

Тема

**Исследование  
напряженно-деформированного  
состояния  
в точке тела**

# Теории предельного состояния материала в локальной области

Основная задача: оценка прочности по известному напряженному состоянию.

**При линейном напряженном состоянии** → значение опасных напряжений легко установить экспериментально

(испытания образцов на простое растяжение или сжатие).

• Опасное напряжение - — соответствующее

— при **хрупком** состоянии материала;

началу разрушения  $\sigma_{on} = \sigma_v$

— при **пластичном** состоянии материала.

появлению остаточных деформаций  $\sigma_{on} = \sigma_T$

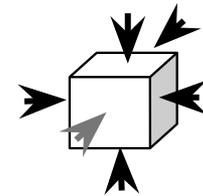
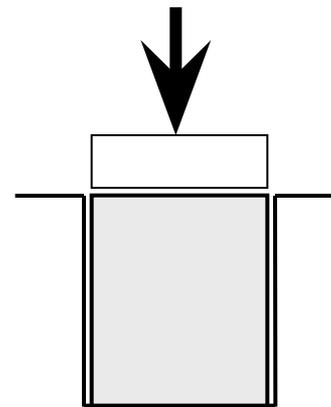
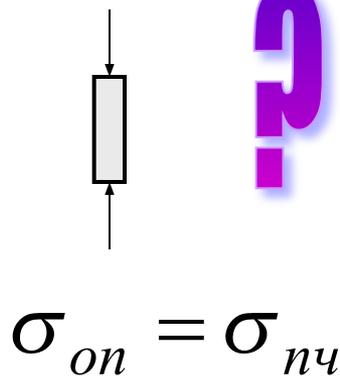
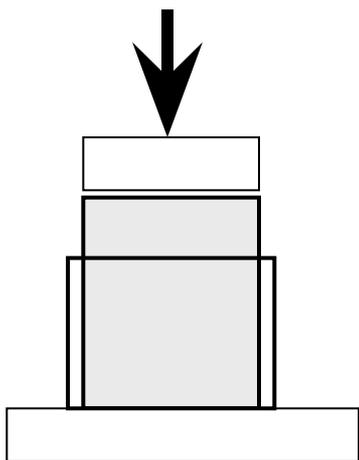
# Теории предельного состояния материала в локальной области

- Наиболее просто → при линейном напряженном состоянии → значение опасных напряжений легко установить экспериментально (испытания образцов на простое растяжение или сжатие).
- Под опасным напряжением понимают напряжения, соответствующие началу разрушения
  - при хрупком состоянии материала;
  - при пластичном состоянии материала.

$$\sigma_{он} = \sigma_{нч}$$

$$\sigma_{он} = \sigma_T$$

Прочность материала при сложном напряженном состоянии:



$$\sigma_{он} > \sigma_{нч}$$

# Теории предельного состояния материала в локальной области

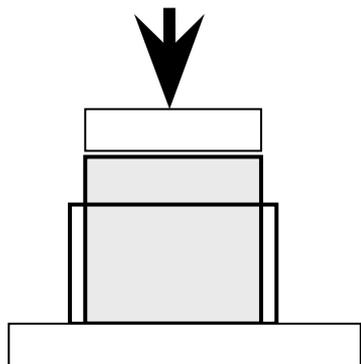
Для одного и того же материала опасное состояние может иметь место при разных значениях главных напряжений в зависимости от соотношения между ними

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2}; \frac{\sigma_1}{\sigma_3}$$

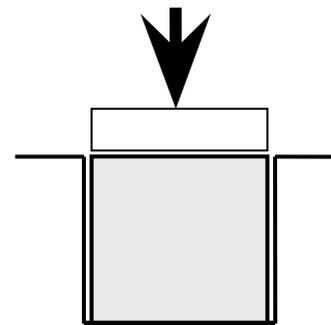
→ Серия испытаний материала при различных соотношениях главных напряжений.

