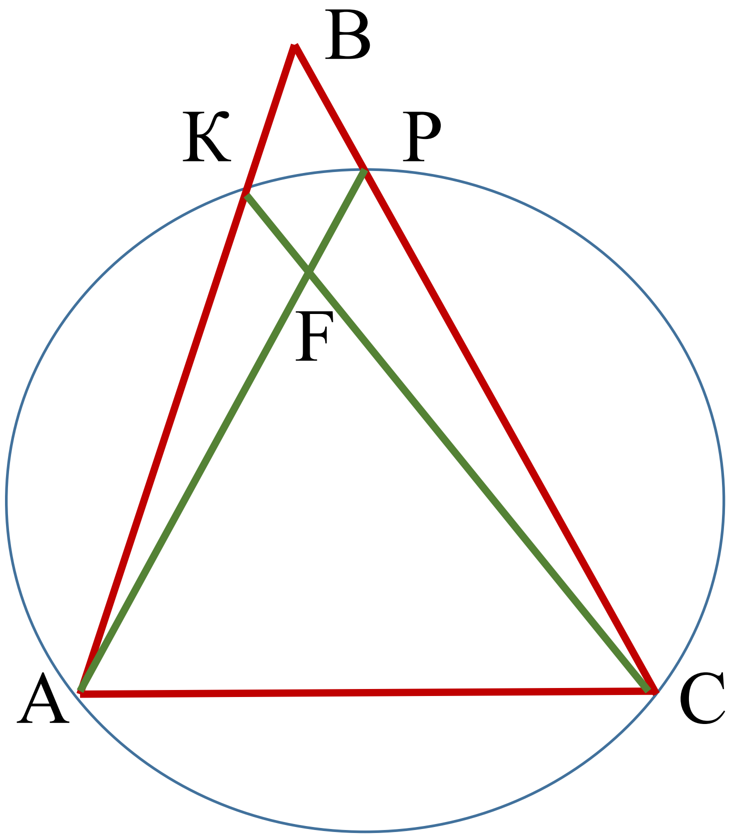
«Задачи ОГЭ и ЕГЭ по геометрии – организация итогового повторения и предупреждение ошибок учащихся»

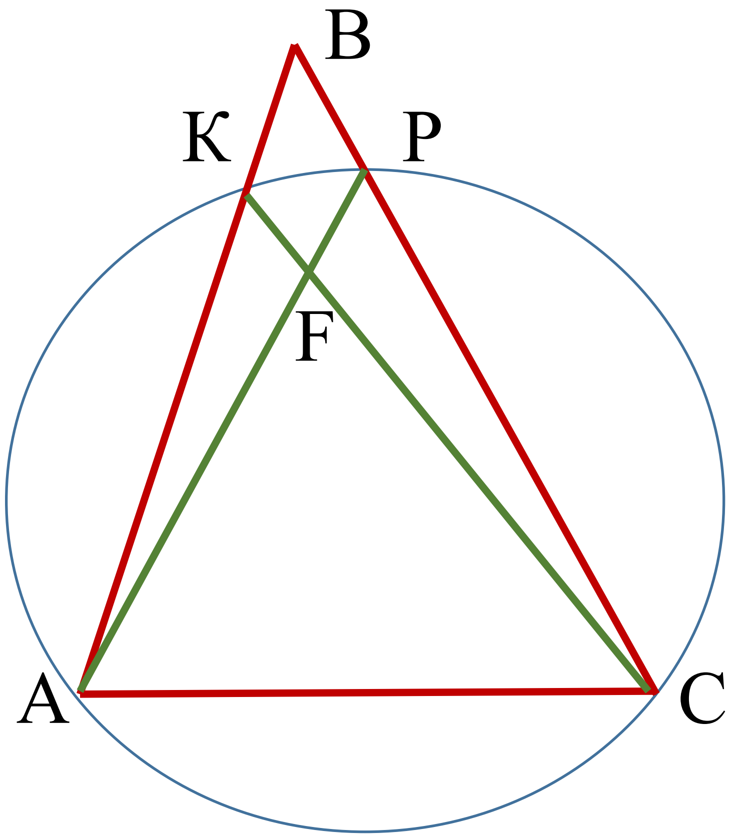
Задача 1 (вариант ОГЭ).

Окружность проходит через вершины A и C треугольника ABC и пересекает стороны AB и BC в точках K и P соответственно. Отрезки AP и KC пересекаются в точке F. Найдите радиус окружности, если угол ABC равен 7^0, угол AKC меньше угла AFC на 23^0, $AC = 12$.

Окружность проходит через вершины *A* и *C* треугольника *ABC* и пересекает стороны *AB* и *BC* в точках *K* и *P* соответственно. Отрезки *AP* и *KC* пересекаются в точке *F*. Найдите радиус окружности, если угол *ABC* равен 7^0, угол *AKC* меньше угла *AFC* на 23^0, $AC = 12$.

