Лекция 6

Фотоны

§§ Введение

Проблему равновесного излучения с классических позиций решить не удается.

1900, гипотеза Планка

Излучение и поглощение света веществом происходит не непрерывно, а конечными порциями или ***квантами***

Для согласия с классической термодинамикой и электродинамикой:

$$\boxed{\varepsilon = h\nu = \hbar\omega}$$

1905, гипотеза Эйнштейна

при распространении свет ведет себя подобно совокупности частиц (световых квантов – ***фотонов***)

Пример. $\lambda = 623$ нм (He-Ne лазер)

Энергия фотона:

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = 3{,}19 \cdot 10^{-19}\ \text{Дж} \approx 2\ \text{эВ}$$

Масса фотона в движении:

$$\begin{cases} \varepsilon = h\nu \\ \varepsilon = mc^2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}} = 3{,}55 \cdot 10^{-36}\ \text{кг}$$

Импульс фотона

$$p = m\upsilon = mc = 1{,}06 \cdot 10^{-27}$$

кг·м/с

$$\boxed{p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h\nu}{c}}$$

При взаимодействии с веществом фотоны могут рассеиваться, испускаться и поглощаться.

Число фотонов не сохраняется, зато должны выполняться законы сохранения импульса и энергии.

§§ Внешний фотоэффект

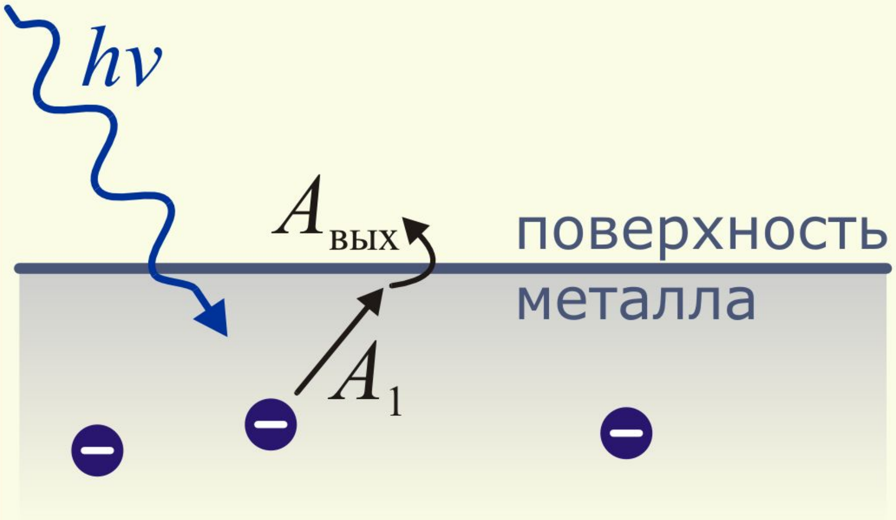
Фотоэффект – испускание электронов веществом под действием света.

1905, А.Эйнштейн

Пусть поверхность металла освещается монохроматическим светом с частотой ν

Один фотон несет энергию $\varepsilon = h\nu$
и полностью передает ее электрону.

Электрон не может «поглотить» фотон из-за закона сохранения МИ (спина).



A_1 – потеря энергии в объеме

$A_{вых}$ – работа выхода электрона (1,4–5 эВ)

Закон сохранения энергии

$$h\nu = (A_1 + A_{вых}) + E_k$$

$A_1 \to 0$ – электрон вблизи поверхности

$$\boxed{h\nu = A_{вых} + E_{k\,max}}$$

уравнение Эйнштейна для фотоэффекта

Существование ***красной границы***:

$$E_{k\,\max} = 0 \;\Rightarrow h\nu_{\min} = A$$

Металл	$\lambda_{\max}$, нм
Cs	686
K	560
Na	540
Li	521
Hg	273,5
Fe	262
Ag	261
Au	265

$\left.\begin{matrix}\text{Hg} \\ \text{Fe} \\ \text{Ag} \\ \text{Au}\end{matrix}\right\}$ УФ