**Но !!**

- трудности в практическом осуществлении подобных опытов;
- неограниченно большой объем соотношений и → испытаний.



$$\sigma_{оп} = \sigma_{нч}$$



$$\sigma_{оп} > \sigma_{нч}$$

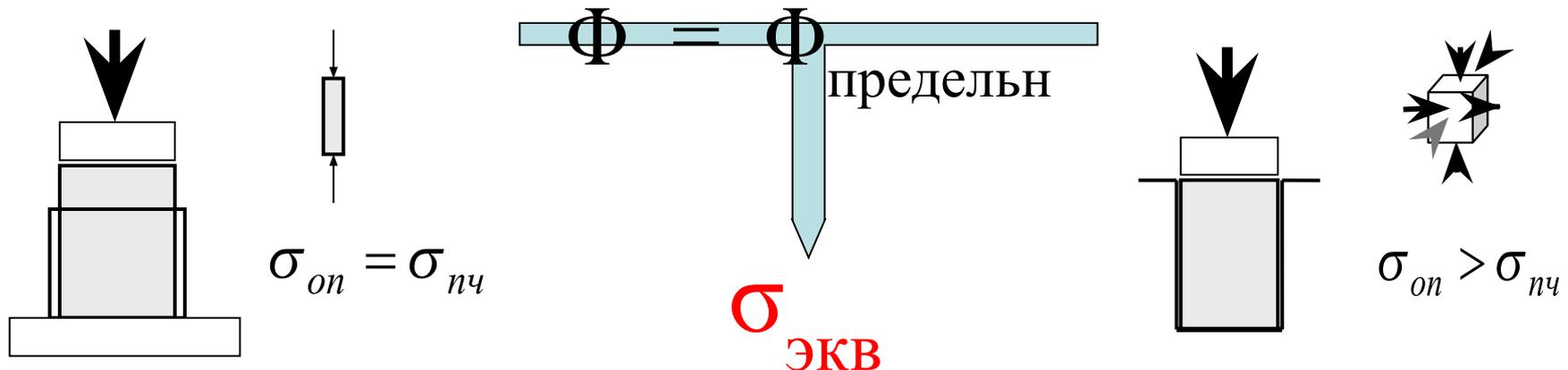
# Теории предельного состояния материала в локальной области



Прочность материала при сложном напряженном состоянии:

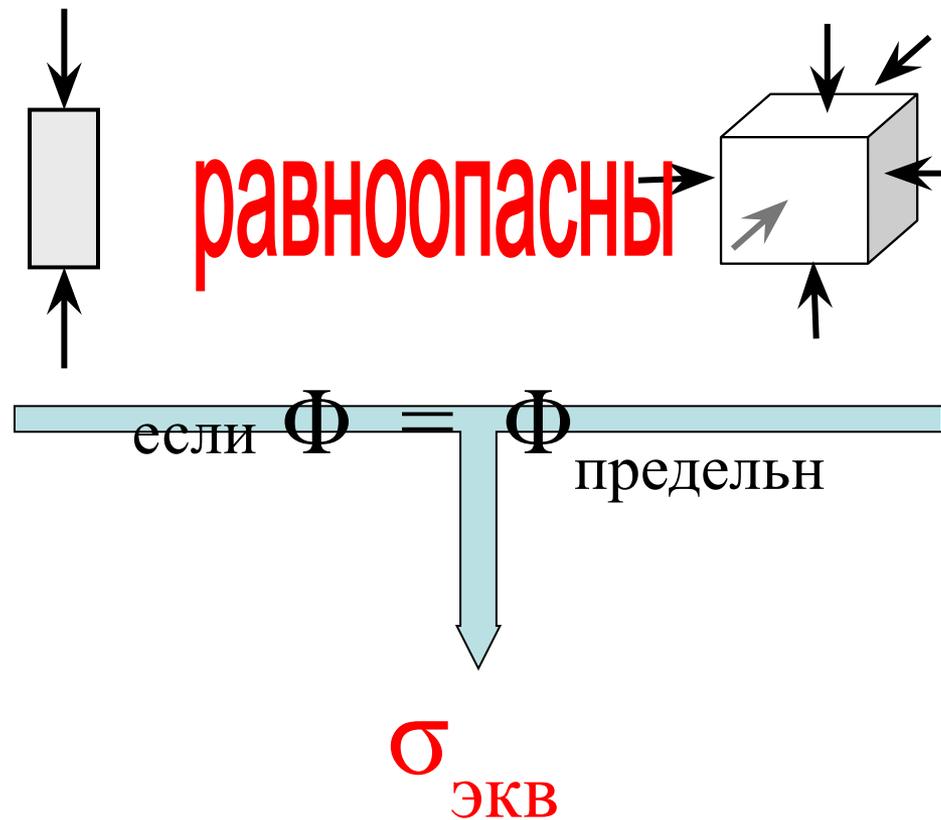
Другой путь: установление **критерия** предельного напряженно-деформированного состояния —