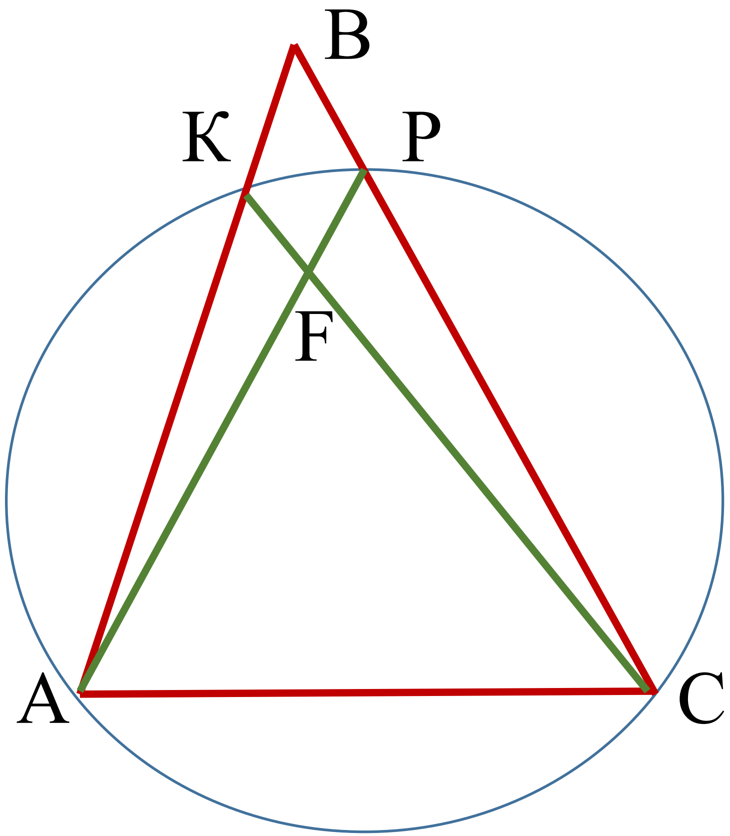


Окружность проходит через вершины A и C треугольника ABC и пересекает стороны AB и BC в точках K и P соответственно. Отрезки AP и KC пересекаются в точке F. Найдите радиус окружности, если угол ABC равен 7^0, угол AKC меньше угла AFC на 23^0, $AC = 12$.



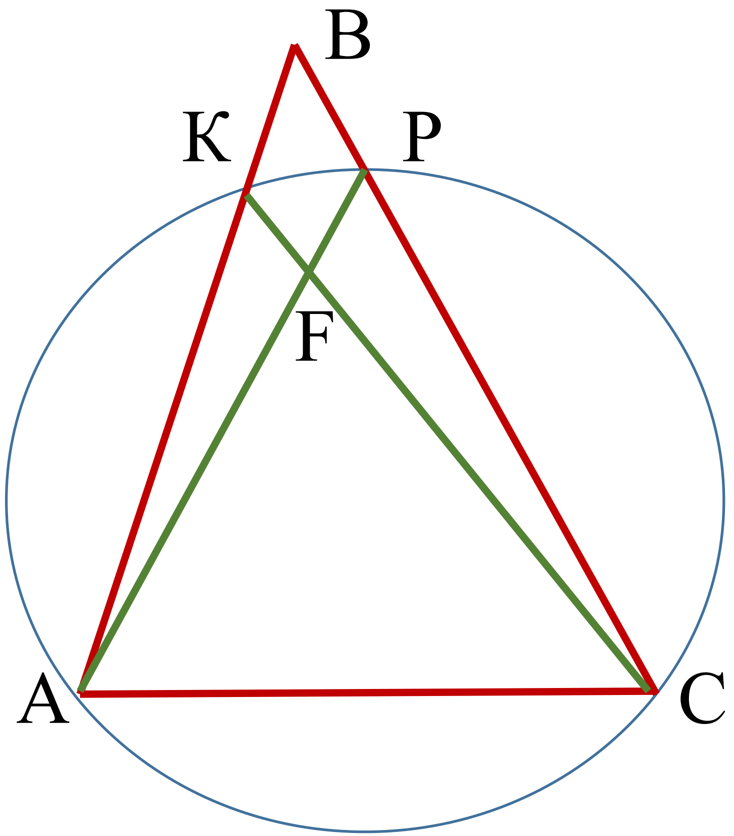
1) так как $\angle AFC - \angle AKC = 23^0$ и $\angle AFC$ – внешний угол для треугольника AKF, то $\angle AFC = \angle AKF + \angle KAF$, значит, $\angle KAF = \angle AFC - \angle AKF = 23^0 + \angle AKC - \angle AKF = 23^0$

Окружность проходит через вершины A и C треугольника ABC и пересекает стороны AB и BC в точках K и P соответственно. Отрезки AP и KC пересекаются в точке F. Найдите радиус окружности, если угол ABC равен 7^0, угол AKC меньше угла AFC на 23^0, $AC = 12$.



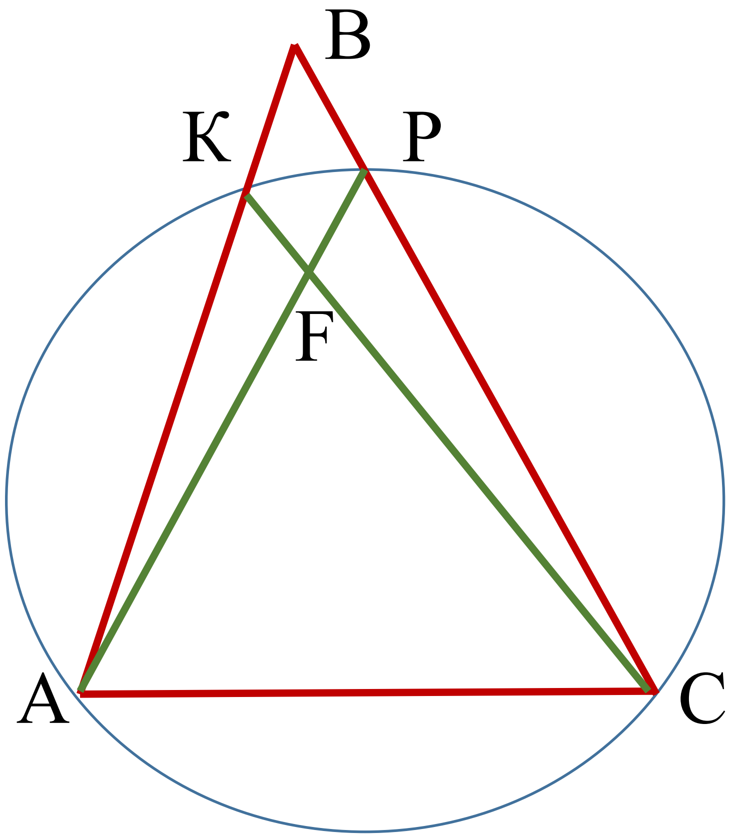
1) так как $\angle AFC - \angle AKC = 23^0$ и $\angle AFC$ – внешний угол для треугольника AKF, то $\angle AFC = \angle AKF + \angle KAF$, значит, $\angle KAF = \angle AFC - \angle AKF = 23^0 + \angle AKC - \angle AKF = 23^0$

Окружность проходит через вершины A и C треугольника ABC и пересекает стороны AB и BC в точках K и P соответственно. Отрезки AP и KC пересекаются в точке F. Найдите радиус окружности, если угол ABC равен 7^0, угол AKC меньше угла AFC на 23^0, $AC = 12$.



