

## Лекция № 3

# ДИСПЕРСИЯ. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СВЕТА С ВЕЩЕСТВОМ

## ВОПРОСЫ

8. Характеристики спектрального прибора. Дисперсия угловая и линейная. Разрешающая сила.

9. Дисперсия света. Фазовая скорость, групповая скорость.

Электронное объяснение дисперсии.

10. Поглощение света. Формула Бугера-Ламберта-Бера. Рассеяние света. Закон Рэлея.

11. Поляризация света. Типы поляризации. Степень поляризации. Закон Малюса (Вывод).

8. Характеристики спектрального прибора. Дисперсия угловая и линейная. Разрешающая сила.

Угловая дисперсия определяет  
угловое расстояние между двумя  
спектральными линиями,  
различающимися по длине волны на  
единицу длины  
(1 нм, 1 Å и т.п.)

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda}$$

$\delta\varphi$  – угловое расстояние между  
направлениями двух лучей, которые  
различаются на  $\delta\lambda$ .

Угловая дисперсия для  
дифракционной решётки.

Продифференцируем выражение:

$$(d \sin \varphi)' = (m\lambda)' \Rightarrow$$

$$d \cos \varphi \cdot d\varphi = m d\lambda \Rightarrow$$

$$D = \frac{m}{d \cos \varphi}, \quad D \approx \frac{m}{d} (\varphi \cong 0)$$

Линейная дисперсия определяет линейное расстояние между двумя спектральными линиями, различающимися по длине волны на единицу длины (1 нм, 1 Å и т.п.)

$$D_{\text{лин}} = \frac{\delta x}{\delta \lambda}$$

Для небольших углов

$$\delta l \approx f \cdot \delta \varphi$$

здесь  $\delta l$  – линейное расстояние на экране между спектральными линиями, различающимися на  $\delta \lambda$ ,  $f$  – фокусное расстояние линзы. Отсюда (для дифракционной решётки):

$$D_{\text{лин}} = fD = f \frac{m}{d}$$

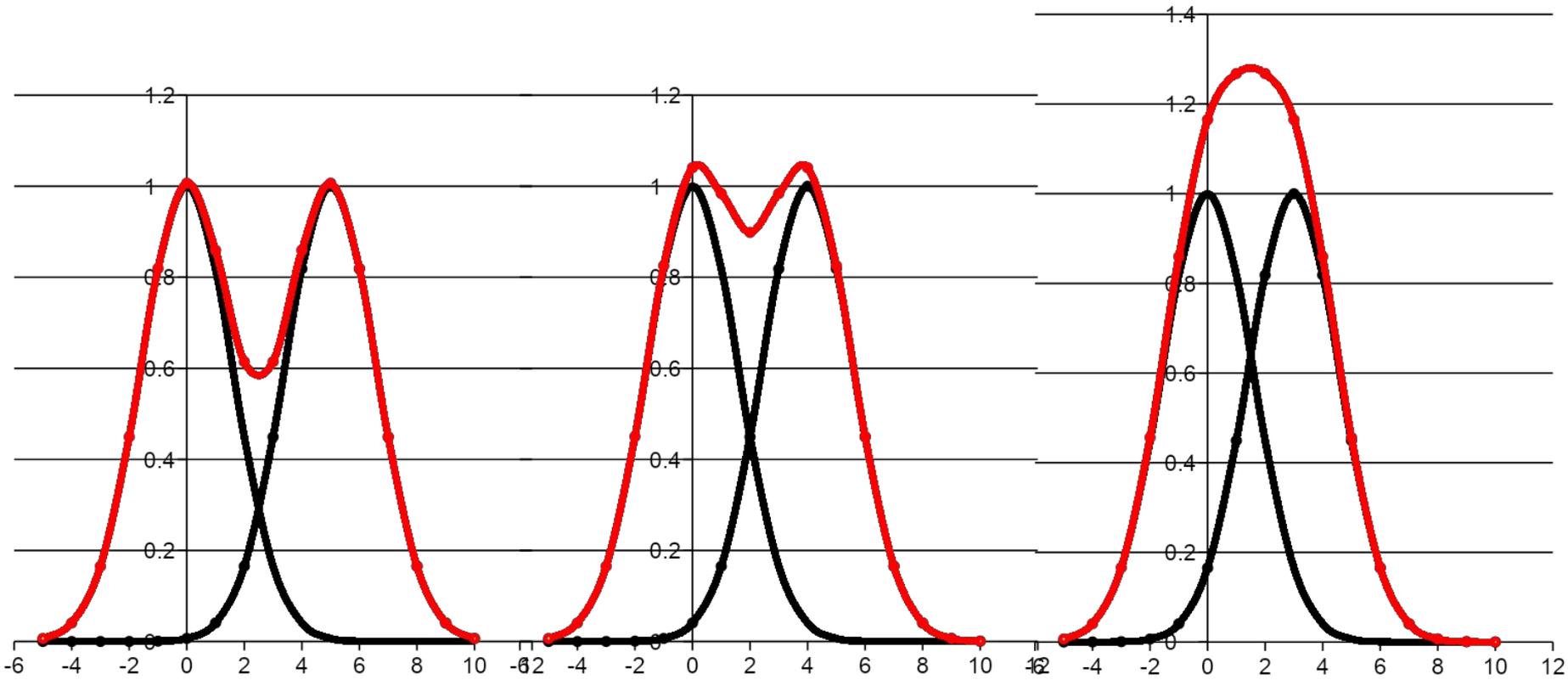
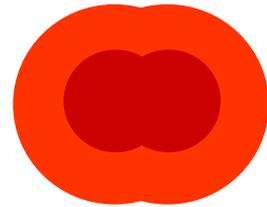
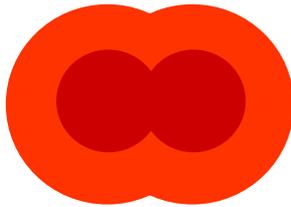
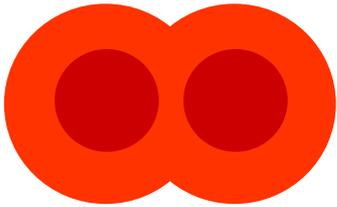


Разрешающая сила определяет минимальную разность длин волн  $\delta\lambda$ , при которой две линии воспринимаются в спектре раздельно

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$$

Два близких максимума воспринимаются глазом раздельно в том случае, если интенсивность в промежутке между ними составляет не более 80% от интенсивности максимума.

Согласно Рэлею (критерий Рэлея), это имеет место, если край одного совпадает с серединой другого.



Разрешающая сила дифракционной  
решётки

$$R = mN,$$

$N$  – число штрихов на  
дифракционной решётке,  $m$  –  
порядок спектра.

Разрешающая сила объектива  
Дифракционная картина не зависит  
от расстояния между отверстием и  
линзой, поэтому их можно  
совместить, в дальнейшем будет  
идти речь о диаметре отверстия (он  
же диаметр линзы).

Фактически, воспринимаемые изображения – это наложение дифракционных картин от огромного числа точечных источников (зрачок – линза, сетчатка – экран), но на центральное пятно приходится 84 % энергии светового потока от источника и чем больше диаметр линзы, тем меньше точка (картина формируется чётче).

То есть, мало иметь линзу с большой оптической силой – для чёткого изображения она ещё должна быть большой.

Вычислим разрешающую силу  
объектива.

Угловые размеры центрального  
пятна для дифракции на круглом  
отверстии (расстояние от центра до  
первого минимума)

$$\varphi = \arcsin\left(1,22 \frac{\lambda}{D_{\text{линза}}}\right) \approx 1,22 \frac{\lambda}{D_{\text{линза}}}$$



С учётом положения Рэлея

$$R = \frac{1}{\delta\varphi} = \frac{D_{\text{линза}}}{1,22\lambda}$$

Диаметр зрачка  $D = 2$  мм,  
длина волны зелёного цвета  $\lambda =$   
 $0,5 \cdot 10^{-3}$  мм:

$$\delta\varphi = 0,305 \cdot 10^{-3} \text{ рад} \approx 1'$$

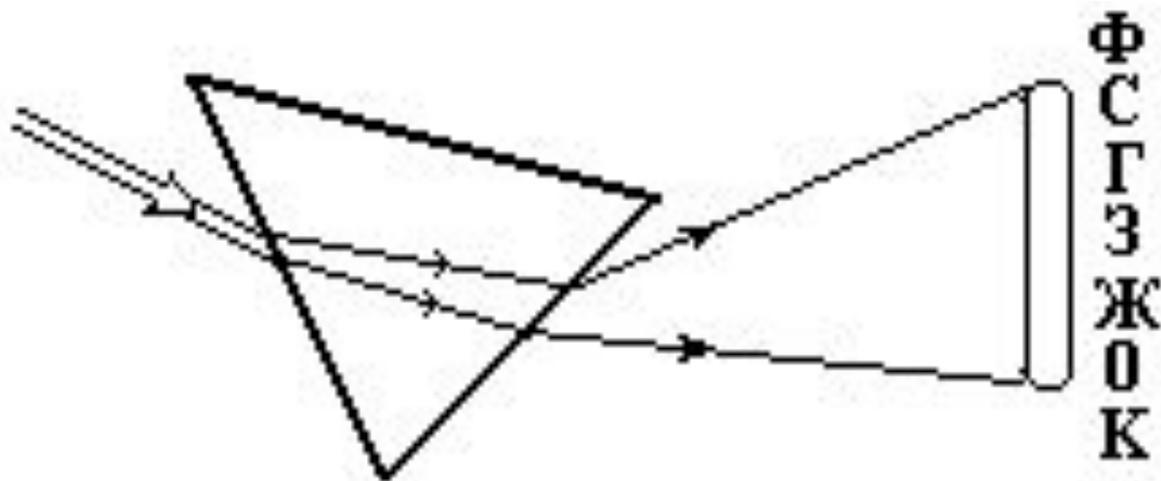
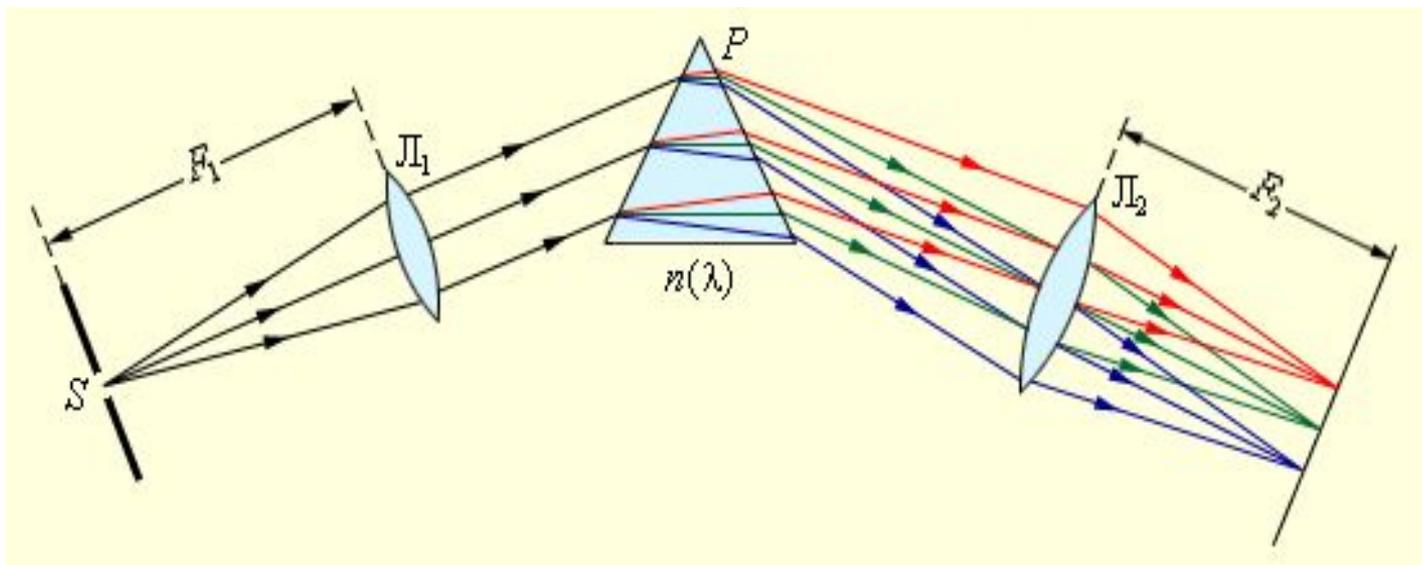
Спутник шпион:  
Высота орбиты  $H = 200$  км, звёзды на  
погонах  $\ell = 2$  см:

$$D_{\text{линза}} = \frac{1,22\lambda}{\delta\varphi} = 1,22\lambda \frac{H}{\ell} \approx 6\text{ м}$$

Чтобы рассмотреть погоны, нужен  
телескоп с диаметром линзы в 6  
метров.

9. Дисперсия света. Фазовая скорость, групповая скорость. Электронное объяснение дисперсии.

Дисперсия света – явления,  
обусловленные зависимостью  
показателя преломления вещества  
от частоты  
 $n = f(\omega)$ .