п/п	$\lambda_{\max}$, нм
Ge	260
Si	258

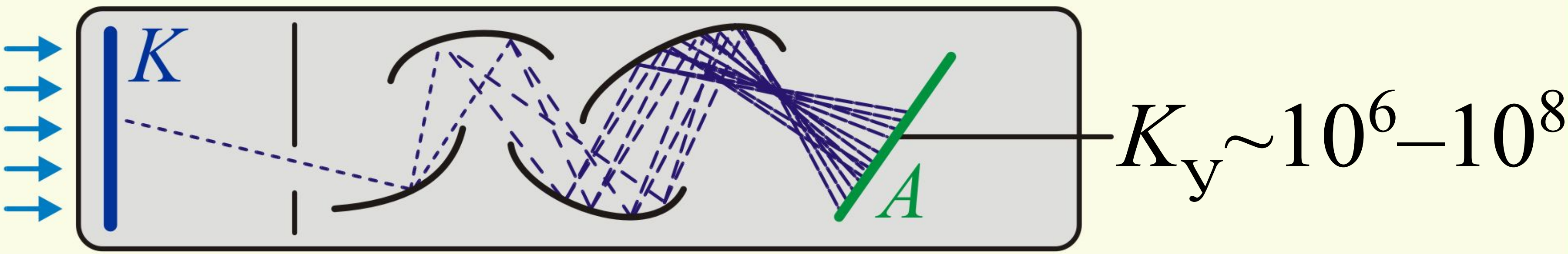
Работа выхода, эВ

Cs	1,81
K,Na,Li	2,22–2,38
Hg…Au	4,55–4,75

Для прекращения эмиссии электронов необходимо приложить задерживающую разность потенциалов

$$eU_з = E_{k\,\max} = h\nu - A_{\text{вых}}$$

Приложение ***ускоряющей*** разности потенциалов используется в ***фотоэлектронном умножителе***

