

# Пирамида. Решение задач.

Выполнил: Выходцев Денис

# 302

Дано:

ABCD- пирамида

O – точка пересечения диагоналей параллелограмма

$$AB = 3 \text{ см}$$

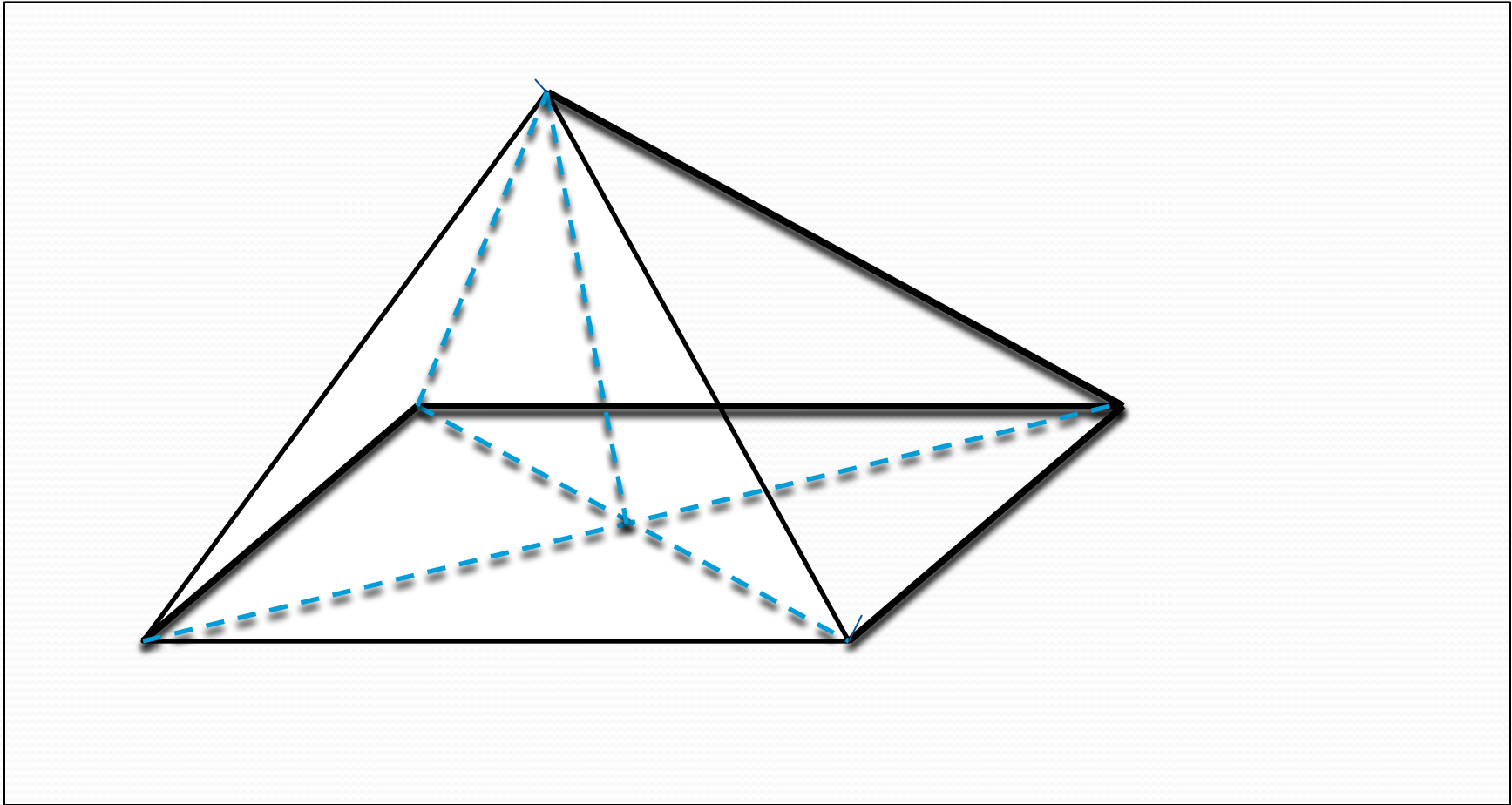
$$AD = 7 \text{ см}$$

$$AC = 6 \text{ см}$$

$$\underline{SO = 4 \text{ см}}$$

---

Найдите боковые ребра пирамиды.