Реальная волна, передающая сигнал, представляет собой импульс. Согласно теореме Фурье его можно представить как наложения полей с частотами, заключёнными в интервале  $\Delta\omega$ . Суперпозиция таких волн называется волновым пакетом.

$$E(x, t) = \int_{\omega_0 - \Delta\omega/2}^{\omega_0 + \Delta\omega/2} A(\omega) \cos(\omega t - k_\omega x + \alpha_\omega) d\omega$$

Чем меньше длина пакета  $\Delta x$ , тем больше  $\Delta\omega$ .  $\Delta k^* \Delta x \approx 2\pi$ .

В недиспергирующей волне все волны движутся с одинаковой фазовой скоростью

$$V = \frac{c}{n}$$



В диспергирующей среде фазовая скорость разная ( $V$ ), это приводит к перемещению волнового пакета с групповой скоростью  $U$

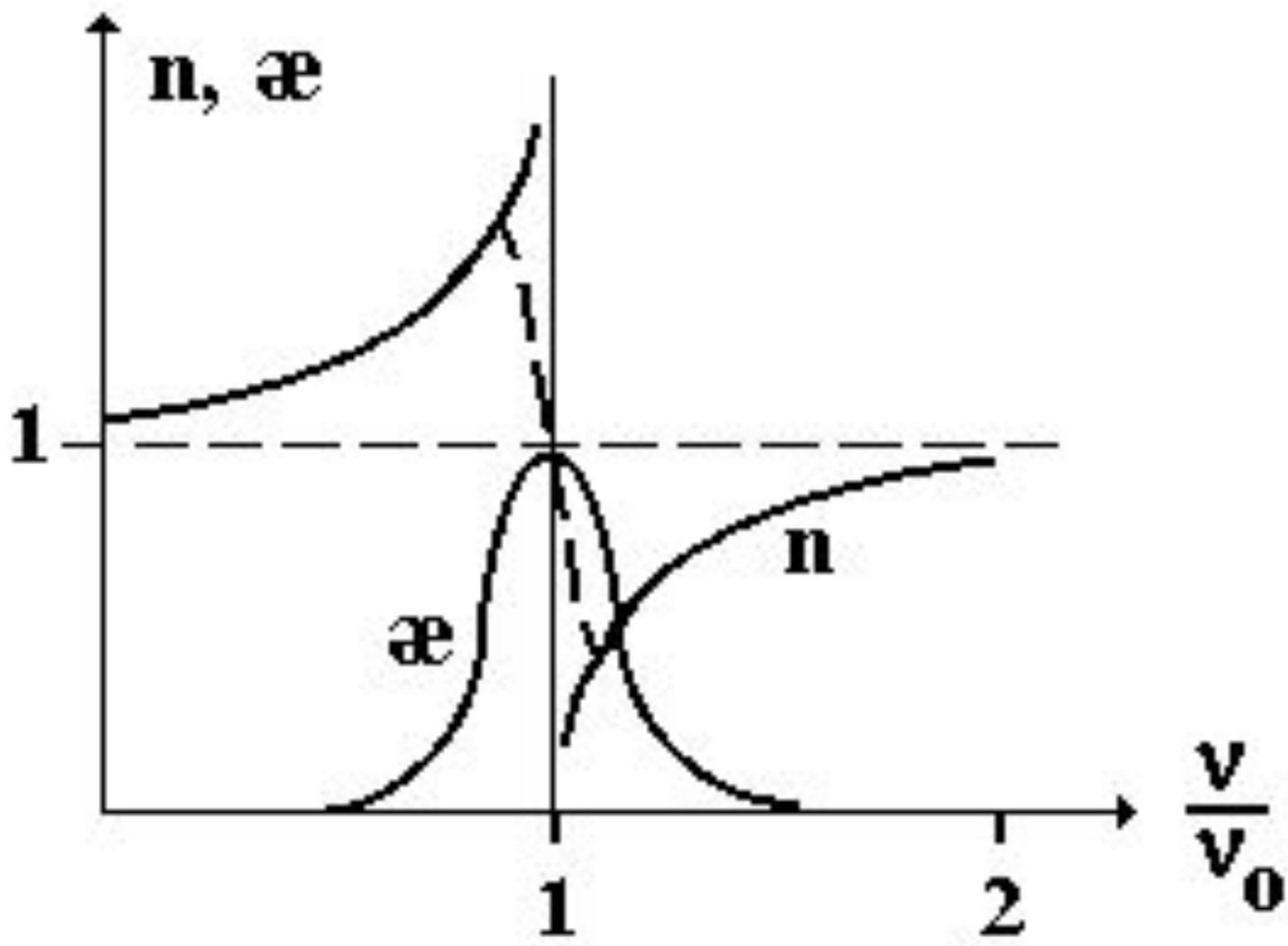
$$U = V + k \frac{dV}{dk} = V - \lambda \frac{dV}{d\lambda}$$

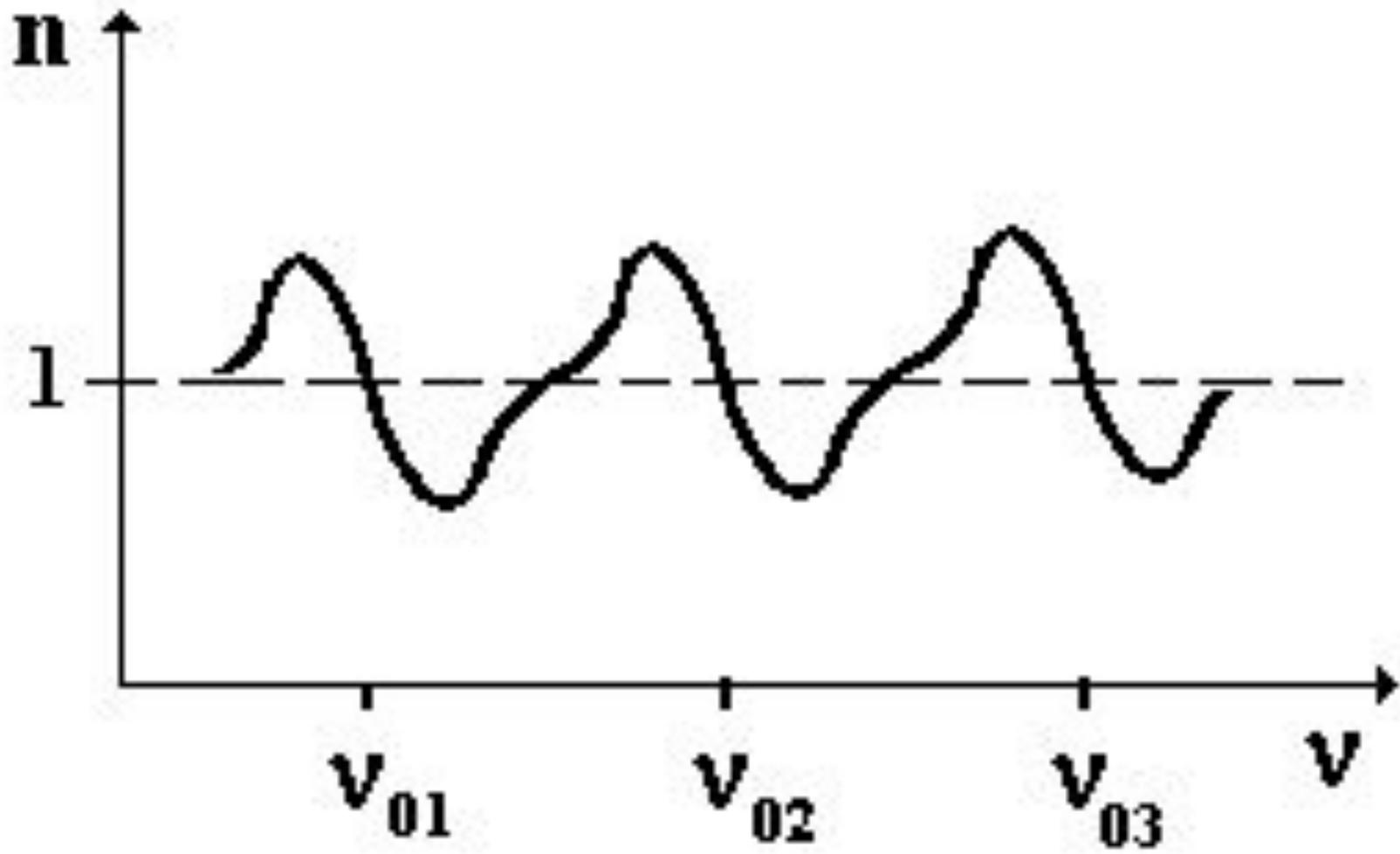
Понятие групповой скорости имеет смысл в случае незначительного поглощения энергии (коэффициент поглощения  $\alpha \ll 1$ ).

Дисперсию можно описать  
следующей формулой

$$\varepsilon = n^2 = 1 + \frac{N}{\varepsilon_0} \sum_k \frac{e^2 / m}{\omega_{0k}^2 - \omega^2}$$

$N$  – число молекул в единице объёма,  $e$  – заряд электрона,  $m$  – масса электрона,  $\omega_{0k}$  – собственная частота колебаний  $k$ -го электрона,  $\omega$  – частота световой волны.





10. Поглощение света. Формула Бугера-Ламберта-Бера. Рассеяние света. Закон Рэлея. Закон Вавилова-Черенкова.

При прохождении через вещество,  
электромагнитная волна теряет  
энергию на возбуждение  
электронных колебаний.