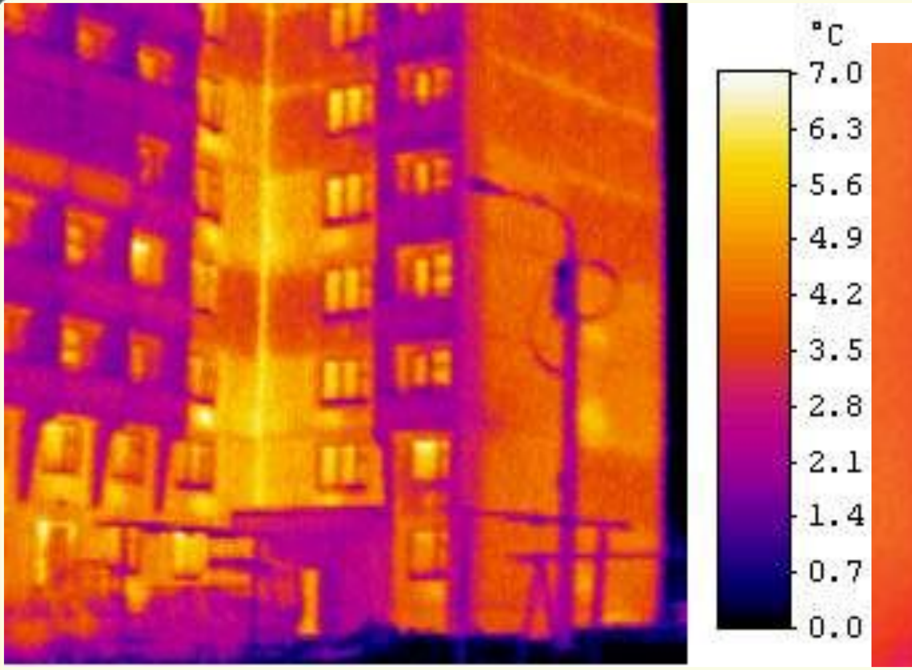


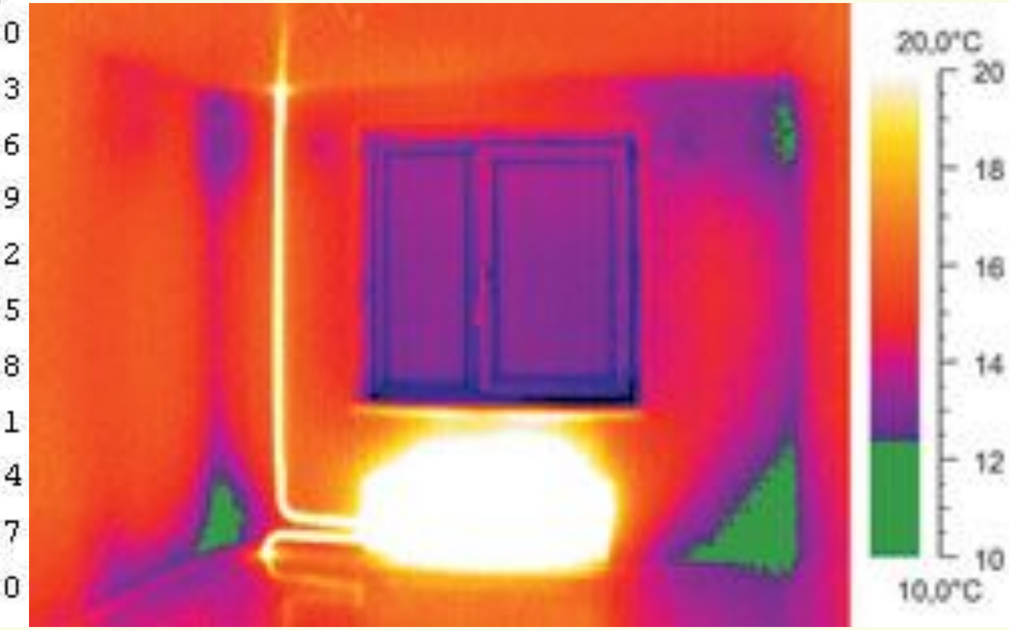
Ускоренные электроны могут вызвать и свечение люминофора (приборы ночного видения, тепловизоры)

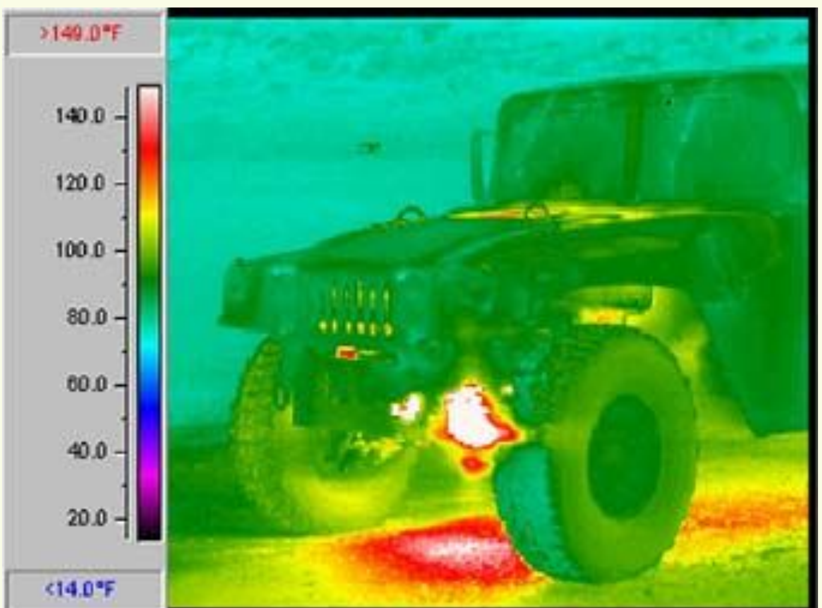
Применение

1) Приёмники и усилители сигналов ЭМВ в электрические сигналы (R, U, I)

2) Преобразователи ЭМВ ИК и УФ в излучение видимого диапазона







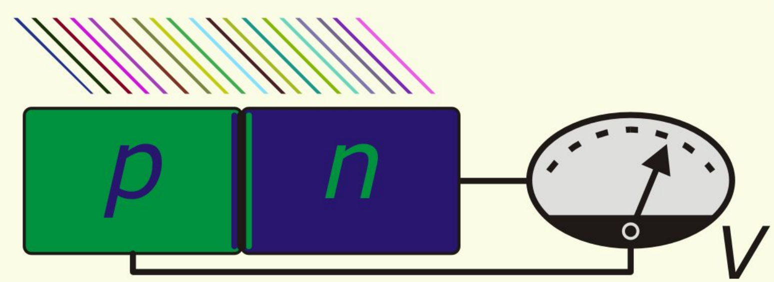
Наблюдение объекта через тепловизор позволяет выявить утечки, слабые места, избежать аварии.

§§ Внутренний фотоэффект

В диэлектриках и полупроводниках электрон изменяет свою энергию не выходя на поверхность.

У вещества изменяется проводимость (***<u>фоторезисторы</u>***).

В неоднородных полупроводниках также наблюдается ***<u>фотогальванический эффект</u>*** – образование разности потенциалов под действием света.