1) так как $\angle AFC - \angle AKC = 23^0$ и $\angle AFC$ – внешний угол для треугольника AKF, то $\angle AFC = \angle AKF + \angle KAF$, значит, $\angle KAF = \angle AFC - \angle AKF = 23^0 + \angle AKC - \angle AKF = 23^0$

Окружность проходит через вершины A и C треугольника ABC и пересекает стороны AB и BC в точках K и P соответственно. Отрезки AP и KC пересекаются в точке F. Найдите радиус окружности, если угол ABC равен 7^0, угол AKC меньше угла AFC на 23^0, $AC = 12$.



Основные ошибки

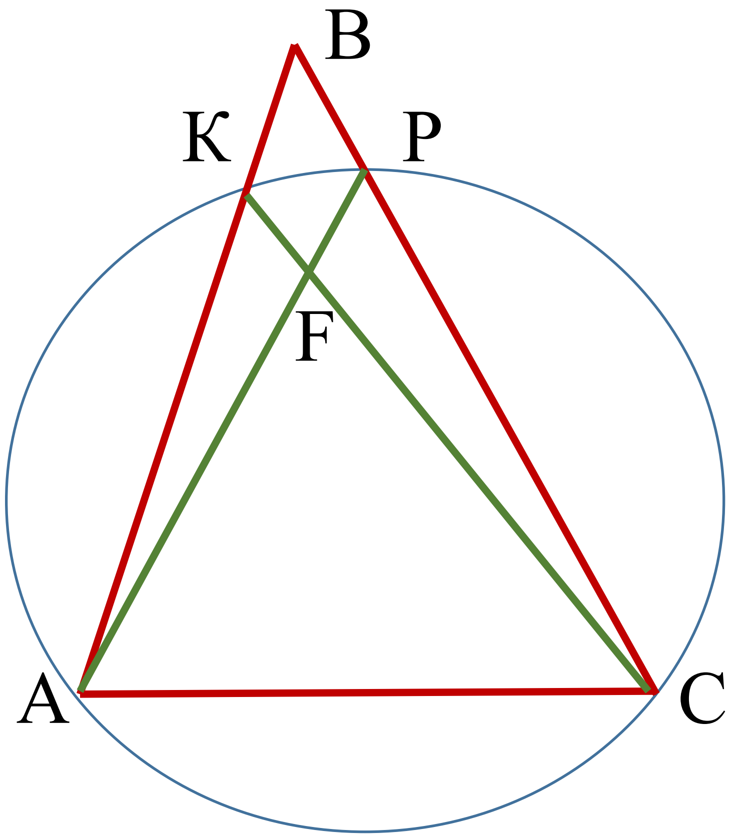
1) формула для радиуса описанной окружности применялась к треугольнику AFC (реже к ABC)

2) KBPF, в зависимости от построенного чертежа, считали либо параллелограммом, либо ромбом

3) AKPC считали трапецией

4) Точку F считали центром окружности

Окружность проходит через вершины A и C треугольника ABC и пересекает стороны AB и BC в точках K и P соответственно. Отрезки AP и KC пересекаются в точке F. Найдите радиус окружности, если угол ABC равен 7^0, угол AKC меньше угла AFC на 23^0, $AC = 12$.