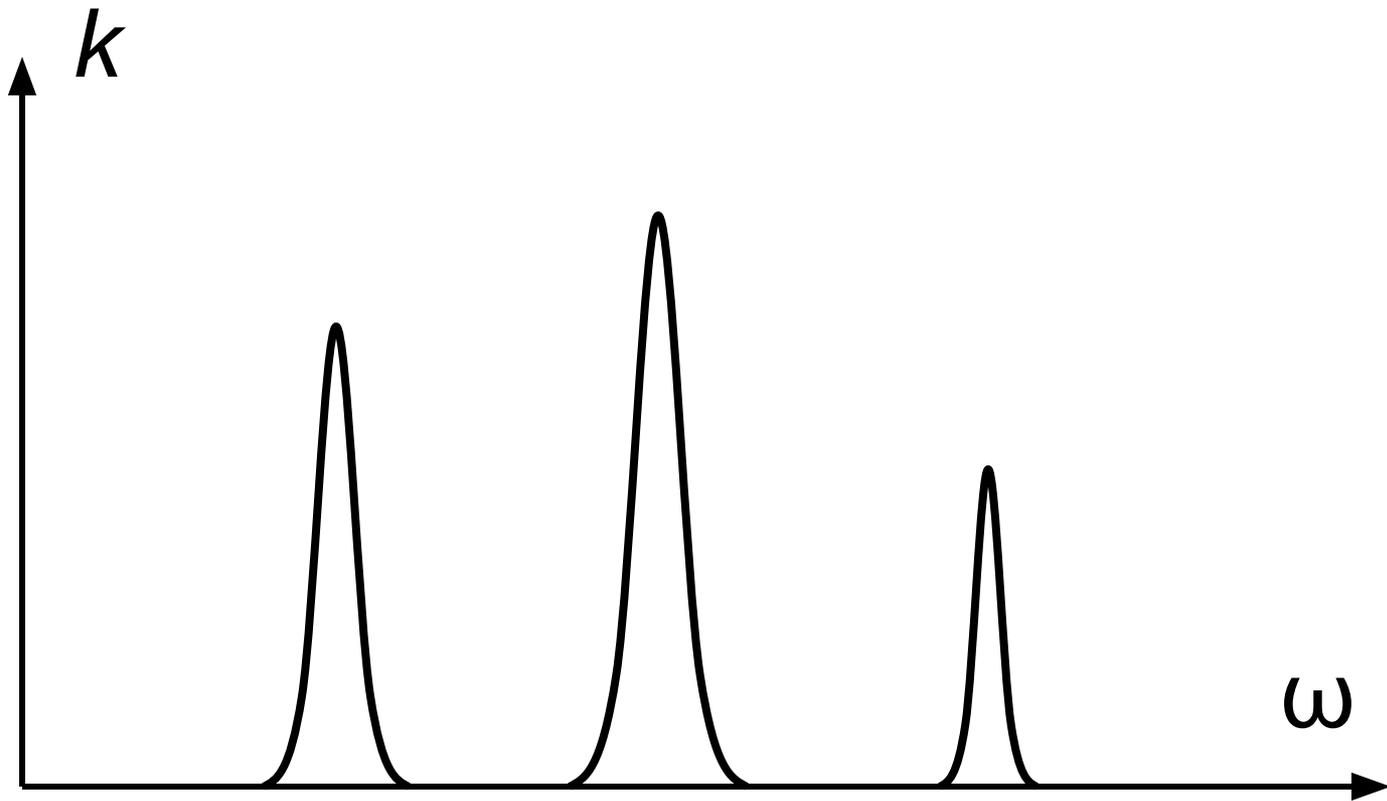
# Закон Бугера-Ламберта-Бера

$$I = I_0 \exp(-k_\lambda \ell)$$

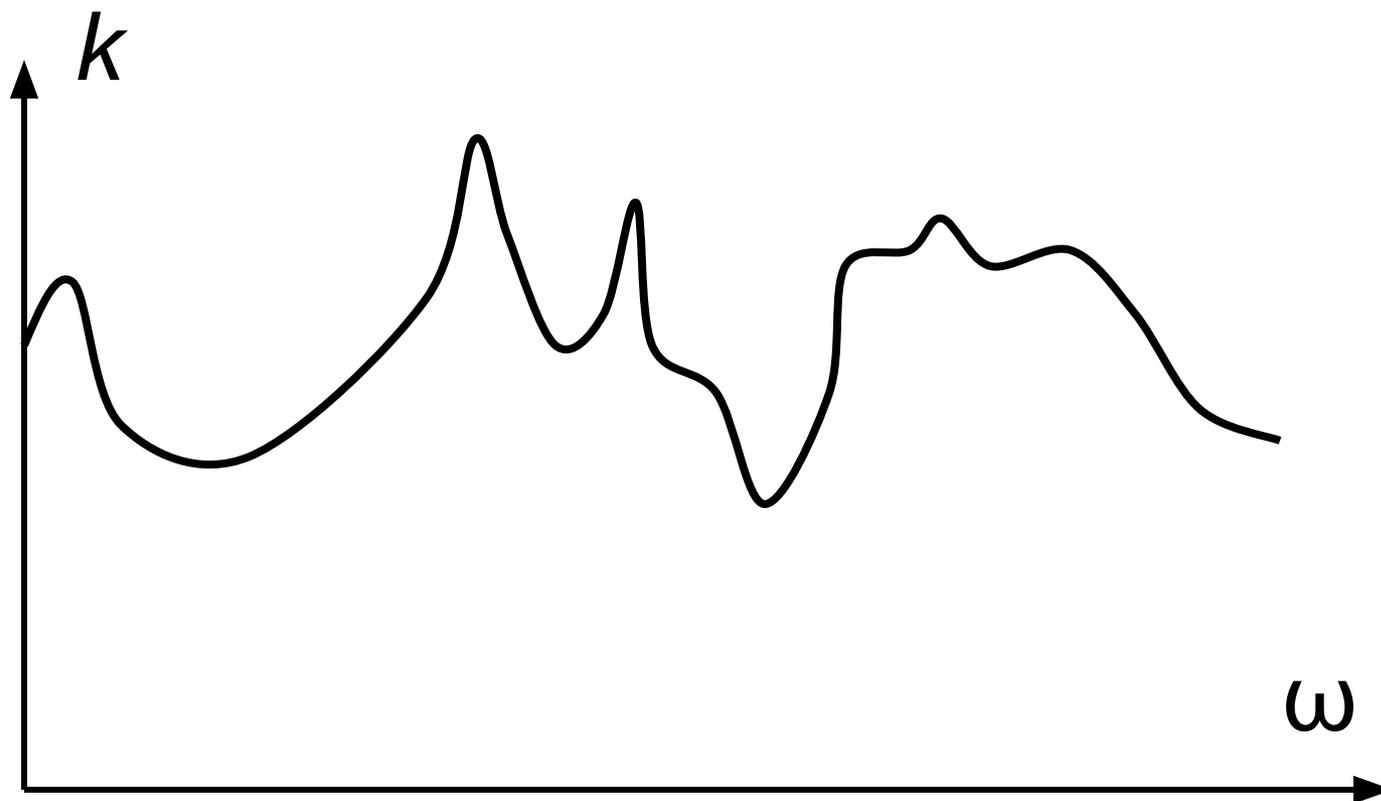
$I_0$  – интенсивность света на входе,  $I$  –  
интенсивность света на глубине  $\ell$ ,  
 $k_\lambda$  – коэффициент поглощения.



Коэффициент поглощения в разреженных газах (молекулы не взаимодействуют)



# Коэффициент поглощения в сжатых газах, жидкостях и твёрдых телах (молекулы взаимодействуют)



## Рассеяние света

В однородной среде свет не рассеивается из-за взаимного погашения вторичных волн в направлениях отличных от распространения первичной волны.

## Рассеяние в мутных средах

- 1) дымы – взвесь твёрдых частиц в воздухе, газах;
- 2) туманы – взвесь капелек жидкости в воздухе;
- 3) взвеси или суспензии – взвесь твёрдых частиц в жидкости;

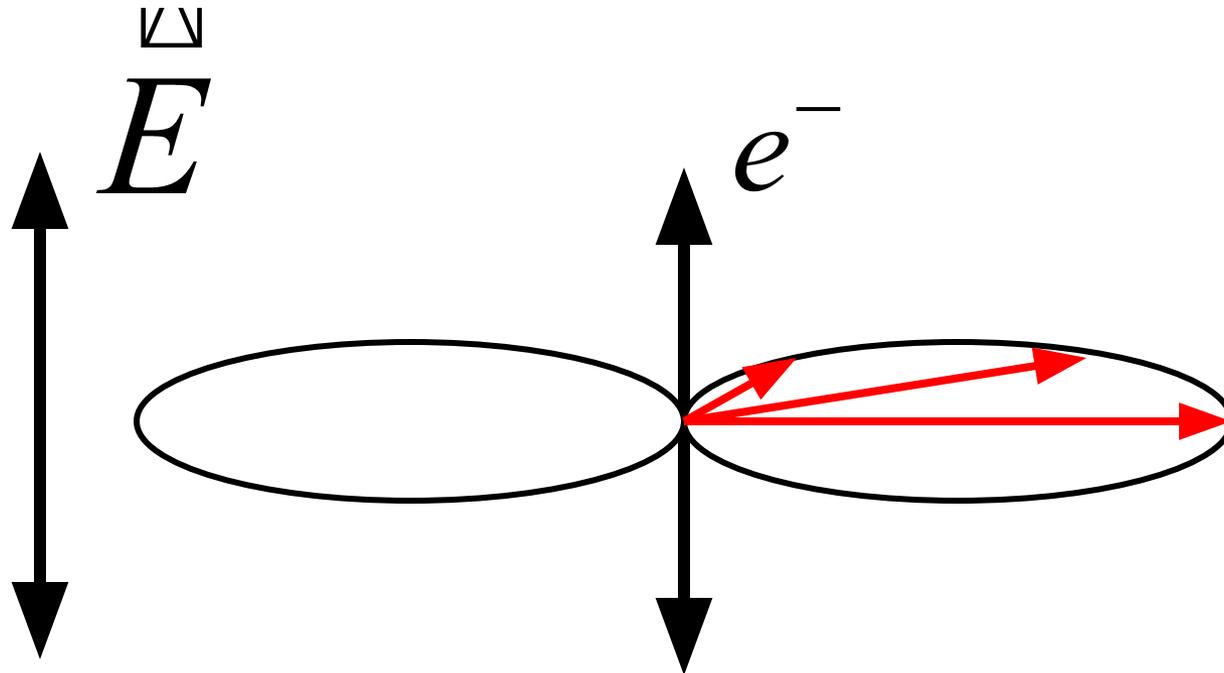
- 4) эмульсии – взвесь капелек жидкости в другой жидкости (молоко);
- 5) твёрдые тела вроде перламутра, опалов;
- 6) а также в чистых газах и жидкостях из-за флуктуаций плотности. Такое рассеяние называется молекулярным.

Закон Рэлея: интенсивность  
рассеиваемого света  
прямопропорциональна четвёртой  
степени частоты (для размеров  
частиц в рассеивающей среде не  
более  $0,1\lambda$ )

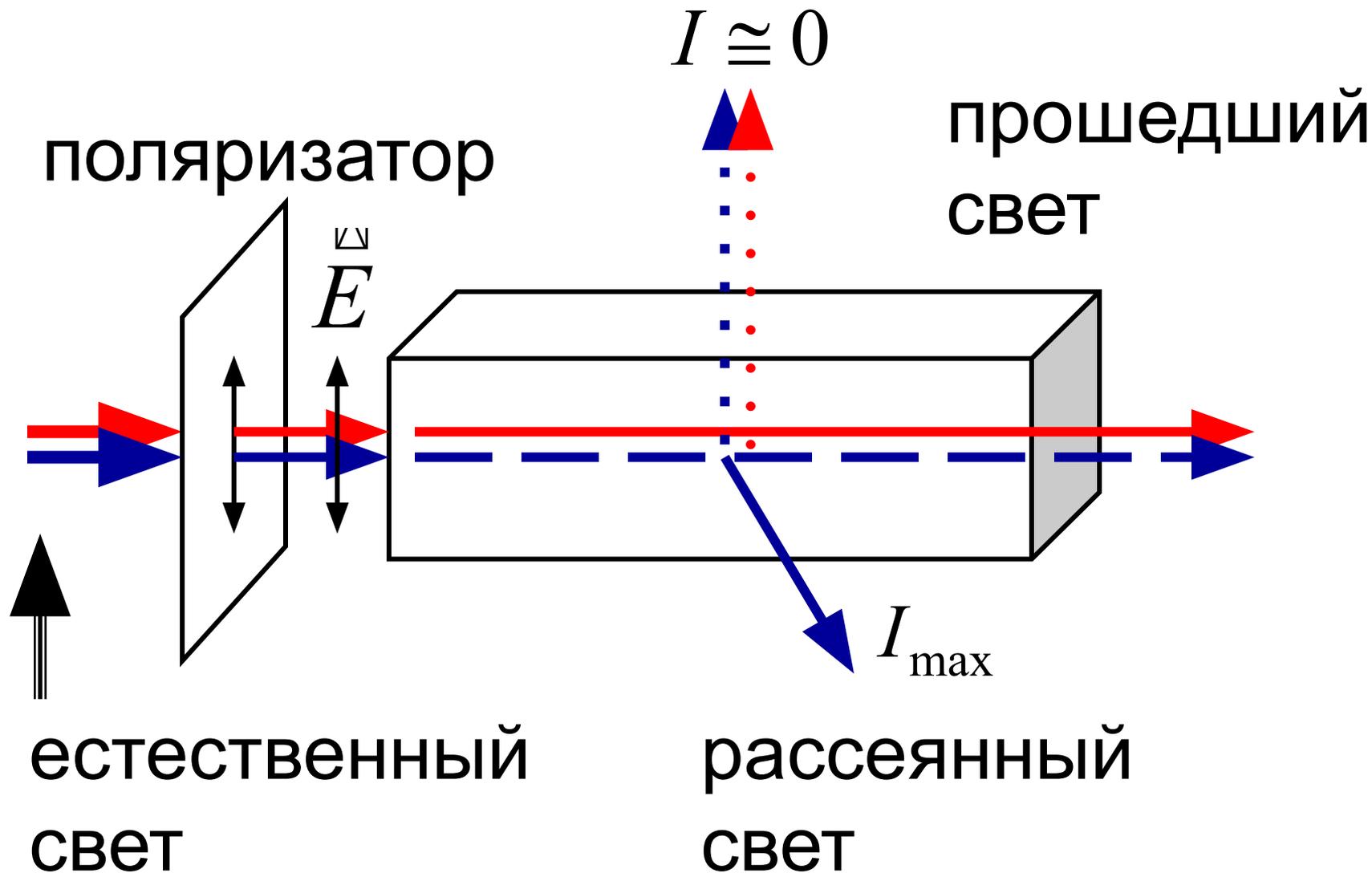
$$I \approx \omega^4 \approx \frac{1}{\lambda^4}$$

Также, на рассеяние влияет направление излучения рассеянного света относительно первоначального направления и плоскости поляризации. Дело в том, что электроны вещества не излучают в том направлении, в котором сами совершают колебания, т.е. в направлении вектора  $E$  падающего света.