Фотоэлементы (солнечные батареи) в настоящее время используют как источники электроэнергии

1) основа – кремний (Si)

2) КПД от 10 до 20%

3) Фото-ЭДС: 1–2 В

4) Фототок: ~0,01 А с площади в 1 см^2

(сотни ватт с 1 м^2)


Фотоэффект применяют

в науке (измерения)

в технике:

связь

контроль и управление

организация электропитания

усилители и преобразователи

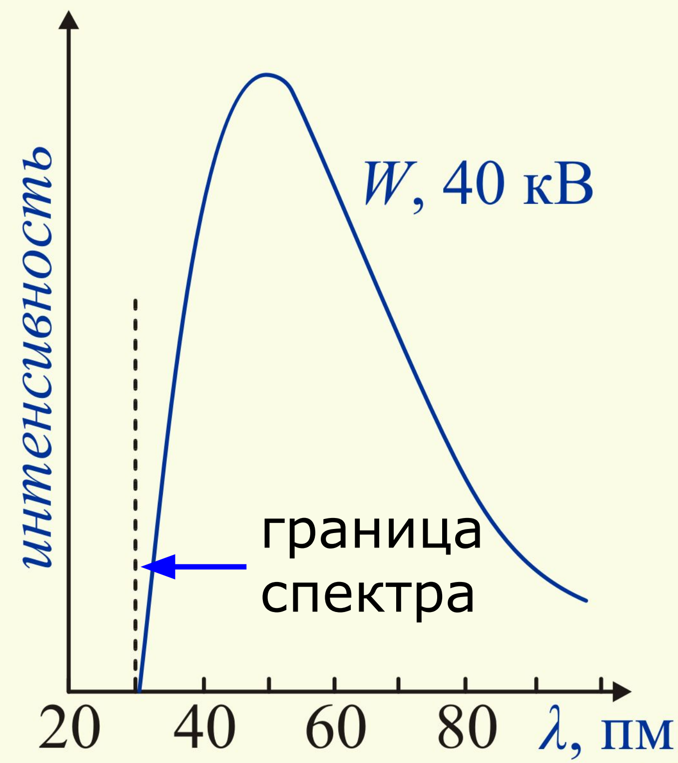
§§ Рентгеновская трубка

Пусть электрон ускоряется разностью потенциалов U, тогда его энергия

$$E_{k\,\max} = eU$$

при попадании в металл его энергия уменьшается до нуля , при этом возникает излучение с макс. частотой

$$eU = h\nu_{\max} = h\frac{c}{\lambda_{\min}}$$



§§ Эффект Комптона

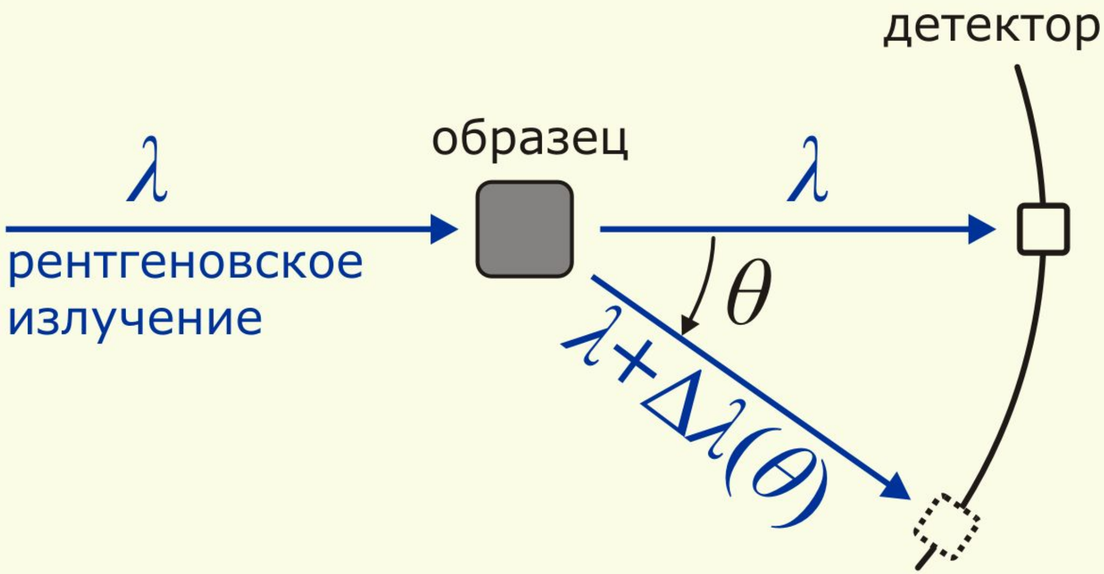
1922–23 г., Артур Комптон исследовал рассеяние рентгеновского излучения на телах, состоящих из легких атомов (графит, парафин).