Внимание к обоснованию

1) равенство (в любых вариантах) углов К и Р

2) свойство внешнего угла (если оно применяется) треугольника

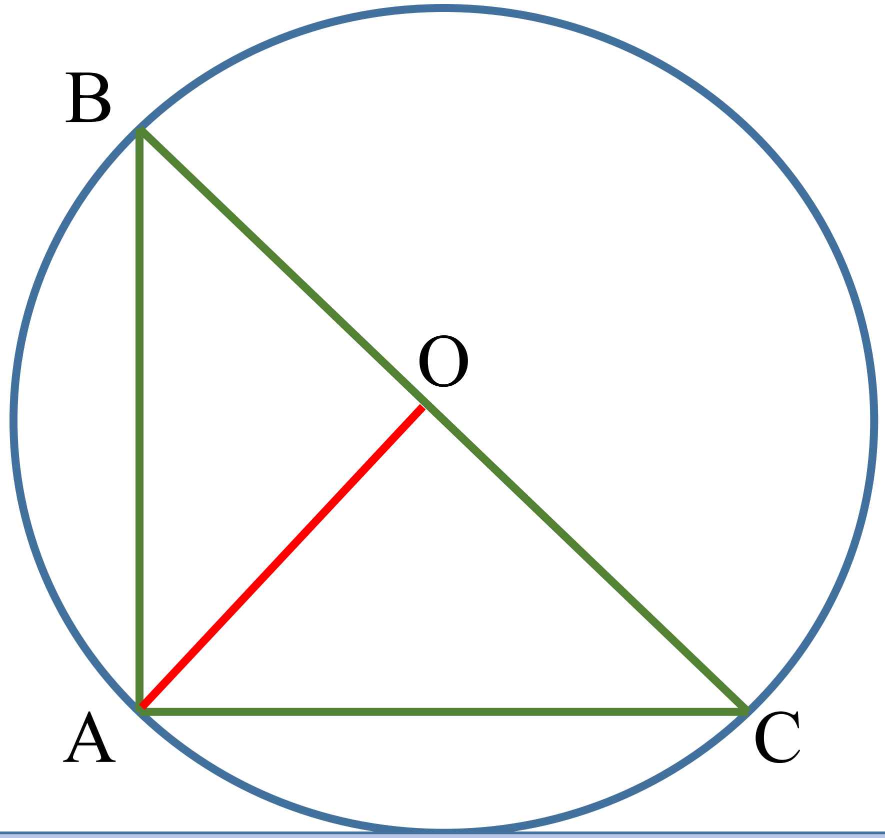
3) подобие треугольников AKF и CPF

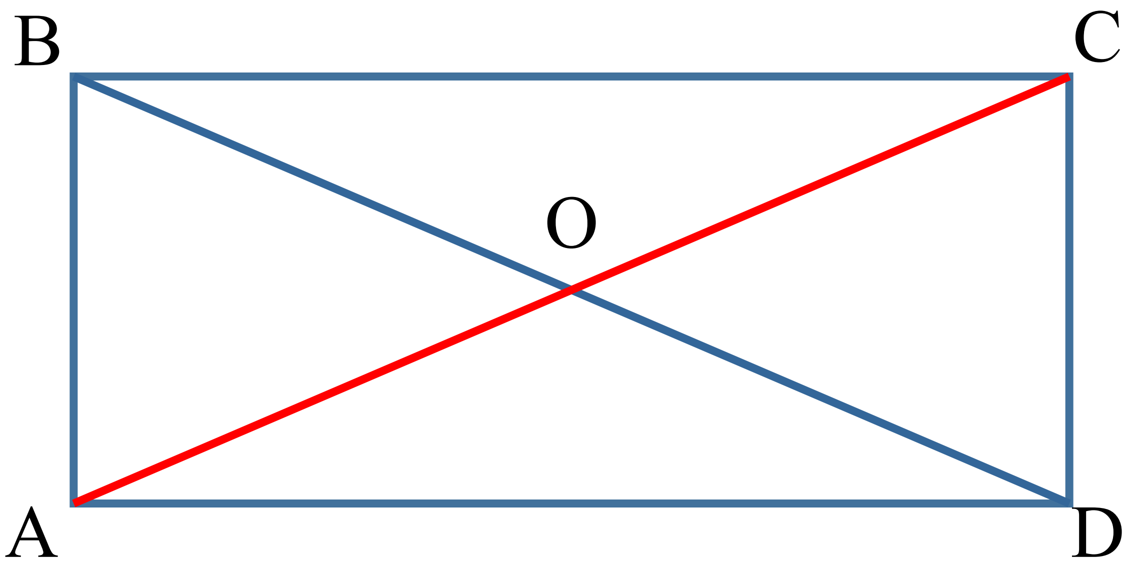
4) нашли угол Р, а применили формулу к треугольнику АКС

Задача 2 (вариант ОГЭ).

Докажите, что медиана прямоугольного треугольника, проведенная к его гипотенузе, делит данный треугольник на два равнобедренных треугольника.

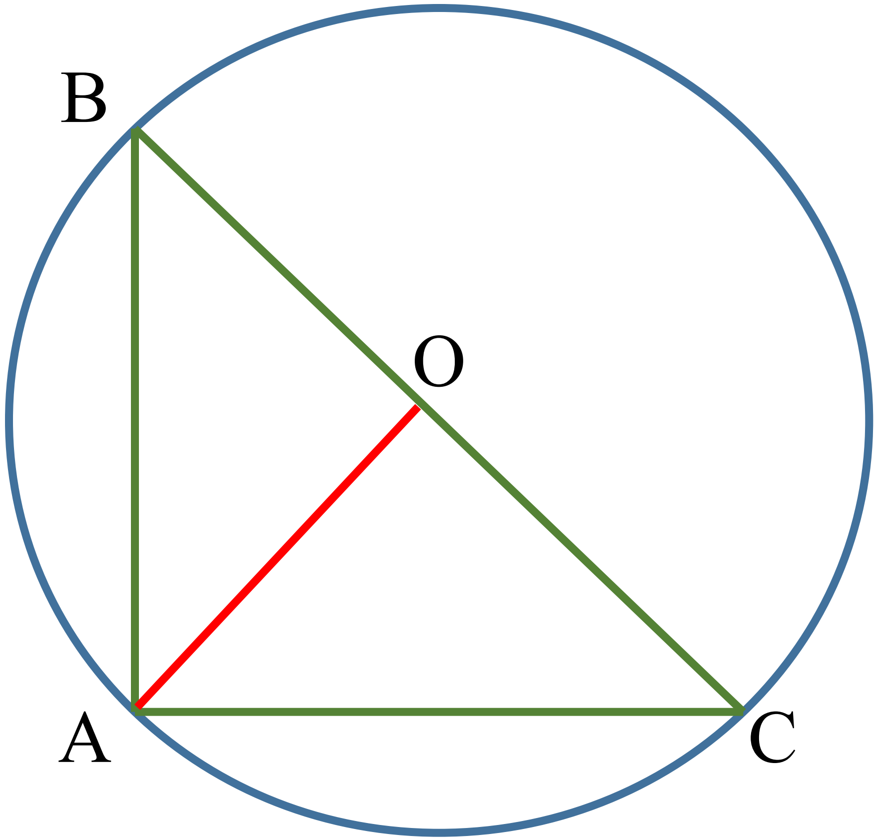
Докажите, что медиана прямоугольного треугольника, проведенная к его гипотенузе, делит данный треугольник на два равнобедренных треугольника.





§4. Прямоугольник. Теорема 4.2. Если один из углов параллелограмма прямой, то этот параллелограмм – прямоугольник. Задача 124. Докажите, что медиана прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, равна её половине.