# Диаграмма направленности излучения колеблющегося электрона





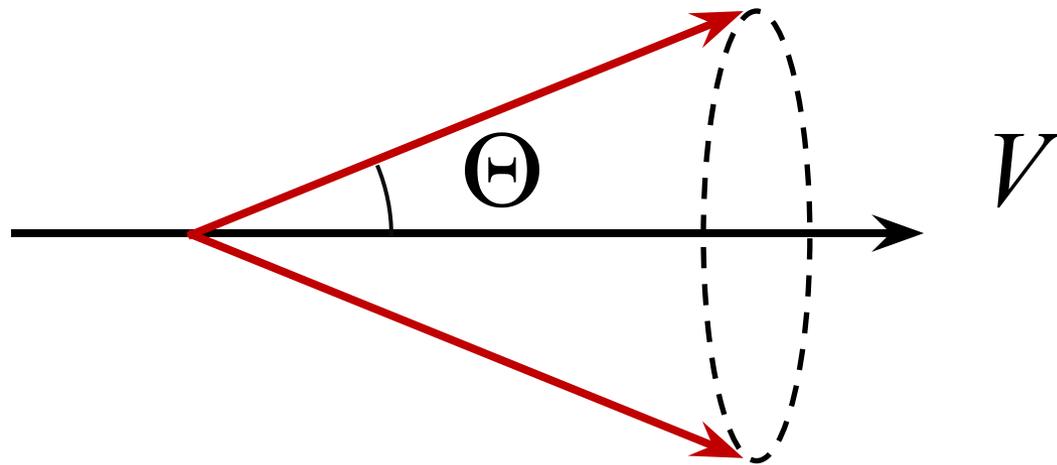


Интенсивность прошедшего света с учётом потерь на поглощение (коэффициент поглощения  $k_\lambda$ ) и с учётом потерь на рассеяние (коэффициент рассеяния  $k'$  - коэффициент экстинкции)

$$I = I_0 \exp(- (k_\lambda + k') \Delta x)$$

Эффект Вавилова-Черенкова –  
излучение электронами  
электромагнитных волн при скорости  
электрона больше скорости света в  
некоторой среде. Электрон излучает  
при постоянной скорости. Излучение  
идёт по конусу, ось которого  
образует направление скорости  
частицы.

$$\cos \Theta = \frac{c/n}{V_{\phi}} = \frac{c}{nV_{\phi}}$$



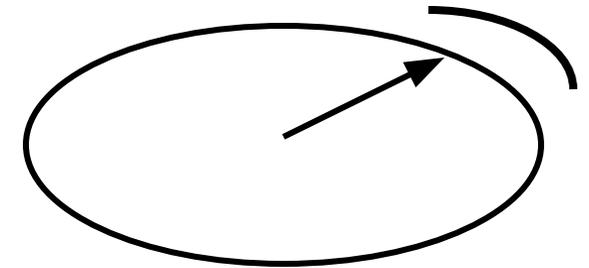
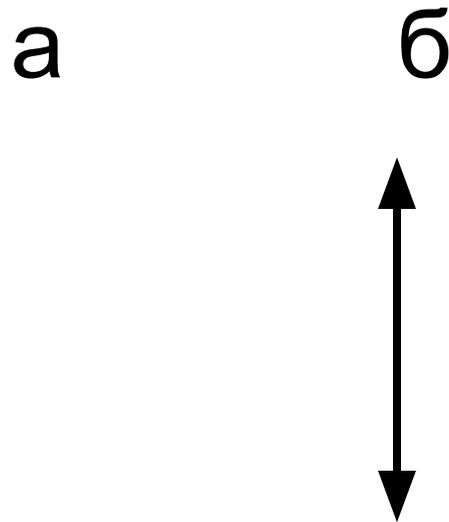
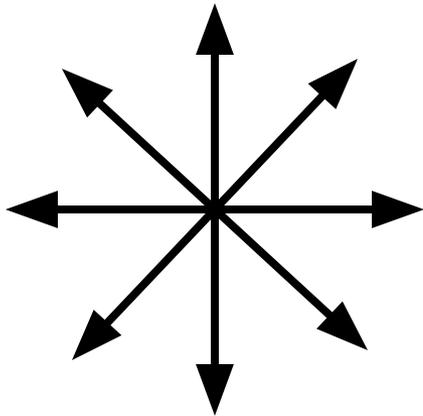
11. Поляризация света. Типы поляризации. Степень поляризации. Закон Малюса (Вывод).

Естественный свет – это свет, в котором вектор  $E$  совершает колебания в произвольном направлении (но всегда перпендикулярно направлению распространения).

Плоскополяризованный свет – вектор  $E$  лежит в одной плоскости, которая называется плоскостью поляризации.

Эллиптически поляризованный свет – свет, у которого вектор  $E$  совершает вращение, конец вектора  $E$  при этом описывает эллипс.

- а) Естественный свет  
б) Плоскополяризованный свет  
в) Эллиптически поляризованный свет

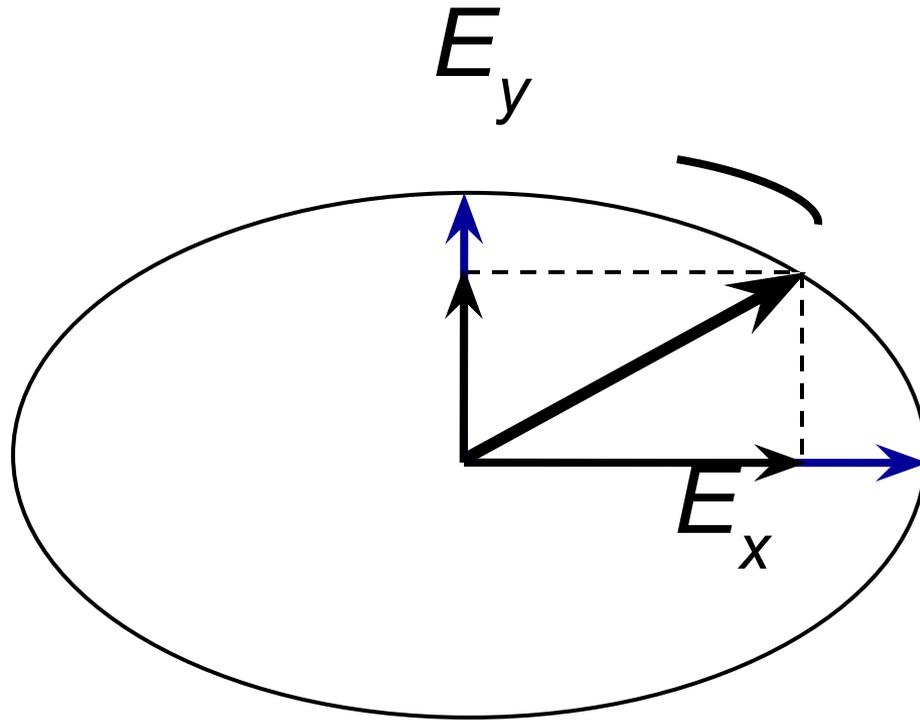




Луч света можно рассматривать как суперпозицию (сложение) двух плоскополяризованных лучей с перпендикулярными друг другу векторами  $E$ . Если колебания векторов  $E_x$  и  $E_y$  несогласованные, то получится неполяризованный свет.

Если колебания векторов согласованные (когерентные лучи), то получится свет той или иной поляризации.

# Эллиптически поляризованный свет из двух плоскополяризованных лучей



Степень поляризации частично поляризованного света

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

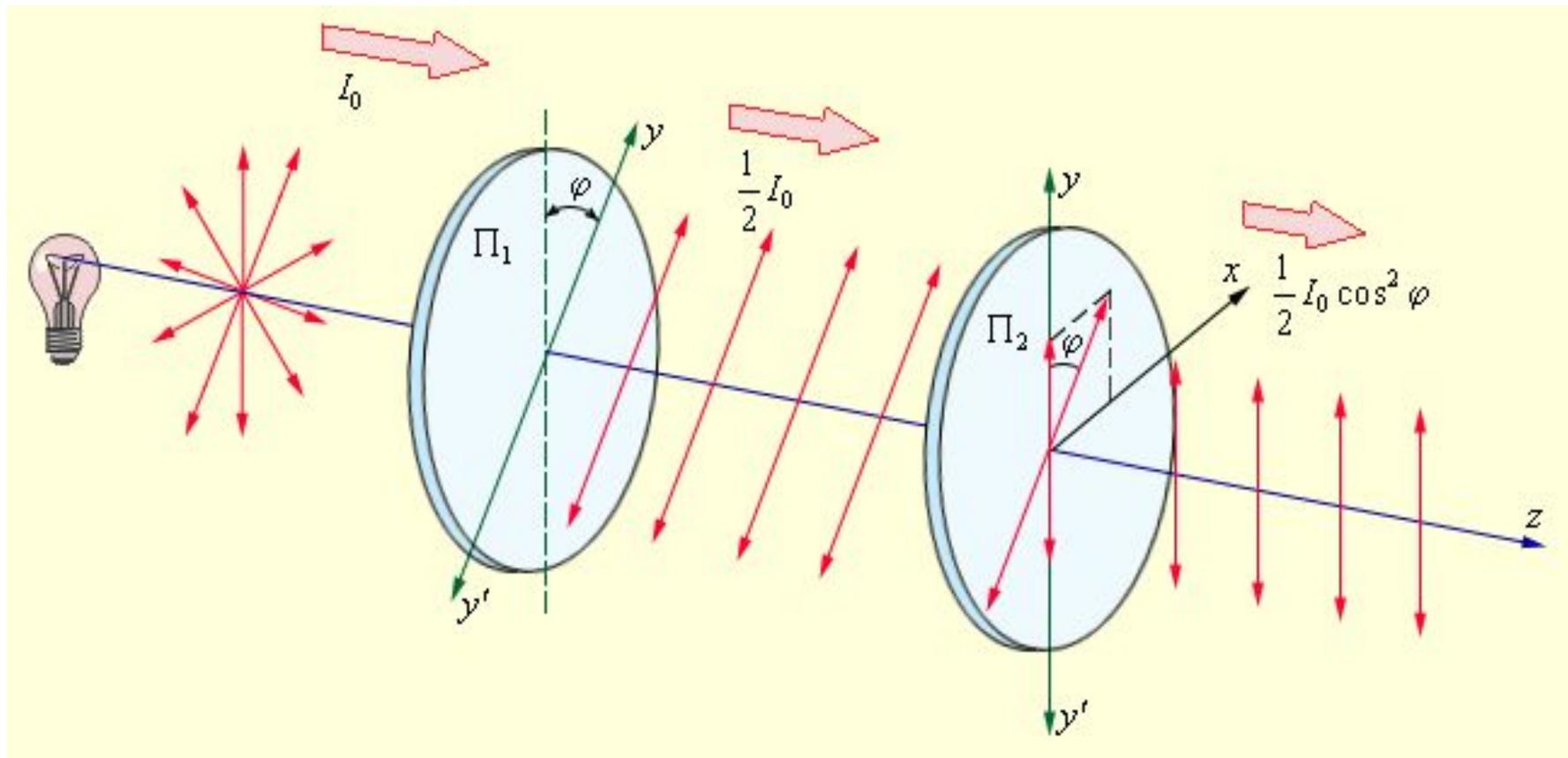
здесь  $I_{\max}$  и  $I_{\min}$  – наибольшая и наименьшая интенсивности света, прошедшего через поляризатор при разных его положениях.

# Закон Малюса

Изменение интенсивности поляризованного света после прохождения через анализатор (тот же поляризатор)

$$I = I_0 \cos^2 \varphi$$

здесь  $\varphi$  – угол между плоскостью поляризации света (плоскость поляризатора) и плоскостью анализатора.





## Лекция № 4

# ДИСПЕРСИЯ. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СВЕТА С ВЕЩЕСТВОМ

## ВОПРОСЫ

12. Угол Брюстера (Вывод). Полное внутреннее отражение (Вывод).

13. Дифракция рентгеновских лучей.

14. Голография.

15. Двулучепреломление.

Искусственное двулучепреломление.

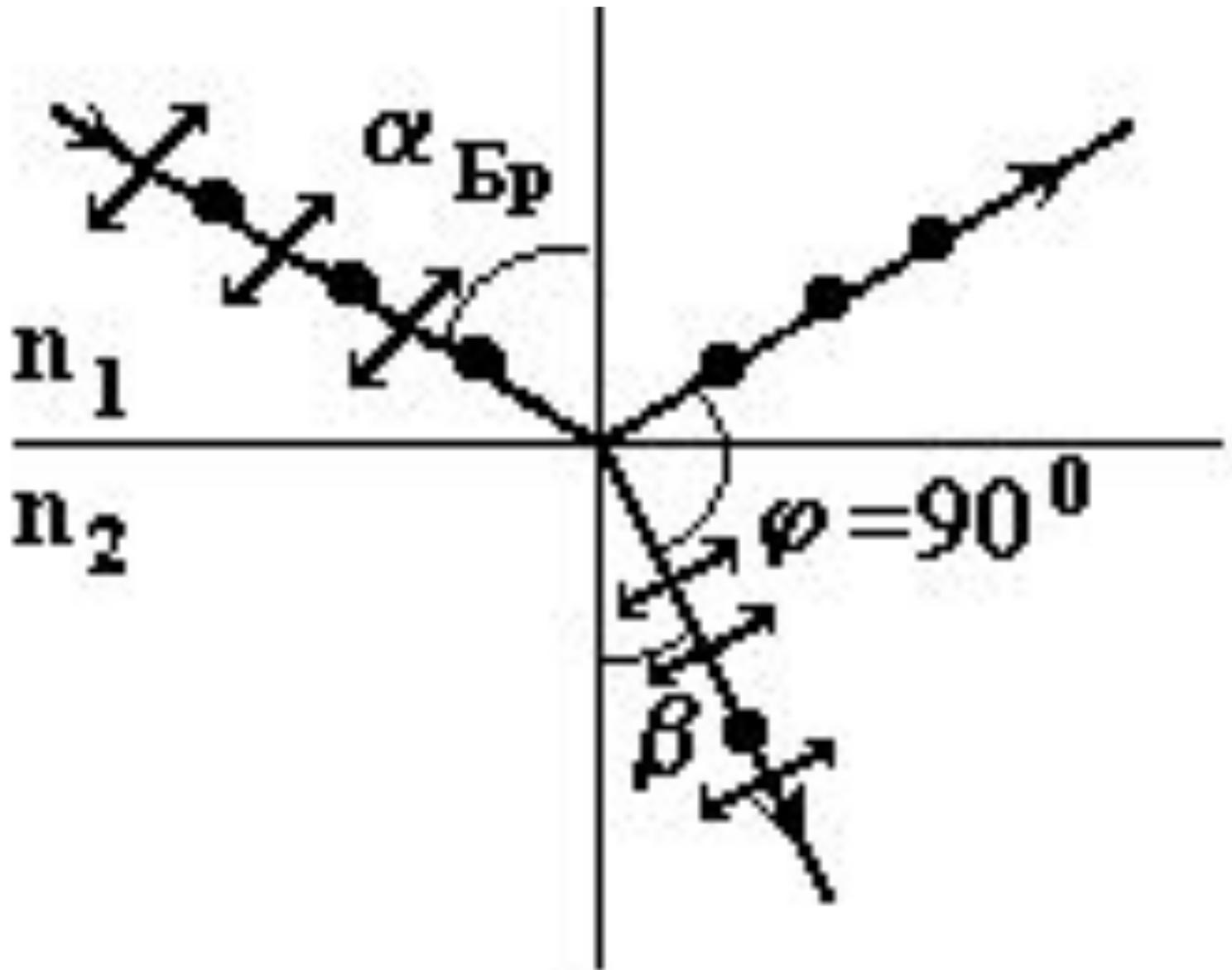
Ячейки Керра. Вращение плоскости поляризации.



