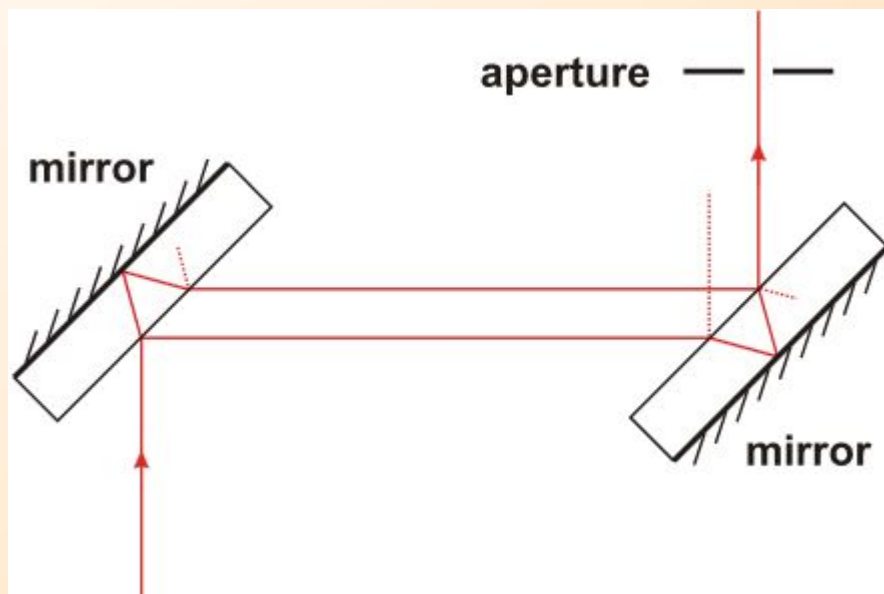
Лучи, падающие под другим углом i_2 создадут на экране совокупность одинаково освещенных точек другого радиуса (иная разность хода).

На экране возникает система чередующихся светлых и темных колец с общим центром в т.О

Полосы равного наклона используются для контроля качества поверхности.

Интерферометр Жамена -

двухлучевой интерферометр, использовавшийся для измерения малых показателей преломления газов, предложенный Ж. Жаменом в 1856 году.



Разность хода $\Delta = 2dn(\cos \phi - \cos \psi)$,

ϕ и ψ - углы преломления

Между пластинами помещают кюветы с газами, показатели преломления которых равны n_1 и n_2 .

$$\Delta n = n_2 - n_1 = \frac{m\lambda}{\ell}.$$