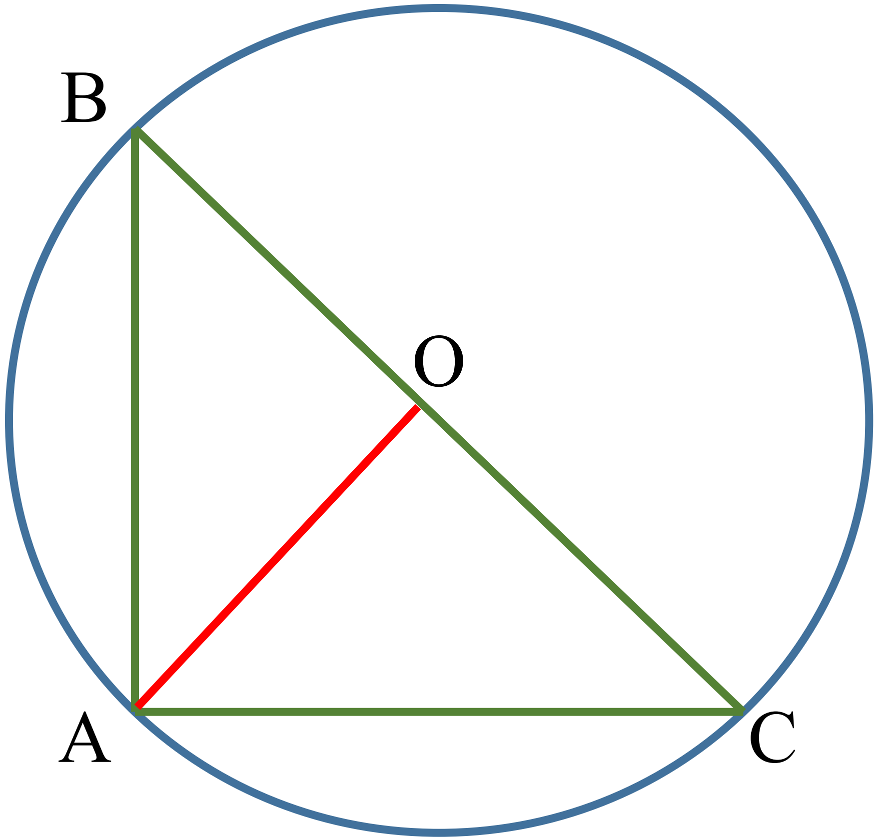
Докажите, что медиана прямоугольного треугольника, проведенная к его гипотенузе, делит данный треугольник на два равнобедренных треугольника.



Основные ошибки

1) **не правильное определение боковых сторон, доказывалось, что *AO=AC* и *AO=AB***
2) **треугольники *AOB* и *AOC* считали равными (сбивало *BO=AO*, *OC=AO*)**
3) **отрезку AO придавались свойства биссектрисы, т.е. треугольник *ABC* считали равнобедренным**

Докажите, что медиана прямоугольного треугольника, проведенная к его гипотенузе, делит данный треугольник на два равнобедренных треугольника.



Внимание к обоснованию

1) вокруг любого треугольника можно описать окружность

2) *BC* – гипотенуза и диаметр описанной окружности

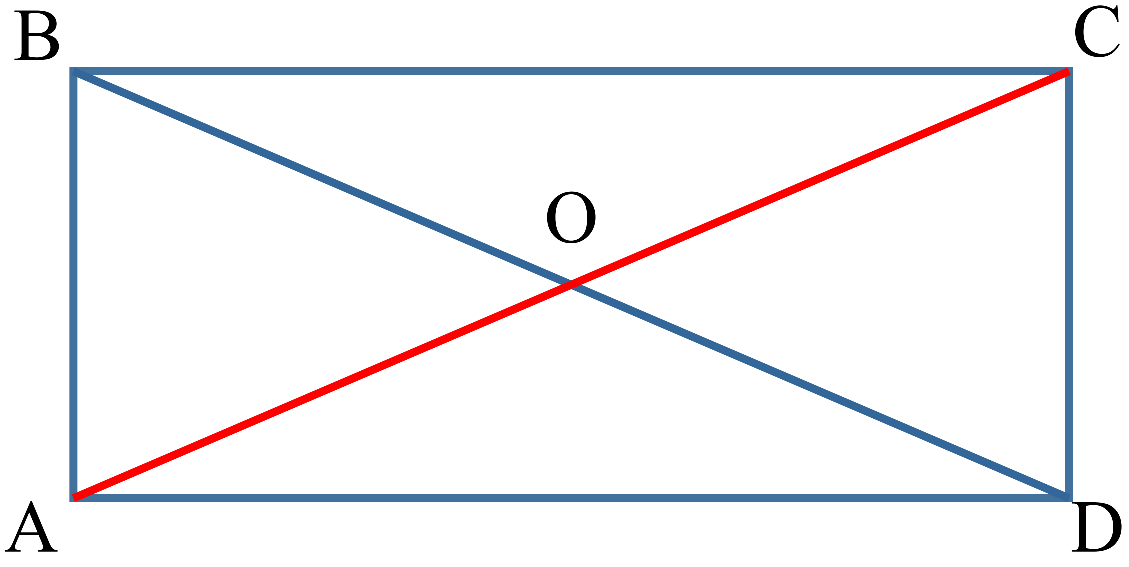
3) треугольники *ABO* и *AOC* в общем случае – неравные равнобедренные треугольники

Докажите, что медиана прямоугольного треугольника, проведенная к его гипотенузе, делит данный треугольник на два равнобедренных треугольника.