12. Угол Брюстера (Вывод). Полное внутреннее отражение (Вывод).

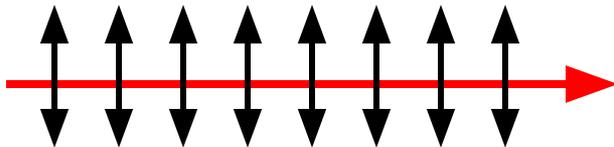
Свет, отраженный от диэлектрика или металла, возникает в результате интерференции когерентных вторичных волн, излучаемых электронами и атомными ядрами вещества, которые возбуждаются падающей волной, проникающей в вещество. Если бы поле в вещество совсем не проникало, то отражение света было бы невозможным.

Если естественный свет падает на границу раздела двух диэлектриков с показателями преломления  $n_1$  и  $n_2$  ( $n_1 < n_2$ ) под произвольным углом, то наблюдается отраженный и преломленный лучи. Если свет падает под углом *Брюстера*  $\alpha_{\text{Бр}}$ , то отраженный луч полностью линейно поляризован.



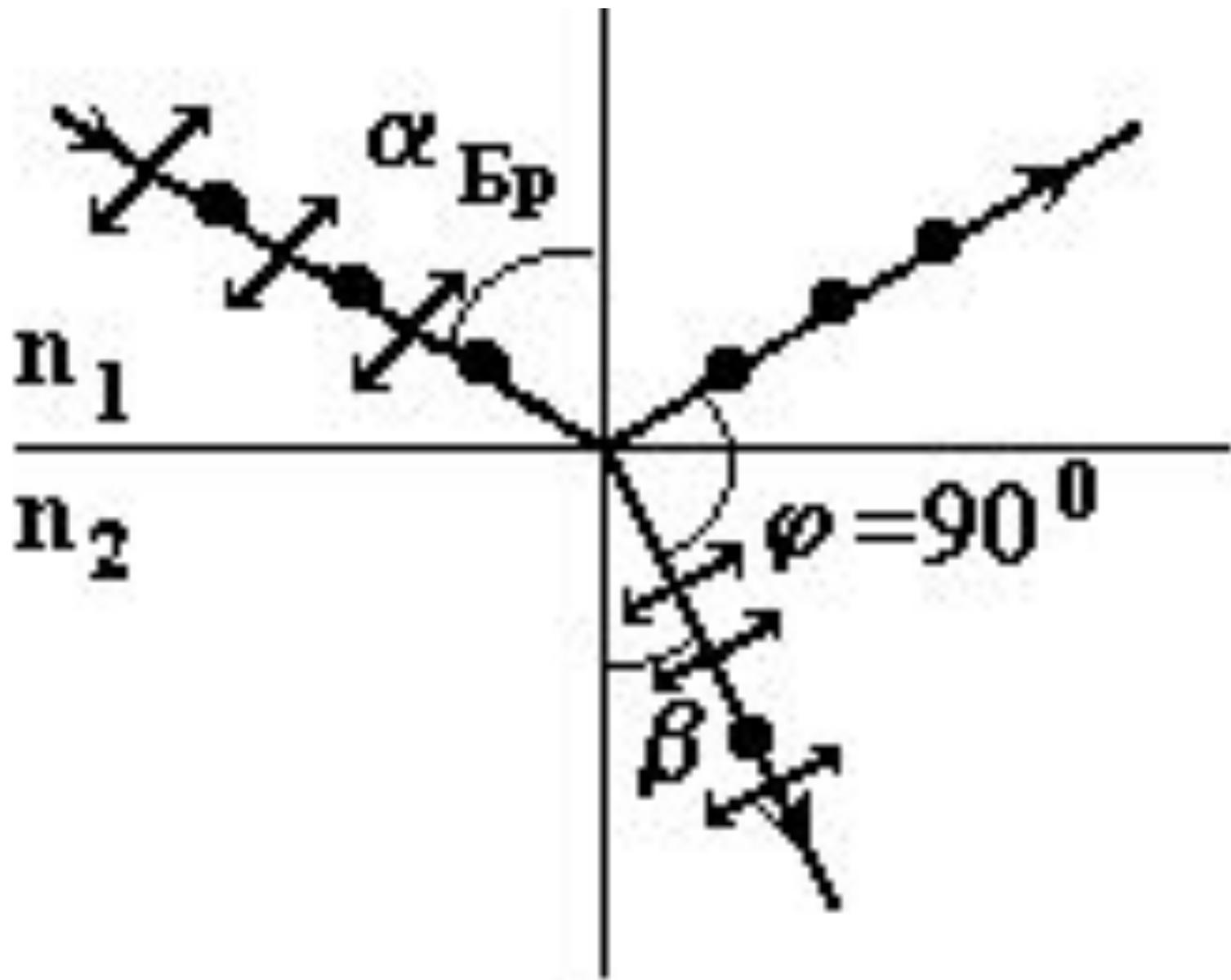
Точки и стрелочки на рисунке обозначают расположение вектора  $E$ .  
Стрелочки соответствуют вектору  $E$ , который лежит в плоскости рисунка,  
точки соответствуют вектору, который перпендикулярен плоскости рисунка.

Луч света изображён красным. Он идёт «мимо нас» вправо (рисунок слева) и идёт «на нас» (рисунок справа). Вектор  $E$  изображён чёрным. В обоих случаях лучи плоско поляризованные.



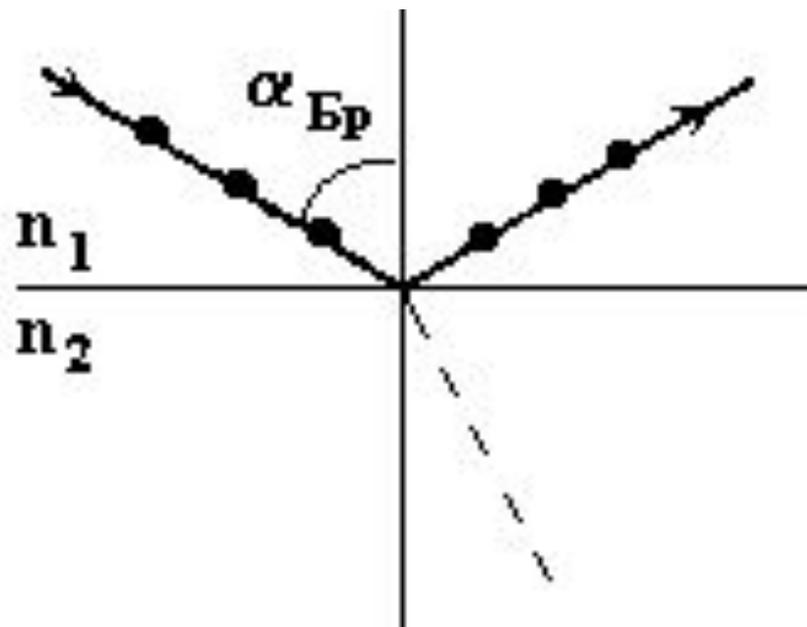
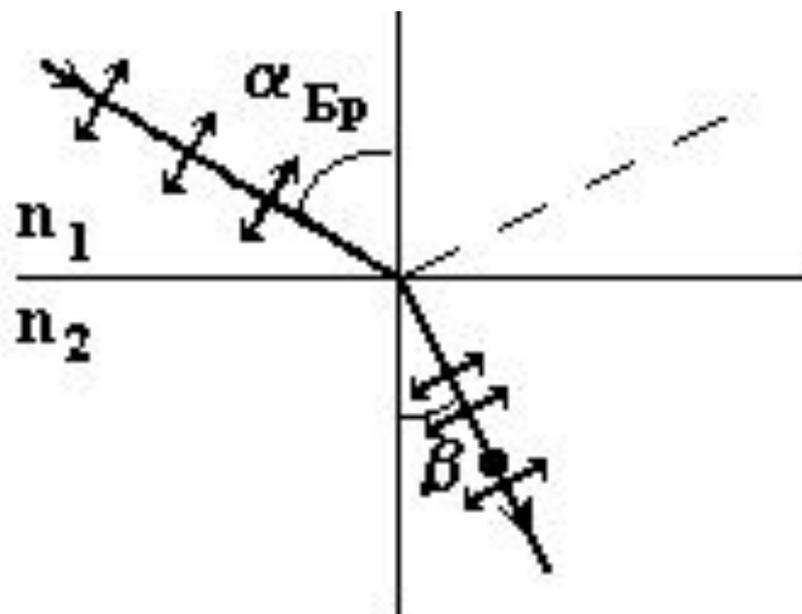
Если луч света естественный, то все направления вектора  $E$  равновероятны – стрелочек и точек на рисунке одинаковое количество.

Если луч падает на границу раздела двух сред под углом Брюстера, то отражённый луч полностью поляризован – на нём вектор  $E$  изображается только точками.

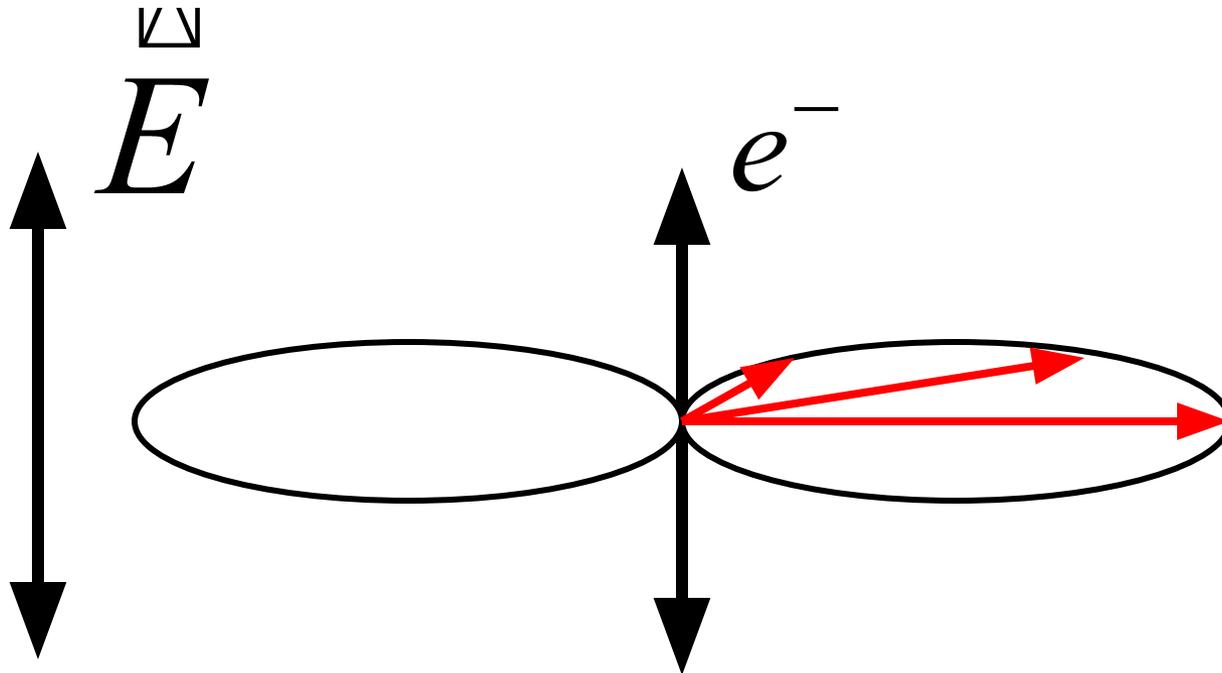




Причём, угол падения и угол отражения в сумме дают угол  $90^\circ$  ( $\alpha_{\text{Бр}} + \beta = \varphi = 90^\circ$ ). Только в этом случае отражённый луч полностью поляризован, так как электрон не может излучать в направлении своего колебания, но излучает в перпендикулярном. Поэтому пропадает поляризация, совпадающая по направлению с отражённым лучом.