# Решение:

По свойству параллелограмма найдем:

$$BO = OD \text{ и } AO = OC$$

$$BO \perp \text{пл.} ABC, SO = 4 \text{ см}$$

$$\triangle OSB = \triangle OSD \text{ ( по двум катетам), тогда } SB = SD;$$

$$\triangle AOS = \triangle COS \text{ ( по двум катетам), тогда } SB = SC;$$

$$\text{Пусть } AO = OC = \frac{1}{2} AC = 3 \text{ см, } BO = OD = x$$

Из  $\triangle ACD$  по теореме косинусов имеем:

$$AD^2 = AC^2 + CD^2 - 2 AC * CD * \cos A$$

$$7^2 = 6^2 + 3^2 - 2 * 6 * 3 * \cos A, 49 = 36 + 9 - 36 * \cos A, 36 \cos A = -4;$$

$$\cos A = -4/36 = -1/9$$

Из  $\triangle COD$  по теореме косинусов имеем:

$$x^2 = 9 + 9 + 2 * 9 * 1/9 = 18 + 2 = 20, x = 2\sqrt{5} \text{ (см)}$$

Из прямоугольного  $\triangle SOB$  по теореме Пифагора имеем:

$$SD = \sqrt{SO^2 + OD^2} = \sqrt{4^2 + 20} = \sqrt{36} = 6 \text{ (см)}$$

Из прямоугольного  $\triangle SOC$  по теореме Пифагора имеем:

$$SC = \sqrt{SO^2 + OC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ (см)}, SC = SA = 5 \text{ (см)}$$

Ответ: 5 см 5 см 6 см 6 см

Дано:

$DABC$  – пирамида,

$DA \perp ABC$ ,

$AB = AC = 25 \text{ см}$ ,

$BC = 40 \text{ см}$ ,

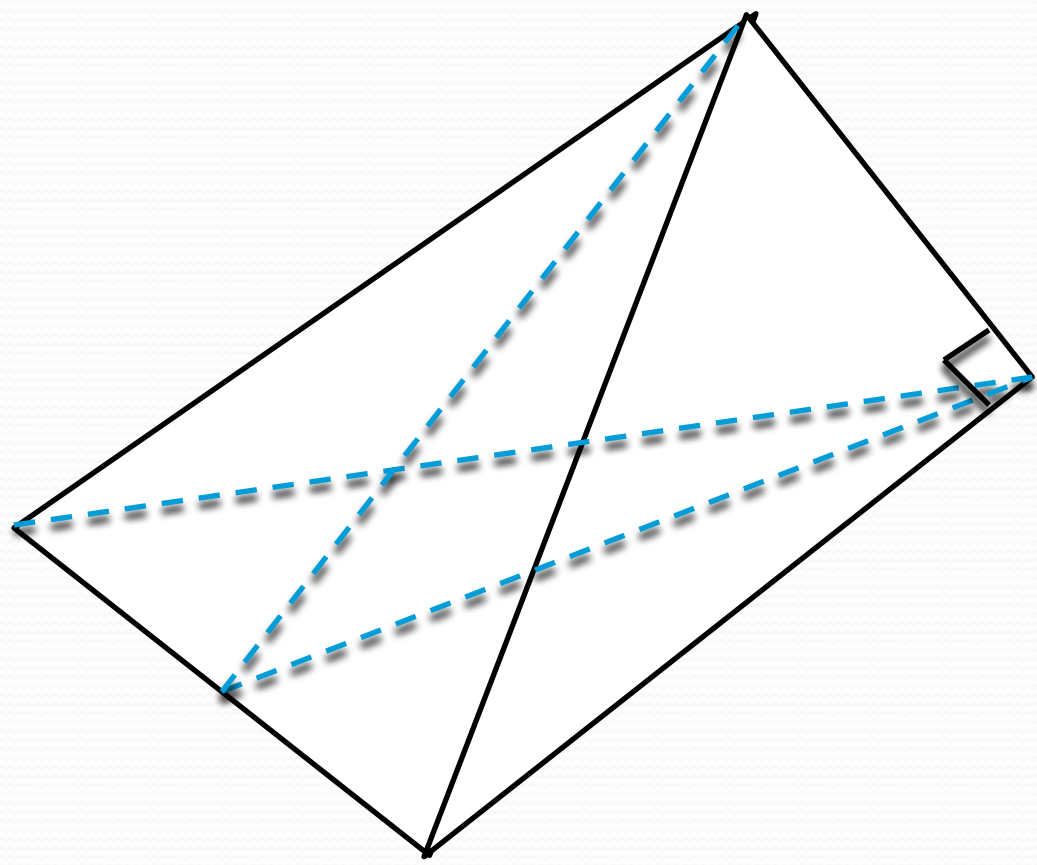
$DA = 8 \text{ см}$ .