Внимание к обоснованию

1) *ABCD* - прямоугольник

2) равенство *AO* = *OC* = *BO* = *OD*



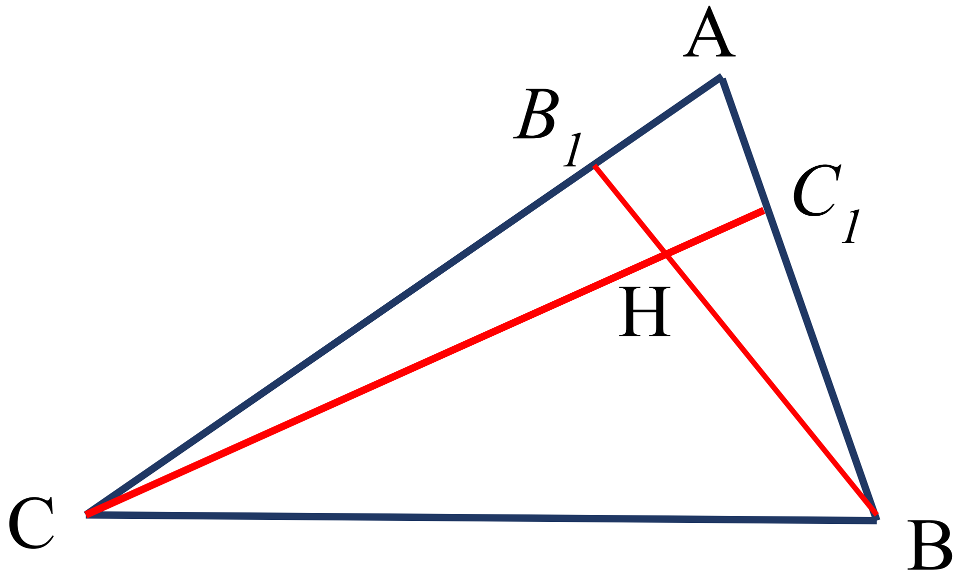
Задача 3 (вариант ЕГЭ).

Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника пересекаются в точке H.

а) Докажите, что угол BB_1C_1 равен углу BAH

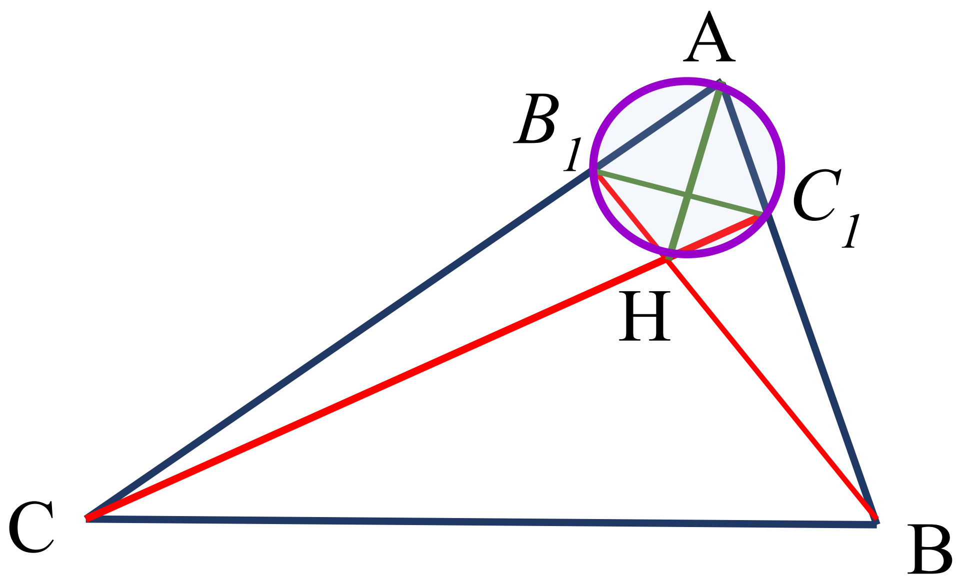
б) Найдите расстояние от центра окружности, описанной около треугольника ABC, до стороны BC, если $B_1C_1=5$, угол BAC равен 60^0.

Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника пересекаются в точке H.
а) Докажите, что угол BB_1C_1 равен углу BAH
б) Найдите расстояние от центра окружности, описанной около треугольника ABC, до стороны BC, если $B_1C_1=5$, угол BAC равен 60^0.



а) В четырехугольнике HB_1AC_1 два противоположных угла B_1 и C_1 – прямые, значит суммы противоположных углов равны 180^0 и тогда вокруг него можно описать окружность.

Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника пересекаются в точке H.
а) Докажите, что угол BB_1C_1 равен углу BAH
б) Найдите расстояние от центра окружности, описанной около треугольника ABC, до стороны BC, если B_1C_1=5, угол BAC равен 60^0.

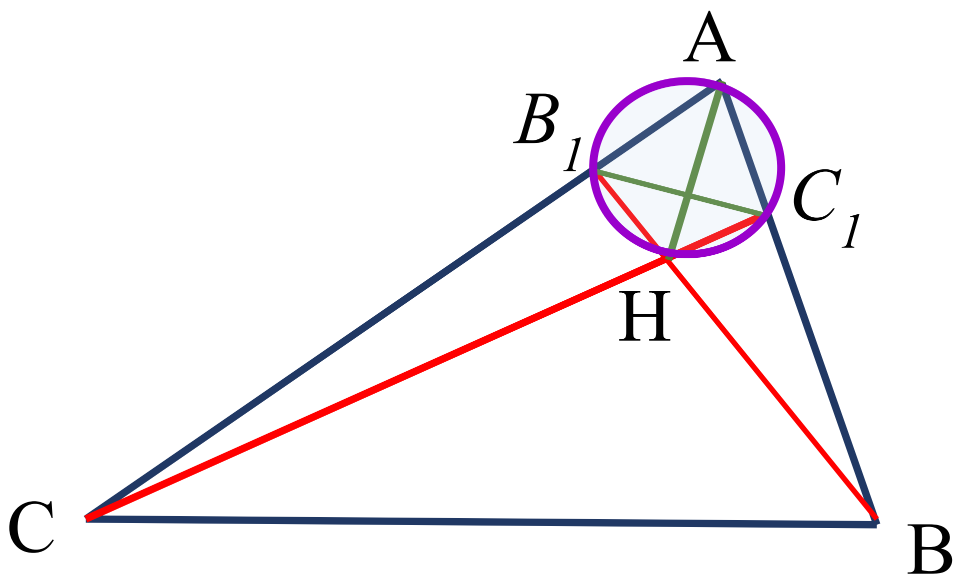


а) В четырехугольнике HB_1AC_1 два противоположных угла B_1 и C_1 – прямые, значит суммы противоположных углов равны 180^0 и тогда вокруг него можно описать окружность.