# Диаграмма направленности излучения колеблющегося электрона



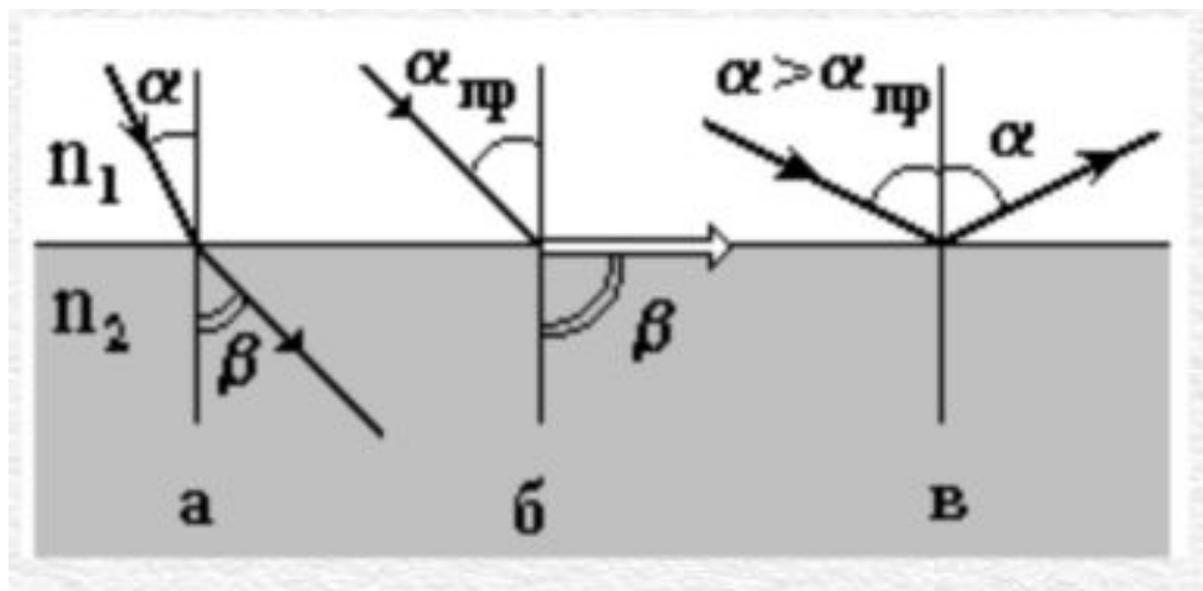
Согласно закону преломления

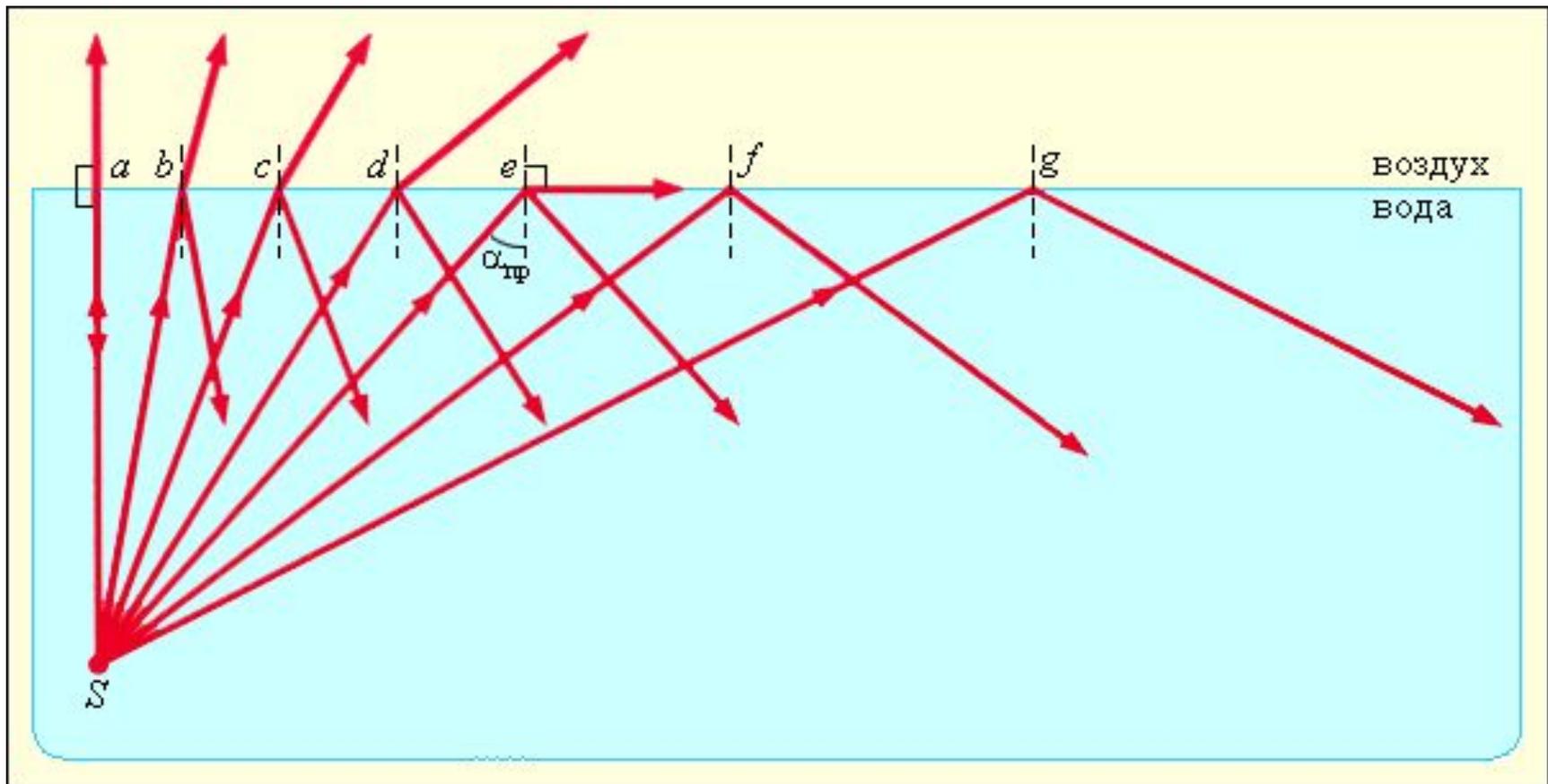
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{n_2}{n_1} = n_{12}$$

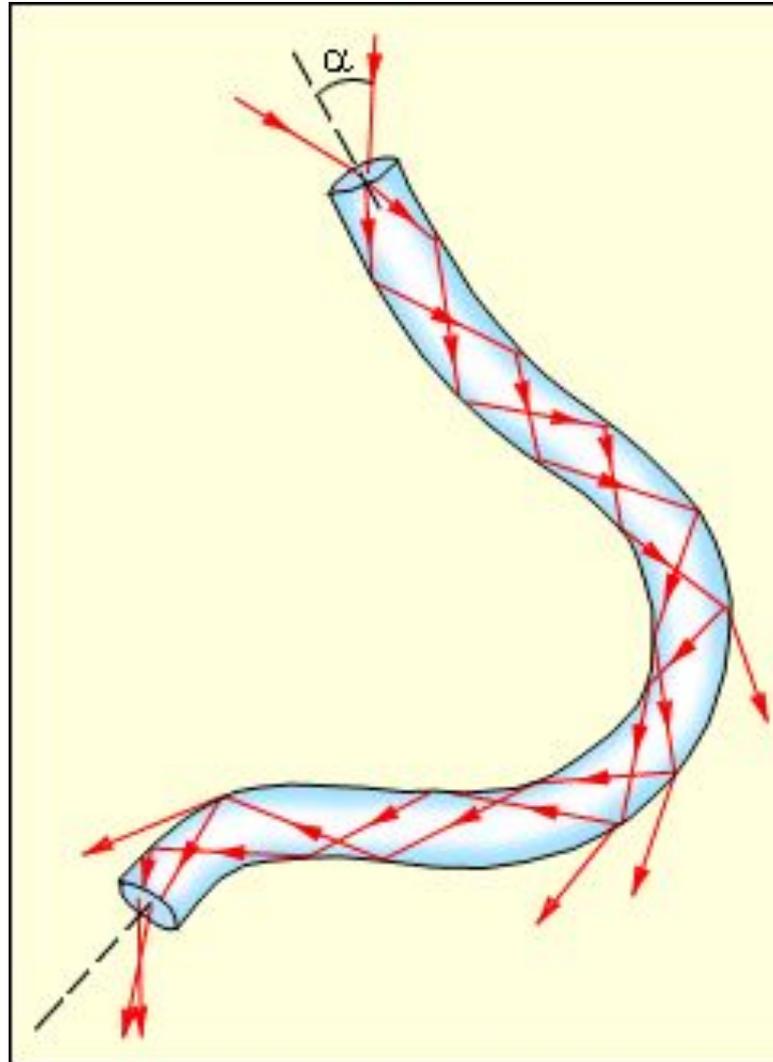
$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{Бр}} = n_{12}$$

Полное внутреннее отражение – явление, при котором свет полностью отражается от границы раздела двух сред и не проникает в другую среду.

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_2} = \frac{\sin \alpha_1}{1} = \sin \alpha_1 = \frac{n_2}{n_1} = n_{12}$$









# 13. Дифракция рентгеновских лучей.

# Дифракция рентгеновских лучей

Рентгеновские лучи представляют собой электромагнитные волны с длиной волны  $\lambda \approx 10^{-8} - 10^{-10}$  м.

Если кристаллическое тело рассматривать как совокупность параллельных атомных плоскостей, находящихся на расстоянии  $d \approx 10^{-10}$  м друг от друга,

то для рентгеновских лучей его можно рассматривать естественной трехмерной дифракционной решеткой.

Процесс дифракции рентгеновского излучения представляется как отражение излучения от системы этих плоскостей кристаллической решетки.

Дифракционные максимумы возникают в направлениях, в которых вторичные (рассеянные атомами) волны распространяются с одинаковыми фазами.

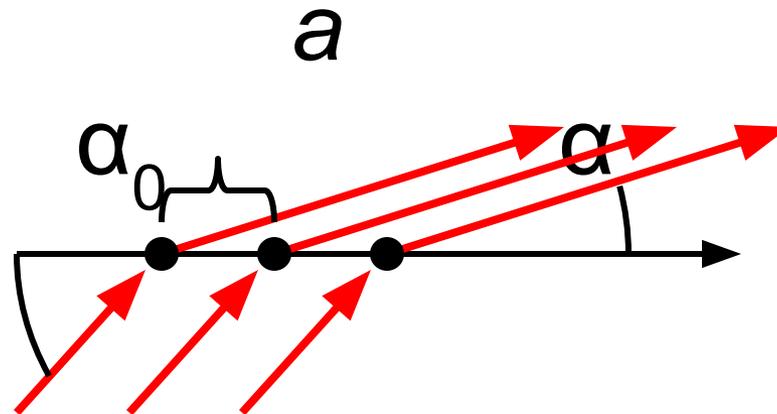
Дифракционные максимумы удовлетворяют условиям *Лауэ*:

$$a(\cos\alpha - \cos\alpha_0) = h\lambda,$$

$$b(\cos\beta - \cos\beta_0) = k\lambda,$$

$$c(\cos\gamma - \cos\gamma_0) = l\lambda,$$

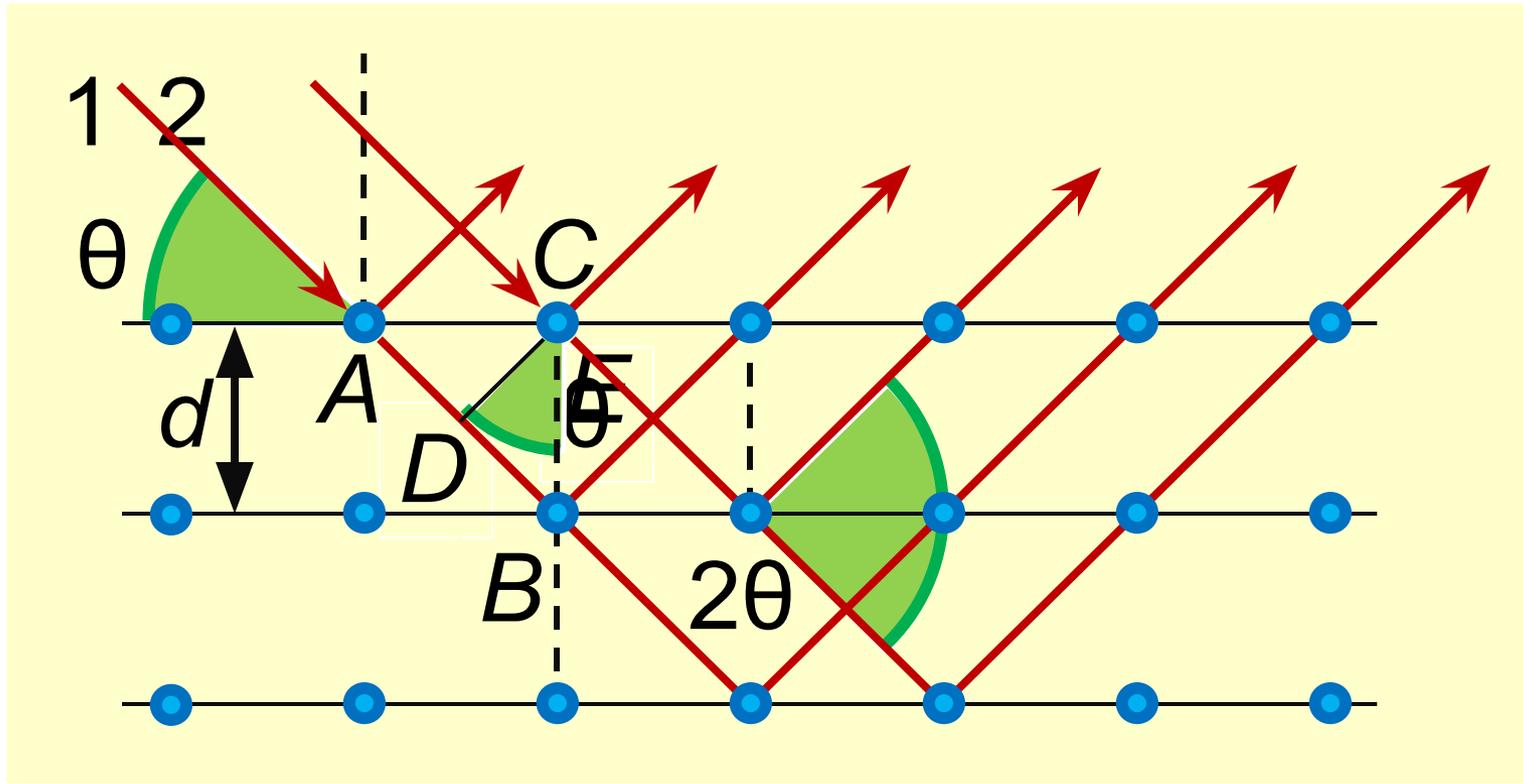
где  $a$ ,  $b$ ,  $c$  – периоды  
кристаллической решетки по трем  
осям;  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$ ,  $\gamma_0$  – углы, образованные  
падающими лучами;  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  – углы,  
между рассеянными лучами и осями  
кристалла;  $h$ ,  $k$ ,  $l$  – целые числа.



С другой стороны, можно воспользоваться формулой для дифракционной решётки (Формула Брэгга-Вульфа). Дифракционный максимум удовлетворяет условию

$$2d\sin\theta = \pm m\lambda,$$

где  $\theta$  – угол скольжения;  $d$  – период элементарной кристаллической решетки кристалла;  $m$  – порядок дифракционного максимума.



Применение: рентгеновская спектроскопия для исследования состава рентгеновского излучения и рентгеноструктурный анализ – для изучения структуры кристаллов.



# 14. Голография.

# Голография

В 1948 г. английский физик *Габор* предложил метод получения объемных изображений различных предметов, получивший название *голографии*, заключающийся в записи, воспроизведении и преобразовании волновых полей. Голография происходит от греческих слов «*holos*» – весь, полный и «*grapho*» – пишу, рисую.

В этом методе учитываются при записи голограммы не только амплитуды, но и фазы рассеянных предметом интерферируемых волн.

*Голограмма* – запись на чувствительном материале интерференционной картины, возникающей в результате взаимодействия волнового поля с опорной волной.

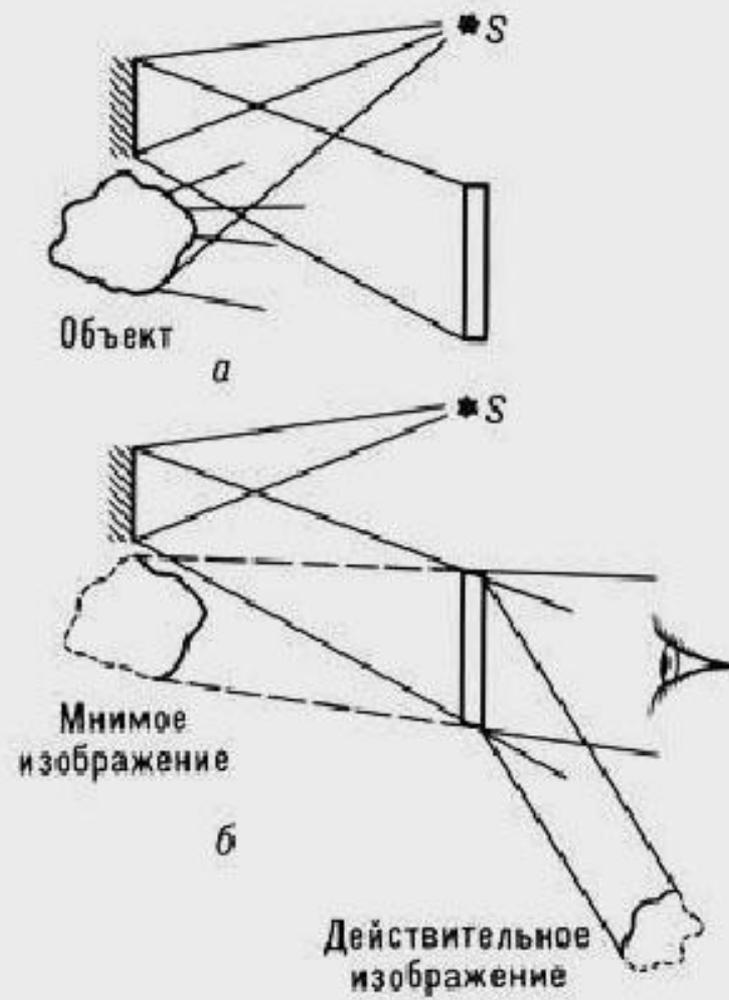
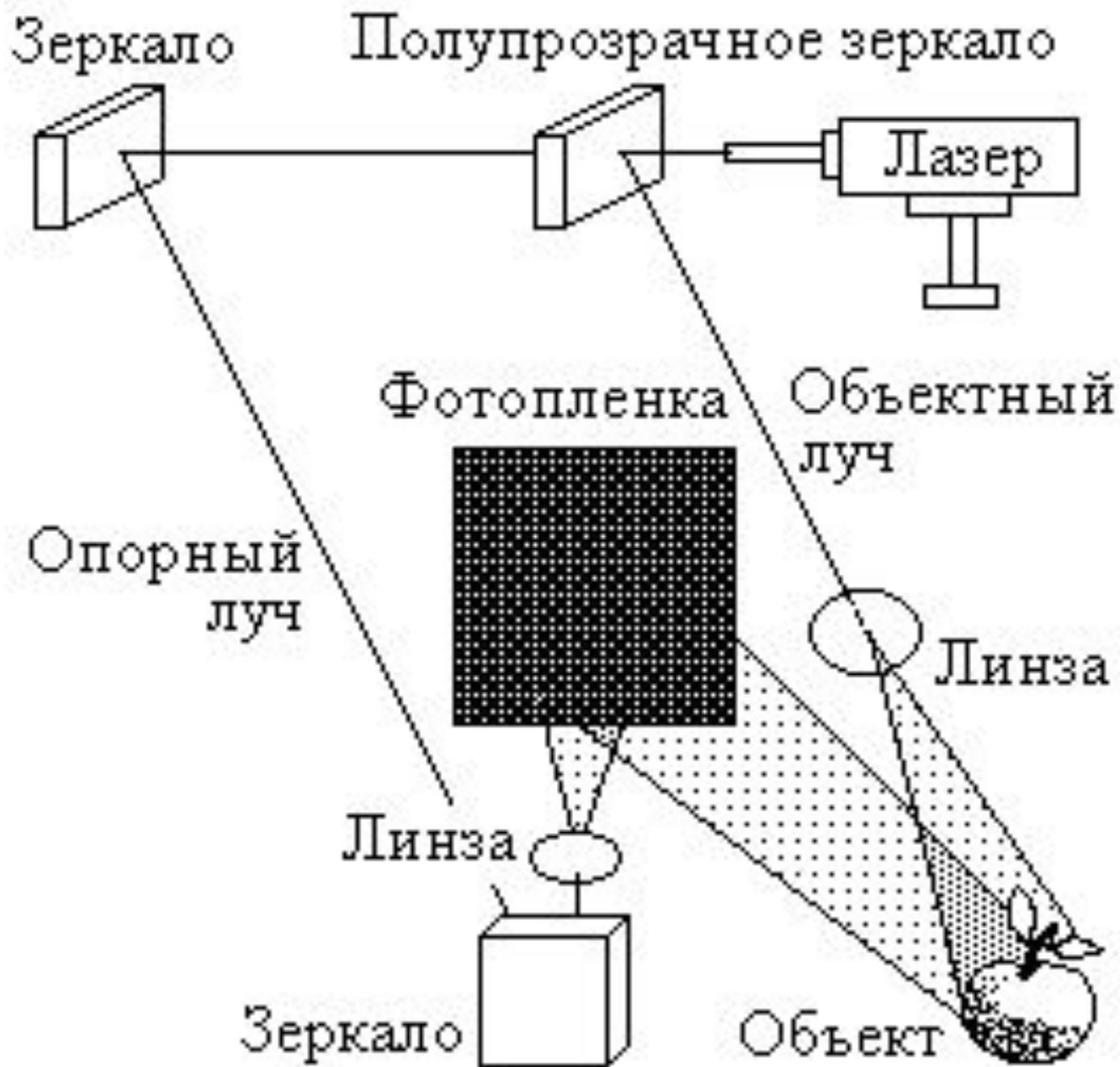


Рис. 2



Волна  $V_0$ , отраженная предметом П, складывается с опорной волной  $V_s$  от источника лазерного излучения.

Опорная волна должна иметь простую форму (волновой фронт плоский или сферический) и быть когерентной по отношению к предметной волне.

В результате наложения волн  $V_0$  и  $V_s$  возникает пространственная интерференционная картина (стоячая волна), представляющая собой систему поверхностей пучностей, на которых интенсивность волнового поля максимальна с чередующимися узловыми поверхностями, где интенсивность становится минимальной.

Интерференционная картина записывается в прозрачной светочувствительной среде объемом  $V$ . После экспозиции и химической обработки голограммы в толще светочувствительного материала формируется фотографическое изображение, распределение плотности которого моделирует распределение интенсивности в стоячей волне.



15. Двулучепреломление.  
Искусственное двулучепреломление.  
Ячейки Керра. Вращение плоскости  
поляризации.