---

Найти  $S_{\text{бок}}$



1



# Решение:

$$S_{\text{бок}} = S_{ABD} + S_{ADC} + S_{BDC};$$

$$S_{\text{бок}} = S_{ADC} = DH \cdot AC / 2 = 8 \cdot 25 / 2 = 100 (\text{см}^2)$$

Из  $\triangle ABD$  по т. Пифагора имеем:

$$BD = \sqrt{AB^2 + DA^2} = \sqrt{25^2 + 8^2} = \sqrt{689} (\text{см}).$$

Из  $\triangle BDM$  по т. Пифагора имеем:

$$AB^2 + DA^2 = \sqrt{25^2 + 8^2} = \sqrt{689} (\text{см}).$$

$$DM^2 = BD^2 - BM^2 = 689 - 400 = 289,$$

$$DM = 17$$

$$S_{BDC} = (DM \cdot BM) \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 = 17 \cdot 20 = 340 (\text{см}^2)$$

$$S_{\text{бок}} = 100 + 100 + 340 = 540 (\text{см}^2)$$

Ответ:  $540 \text{ см}^2$

# 311

Дано:

$DABC$  = пирамида,

$ADC$  – основание,

$AC=13$  см,

$AB=15$  см,

$CB=14$  см,

$AD \perp ABC$ ,

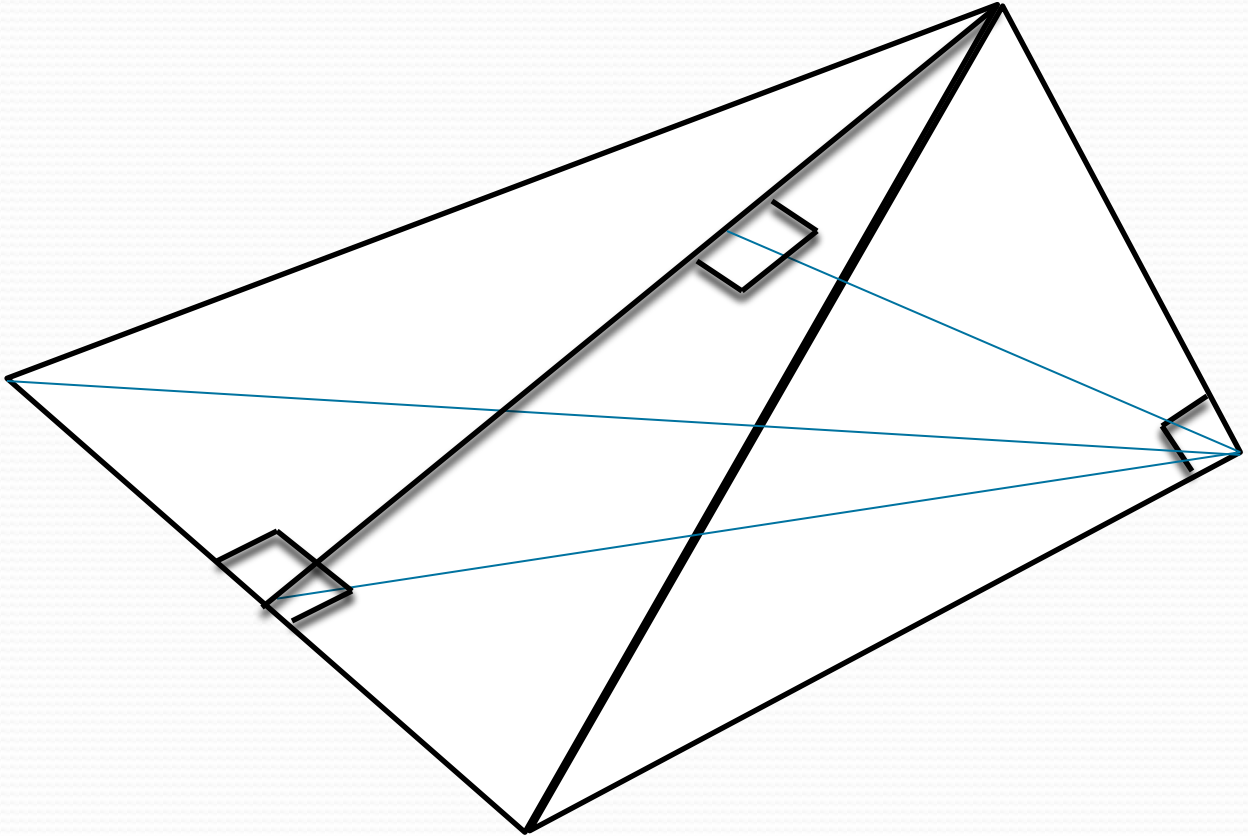
$AD=9$  см.