Оба угла опираются на одну и туже дугу HC_1, значит эти углы равны

Ч.Т.Д.

Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника пересекаются в точке H.
а) Докажите, что угол BB_1C_1 равен углу BAH
б) Найдите расстояние от центра окружности, описанной около треугольника ABC, до стороны BC, если $B_1C_1=5$, угол BAC равен 60^0.



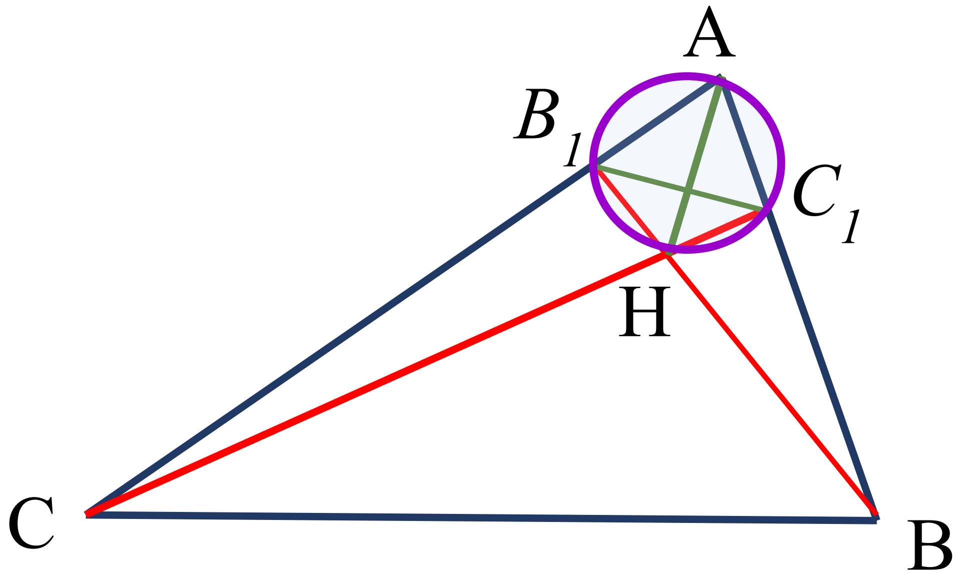
Основные ошибки

1) ***B_1AC_1H* – прямоугольник** (ученик 11 класса не видит возможности построить контрпример, что высоты треугольника под прямым углом никогда не пересекаются, но сбивается на двух прямых углах B_1 и C_1)

2) треугольники B_1CH и BC_1H подобные и к ним добавили треугольник B_1C_1H, значит **подобны и *B_1C_1C, B_1C_1B***

Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника пересекаются в точке H.
а) Докажите, что угол BB_1C_1 равен углу BAH
б) Найдите расстояние от центра окружности, описанной около треугольника ABC, до стороны BC, если $B_1C_1=5$, угол BAC равен 60^0.

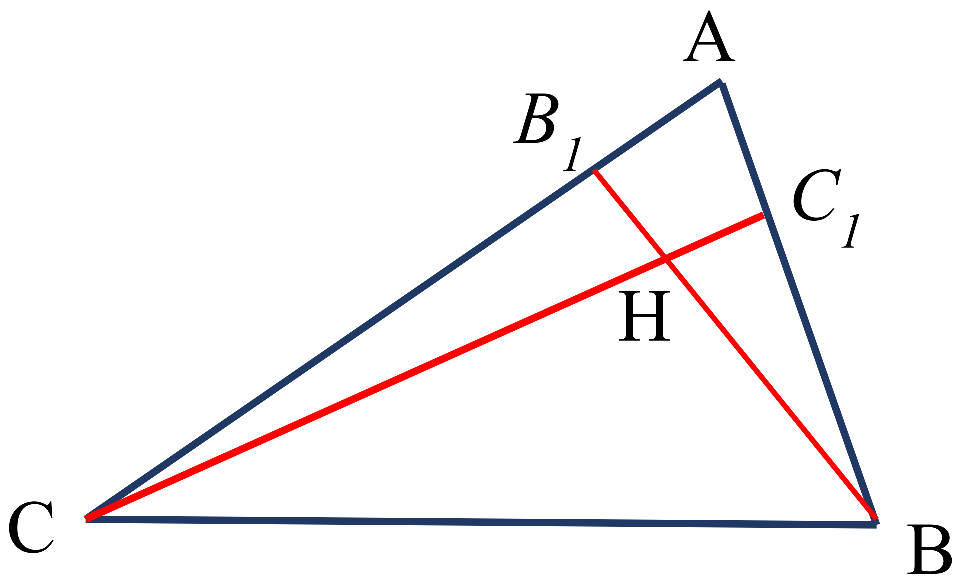
Внимание к обоснованию



1) возможность построить вокруг четырехугольника окружность (достаточно и одной суммы углов)

2) свойство вписанных в окружность углов

Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника пересекаются в точке H.
а) Докажите, что угол BB_1C_1 равен углу BAH
б) Найдите расстояние от центра окружности, описанной около треугольника ABC, до стороны BC, если B_1C_1=5, угол BAC равен 60^0.



б) подобие ACC_1 и ABB_1;
подобие ABC и AB_1C_1
BC=10
R через следствие из теоремы синусов.