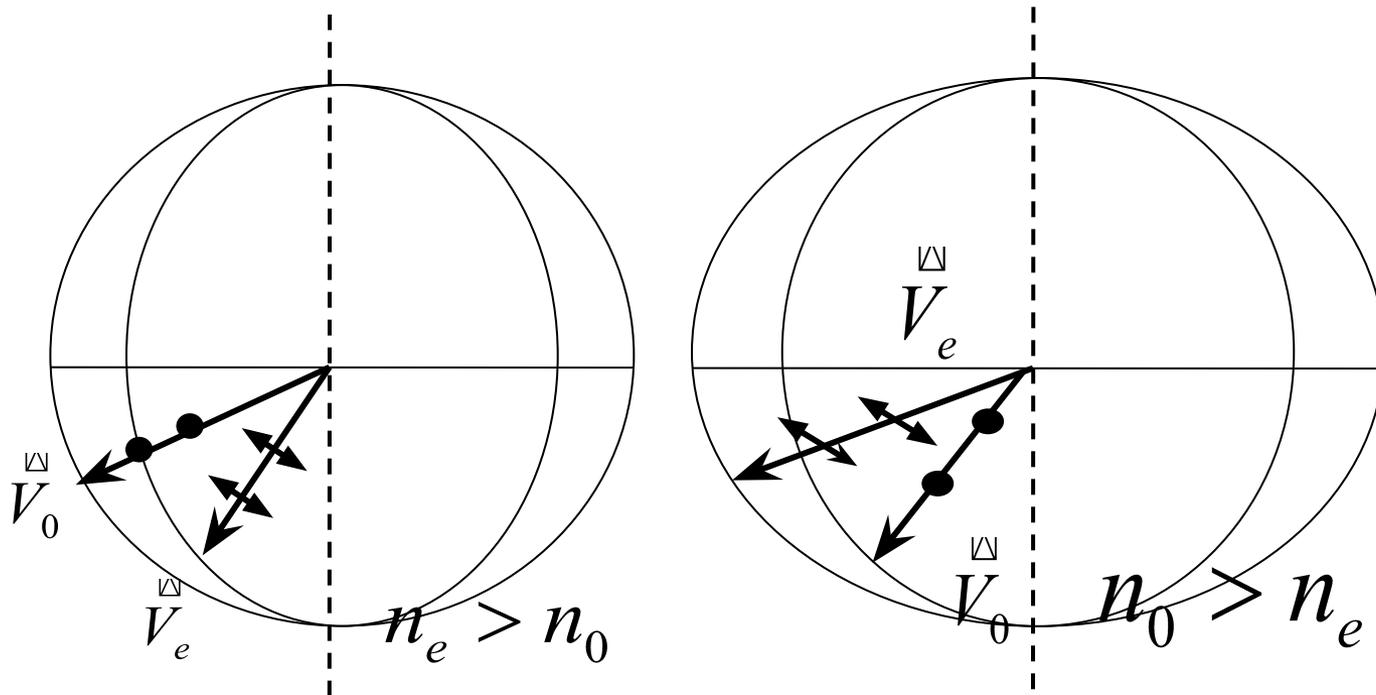
## Двулучепреломление

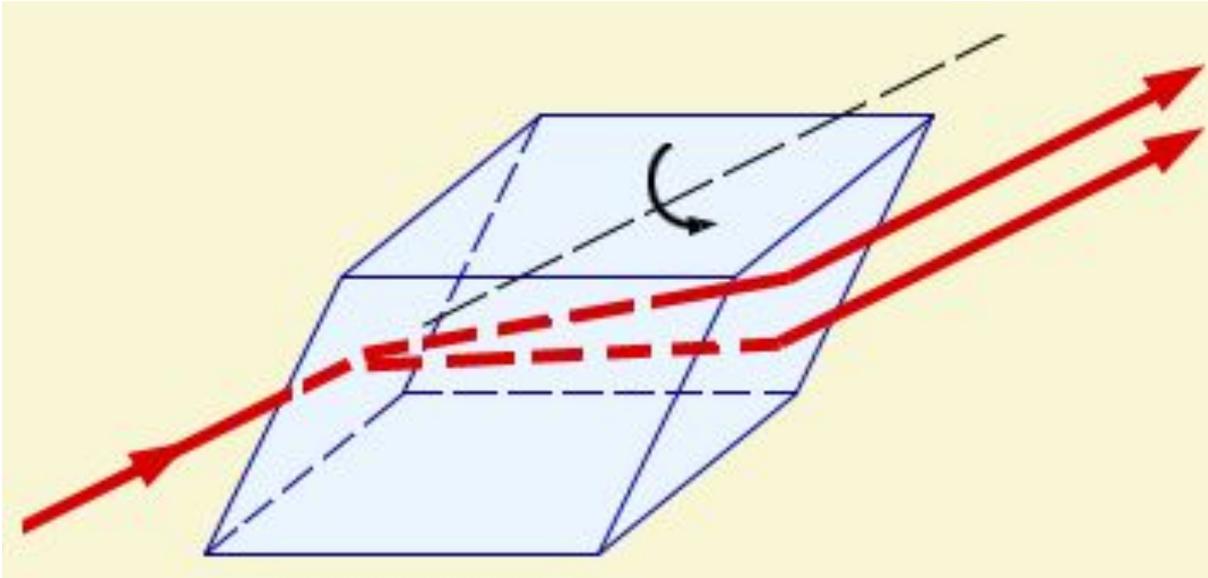
Явление наблюдается в анизотропных кристаллах – где показатель преломления ( $n^2 = \varepsilon$ ) зависит от направления поляризации (плоскости колебаний вектора  $E$ ).

Луч света в таком кристалле разделяется на о-обыкновенный (показатель преломления  $n_o$ ) и е-необыкновенный лучи (показатель преломления  $n_e$ ).

У обыкновенной волны волновая поверхность – сфера, у необыкновенной – эллипсоид вращения вокруг оптической оси кристалла. Оптической осью называют направление в кристалле, при повороте вокруг которого анизотропных свойств в нем не наблюдается.

$$V_0 = \frac{c}{n_0} \quad V_e = \frac{c}{n_e}$$





E  
O

Искусственное двойное лучепреломление основано на зависимости показателя преломления от внешнего воздействия. Для твёрдых тел

$$n_o - n_e = k\sigma,$$

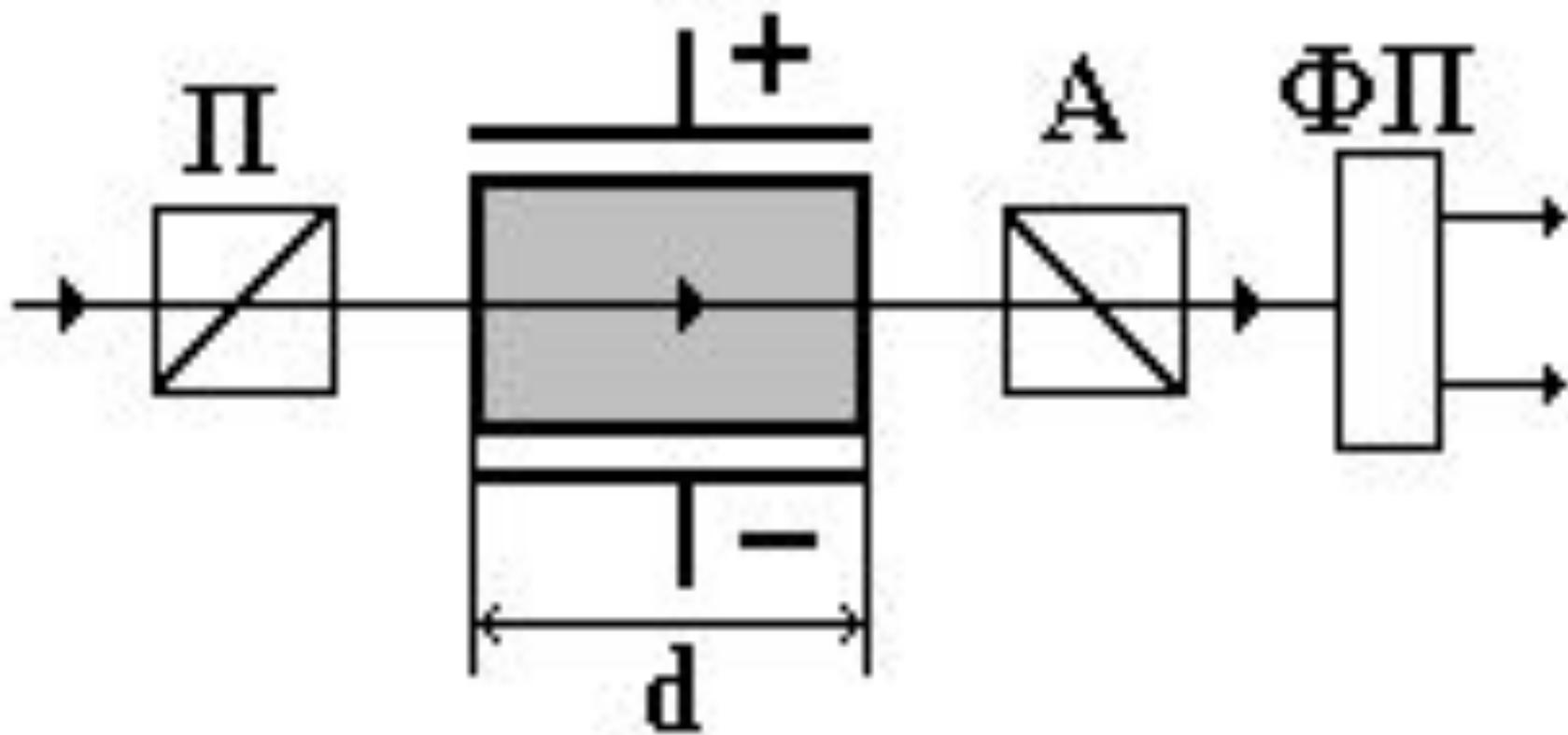
здесь  $\sigma$  – напряжение,  $k$  – коэффициент пропорциональности.

Используется для исследования распределения нагрузки в деталях.

Эффект Керра (ячейки Керра)  
Квадратичный электрооптический эффект возникает в результате двойного лучепреломления в оптических изотропных средах (газах, жидкостях, кристаллах с центром симметрии, стеклах и т. д.) под действием внешнего электрического поля.

Оптически изотропная среда, помещенная в электрическое поле, становится *анизотропной* и приобретает свойства одноосного кристалла, оптическая ось которого направлена вдоль вектора этого поля. Эффект Керра объясняет возникновение электронной поляризации в проходящем через среду линейнополяризованного света.





В отсутствии электрического поля свет не проходит через поляроиды (поляризатор и анализатор скрещены).

Наведенная электрическим полем, искусственная оптическая анизотропия вещества приводит к возникновению обыкновенного и необыкновенного лучей.

Из-за различия скорости их распространения между ними возникает разность фаз  $\Delta\phi$  и, в результате интерференции на выходе из вещества, получаем эллиптически поляризованный свет.

О величине эффекта судят по интенсивности прошедшего через анализатор света, регистрируемого фотоприемником ФП.

## Разность фаз

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d(n_e - n_o) = (2\pi Vd)E^2$$

где  $d$  – размер ячейки Керра;  $V$  – постоянная Керра.

Эффект Керра характеризуется малой инерционностью, время релаксации  $\tau \sim 10^{-11} - 10^{-12}$  с, что используется при создании быстродействующих оптических затворов

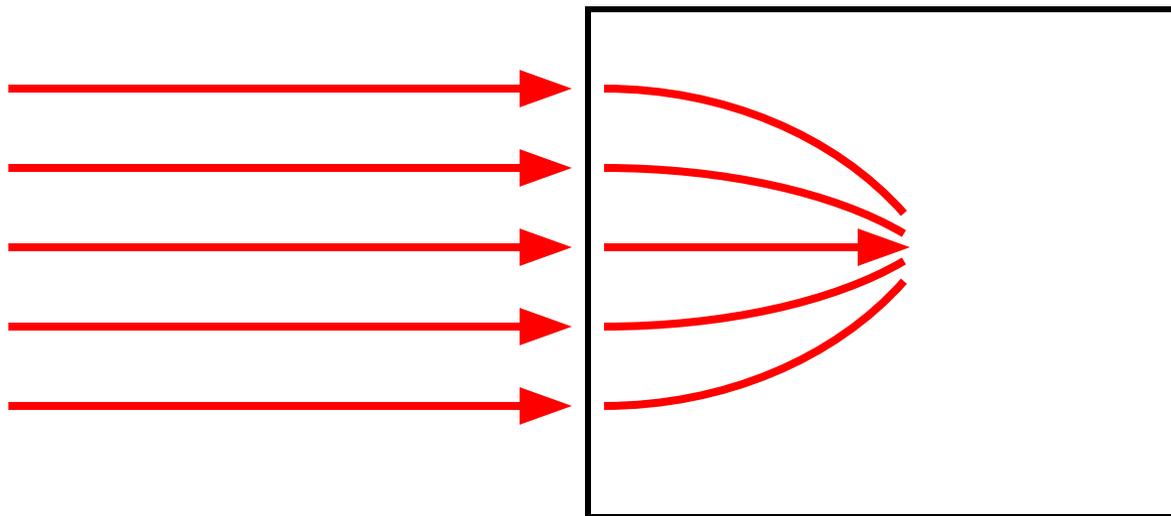
Вращение плоскости поляризации  
При прохождении света через  
оптически активное вещество,  
плоскость поляризации  
поворачивается на угол  $\varphi = \alpha l$  (закон  
Био),  $l$  – путь света в кристалле,  $\alpha$  –  
постоянная вращения. После  
отражения на выходе из среды  $\varphi = 0$ ,  
потому что угол поворота связан с  
направлением света.

Эффект Фарадея – вращение плоскости поляризации под действием магнитного поля  $\varphi = V\ell H$ ,  
 $V$  – постоянная Верде,  $H$  – напряжённость магнитного поля.  
После отражения на выходе из среды  $\varphi = 2\varphi$ , потому что угол поворота не связан с направлением света и плоскость поляризации продолжает поворот в том же направлении.

## Нелинейная оптика

При значительных значениях напряжённости электрического поля (примерно равных напряжённости в атоме  $E \sim E_{\text{ат}}$ ) принцип суперпозиции нарушается.

# Самофокусировка



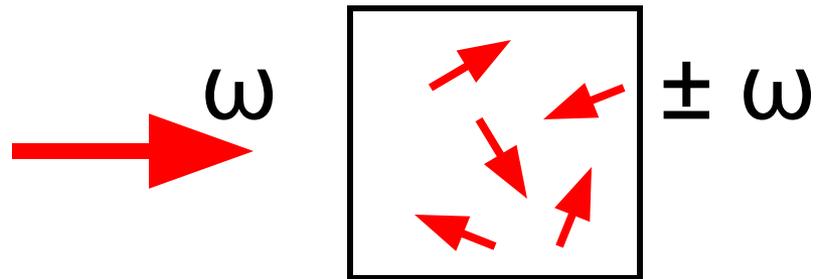


# Генерація гармоник



Вынужденное комбинационное  
рассеяние ВКР ( $\omega$  – частота  
распространяющейся  
электромагнитной волны (фотонов),  
 $\Omega$  – частота колебательных волн,  
распространяющихся в кристалле  
(фононов)). ВКР повторяет  
параметры лазерного излучения.

# Интенсивность света мала



# Интенсивность света велика