- вводят гипотезу о преимущественном влиянии на появление опасного состояния некоторого механического **ф**актора;
- полагают, что **независимо от вида напряженного состояния опасное состояние наступит т. и т.т., когда величина этого фактора достигнет предельного значения.**



# Теории предельного состояния материала в локальной области

Два НДС



# Первая теория прочности

$$\Phi = \sigma_1$$

- Причина наступления предельного состояния   
достижение **наибольшим нормальным напряжением**  
предельной величины.

- Усл **Независимо от вида напряженного состояния** оп  
пре **опасное состояние наступит т. и т.т., когда**  
• Усл **величина этого фактора достигнет предельного** σ  
**значения.** ]

- В случае сжатия  
то же условие сохраняется,

НО

$$\sigma_{\text{экв}} = |\sigma_3| \leq [\sigma]$$

# Первая теория прочности

$$\Phi = \sigma_1$$

- Два главных напряжения не участвуют в оценке прочности.
- Тогда как, например,
- при всестороннем сжатии материалы не обнаруживают признаков разрушения даже при напряжениях, превышающих предел прочности при сжатии.
- Дает (редко) удовлетворительные результаты для весьма хрупких материалов (кирпич, керамика)

$$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_1 \leq [\sigma]$$

$$\sigma_{\text{экв}} = |\sigma_3| \leq [\sigma]$$

# Вторая теория прочности –

$$\Phi = \varepsilon_1$$

## критерий наибольших линейных деформаций

Условие наступления предельного состояния

предельное значение

наибольшей относительной деформации

$$\varepsilon_{\text{экв}} = \varepsilon_1 = \varepsilon_{\text{он}}$$

- Условие прочности  $\varepsilon < [\varepsilon] = \varepsilon_{\text{он}}$

Независимо от вида напряженного состояния

- При опасное состояние наступит т. и т.т., когда величина этого фактора достигнет предельного значения.

- В общем случае

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 + \nu(\sigma_2 - \sigma_3)]$$

- Таким образом

$$\frac{1}{E} [\sigma_1 + \nu(\sigma_2 - \sigma_3)] \leq \frac{[\sigma]}{E}$$

$$\sigma_{\text{экв}} = [\sigma_1 + \nu(\sigma_2 - \sigma_3)]$$

# Критерий наибольших касательных напряжений

$$\Phi = \tau_{max}$$

пластичности

- ( условно – «Третья теория *прочности*»)
- Предельное состояние наступает тогда, когда опасного значения достигает наибольшее касательное напряжение.

Независимо от вида напряженного состояния опасное состояние наступит т. и т.т., когда величина этого фактора достигнет предельного значения.

Появление массовых пластических деформаций связывают со скольжением слоев атомов по некоторым плоскостям, это становится возможным, когда касательные напряжения достигают предельной величины.

# Критерий наибольших касательных напряжений

$$\Phi = \tau_{max}$$

- Условие наступления предельного состояния

$$\tau_{max} = \tau_{опас}$$

- При линейном НС

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1}{2}$$

- В общем случае НС

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \tau_{max} = \frac{\sigma_1}{2} \\ \tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \end{array} \right\} \sigma_{экв} = \sigma_1 - \sigma_3$$