ПОВТОРЕНИЕ

Задачи - сюжеты

Когда считать «доказано»

Решение только по чертежу

Разные способы в одном сюжете

ВЫБОР

ПРОДВИЖЕНИЕ

Задачи – сюжеты

В параллелограмме стороны 6 см и 8 см образуют угол в 60^0. Что можно найти?

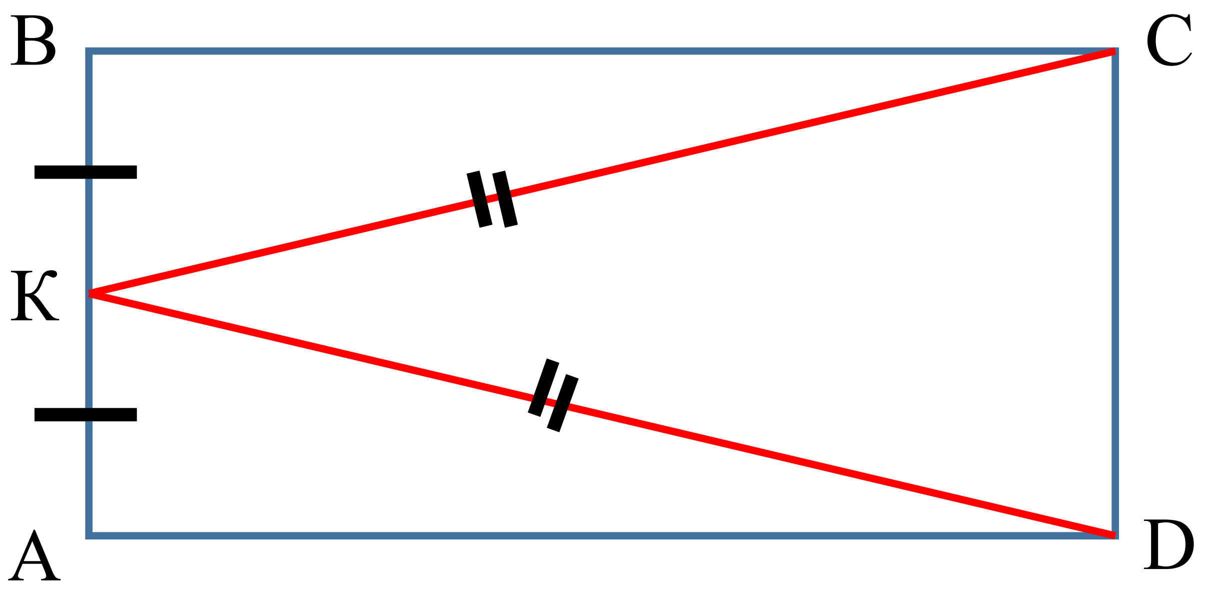
-диагонали

-площадь

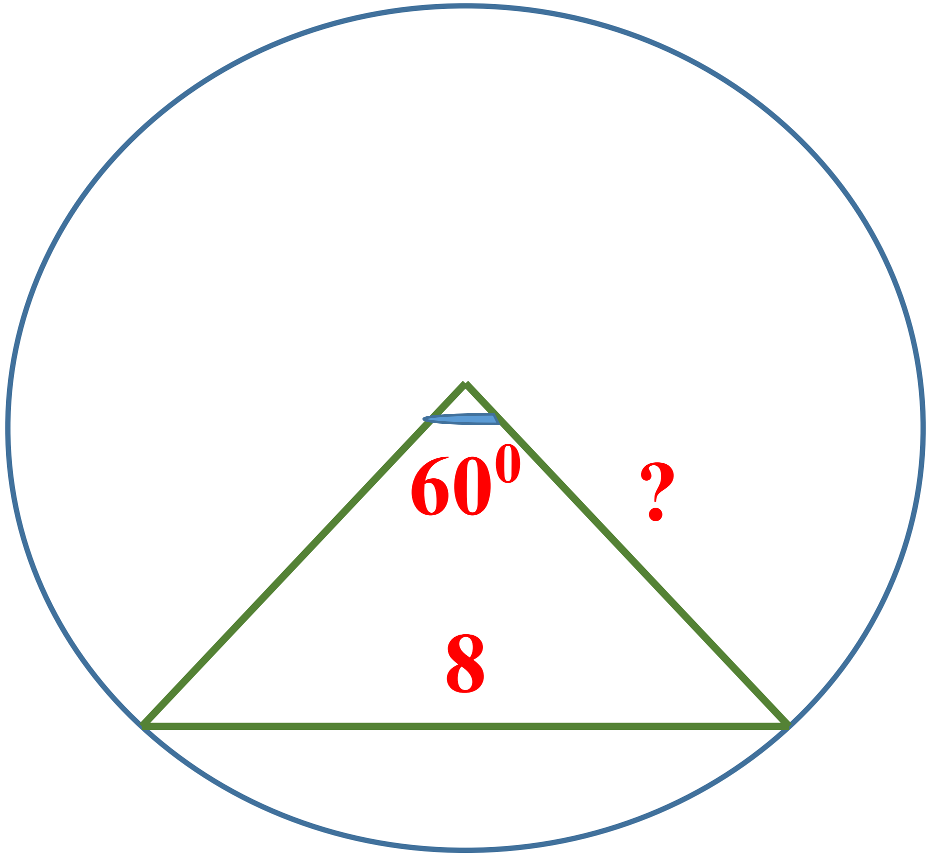
-высоту

Когда считать «доказано»

В параллелограмме ABCD на стороне AB отмечена середина К, причем KC=KD. Докажите, что ABCD - прямоугольник.



Решение только по чертежу



Разные способы в одном сюжете

Найдите площадь равностороннего треугольника со стороной 8 см.

Только «наметки»

Аукцион

Полные решения в вариантах (3-4)