---

a) найти  $S_{\text{п.п.}}$

b) АК





# Решение:

$\triangle DAB$  и  $\triangle DAC$  – прямоугольники;

$$S_{BDA} = \frac{1}{2} DA * BA = \frac{1}{2} * 9 * 15 \text{ (см}^2\text{)}, S_{CDA} = \frac{1}{2} DA * CA = \frac{1}{2} * 9 * 13 \text{ (см}^2\text{)}.$$

По формуле Герона имеем:

$$S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \text{ где } a = 14, b = 15, c = 13, \text{ а } p = (AB + AC + CB) / 2 = (13 + 14 + 15) / 2 = 21 \text{ (см)};$$

Построим  $AK \perp BC$  и отрезок  $DK$ . По теореме о 3-х перпендикулярах имеем  $DK \perp BC$ . Проведем в плоскости  $ADK$  отрезок  $AH \perp DK$

$AH \perp DK$  – по построению, и  $AH \perp BC$ , т.к.  $AH$  принадлежит пл. $ADK$  то пл. $ADK \perp BC$ .

$AH$  перпендикулярна двум пересекающимся прямым плоскости  $BKD$ , а значит  $AH \perp$  пл. $BKD$ .

Итак, точка Н принадлежит, а DK - высота грани DBC.

$$S_{DBC} = \frac{1}{2} BS * DK.$$

Из  $\triangle ADK$  по т. Пифагора имеем  $DK = \sqrt{DA^2 + AK^2} = \sqrt{81 + AK^2}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} AK * BC = \frac{1}{2} AK * 14$ , следовательно,  $\frac{1}{2} AK * 14 = 84$ ,  $AK = 12$  (см), тогда  $DK = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225} = 15$ (см),

$$S_{DBC} = \frac{1}{2} * 14 * 15 = 7 * 15 = 105 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Итак,  $S_{\text{п.п.}} = 9 * 15 / 2 + 9 * 13 / 2 + 84 + 105 = 9 * 28 / 2 + 189 = 315 \text{ (см}^2\text{)}.$

$$KD = \sqrt{AK^2 + DA^2} = \sqrt{144+81} = \sqrt{225} = 15 \text{ (cm)}, \sin A =$$
$$DA/KD = 9/15 = 3 / 5 \text{ Из } \triangle KHA \text{ AH} = KA * \sin A = 12 *$$
$$3/5 = 36/5 = 7,2 \text{ (cm)}$$

Ответ: а)  $315 \text{ cm}^2$  ; б)  $7.2 \text{ (cm)}$ ;