- Условие прочности

$$\sigma_{экв} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$$

Не учтено влияние  $\sigma_2$

# Критерий наибольших касательных напряжений

$$\Phi = \tau_{max}$$

- Условие наступления предельного состояния

- При линейном НДС
- В общем случае НДС

$$\tau_{max} = \tau_{опс}$$

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1}{2}$$

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

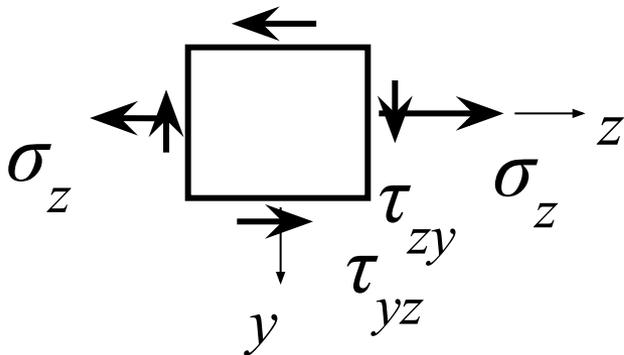
$$\sigma_{экв} = \sigma_1 - \sigma_3$$

*Не учитываем влияние  $\sigma_2$*

- Условие прочности

$$\sigma_{экв} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$$

Пример  
(НДС при изгибе)



$$\sigma_{гл} = \frac{\sigma_z}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau_{zy}^2}$$

$$\sigma_{экв} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]$$

# Энергетическая теория пластичности

$$\Phi = U_{\max}^{\text{Формы}}$$

- **Критерий** – удельная потенциальная энергия формоизменения.

$$U_0^{\text{Формы}} = U_{\text{опасн}}^{\text{Формы}}$$

- В о

Независимо от вида напряженного состояния опасное состояние наступит т. и т.т., когда величина этого фактора достигнет предельного значения.

$$U_0^{\text{Формы}} = \dots (\sigma_3)^2 ]$$

- При линейном НС

$$U_0^{\text{Формы}} = U_0 - U_0^{\text{об}} = \frac{1+\nu}{3E} \sigma^2$$

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}$$

# Энергетическая теория пластичности

$$\Phi = U_{\max}^{\text{Формы}}$$

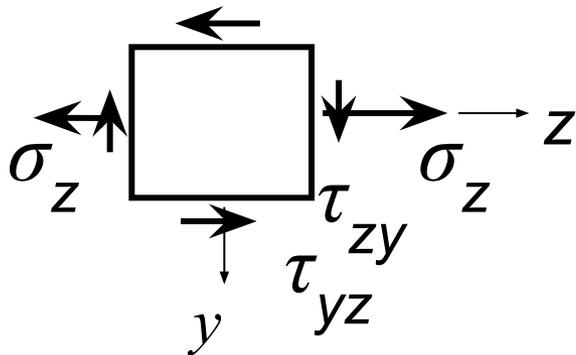
- Критерий – удельная потенциальная энергия формоизменения.

$$U_0^{\text{Формы}} = U_{\text{опасн}}^{\text{Формы}}$$

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}$$

+

$$\sigma_{\text{гл}} = \frac{\sigma_z}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau_{zy}^2}$$



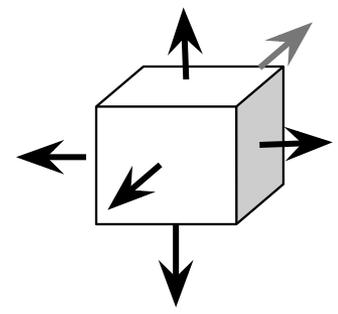
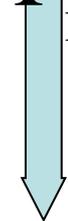
$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma]$$



**равноопасны**



предельн



$\sigma_1$	$\varepsilon_1$	$\tau_{\max}$	$U_0^{\text{Формы}}$
------------	-----------------	---------------	----------------------

$$\sigma_{\text{ЭКВ}} = \sigma_1$$

$$\sigma_{\text{ЭКВ}}^{\text{II}} = [\sigma_1 + \nu(\sigma_2 - \sigma_3)]$$

$$\sigma_{\text{ЭКВ}}^{\text{III}} = \sigma_1 - \sigma_3$$

$$\sigma_{\text{ЭКВ}}^{\text{III}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]$$

$$\sigma_{\text{ЭКВ}}^{\text{IV}} = \sigma_{\text{ЭКВ}}^{\text{IV}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma]$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}$$