Оказалось, что в рассеянном излучении содержится две линии: λ и $\lambda+\Delta\lambda$

Смещение

$$\Delta\lambda \sim \sin^2\frac{\theta}{2}$$

и не зависит от состава тела и длины волны λ



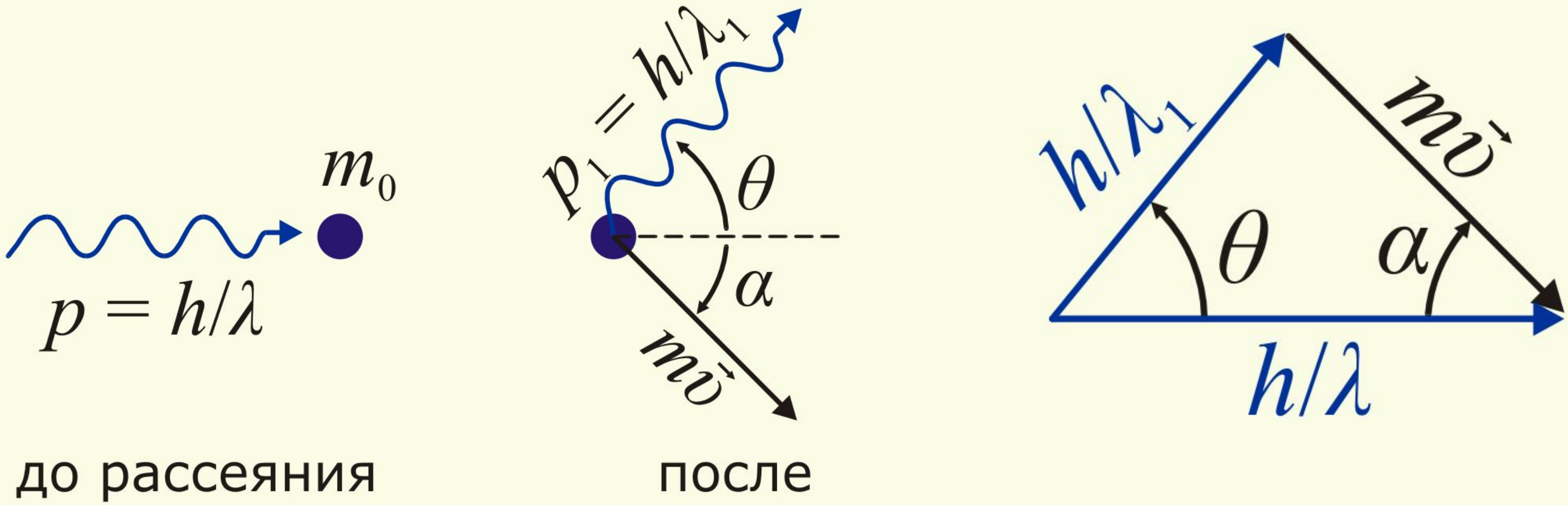
Рассмотрим эффект с квантовых позиций, как процесс **упругого** рассеяния фотона частицей (например, электроном)

Пусть m_0 – масса покоя частицы

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}$$ – масса движения

λ – длина волны до рассеяния

λ_1 – длина волны после рассеяния



Закон сохр. импульса (т.косинусов)

$$m^2\upsilon^2 = \frac{h^2}{\lambda^2} + \frac{h^2}{\lambda_1^2} - 2\frac{h}{\lambda}\frac{h}{\lambda_1}\cos\theta \qquad (1)$$

Закон сохранения энергии

$$\frac{hc}{\lambda} + m_0 c^2 = \frac{hc}{\lambda_1} + mc^2 \qquad (2)$$

или $(m - m_0)c^2 = \left(\frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda_1}\right)c$

Возведем в квадрат:

$$(m^2 - 2mm_0 + m_0^2)c^2 = \frac{h^2}{\lambda^2} + \frac{h^2}{\lambda_1^2} - 2\frac{h^2}{\lambda\lambda_1}$$

Вычтем: (1)–(2)

$$\underbrace{m^2(\upsilon^2-c^2)}_{-m_0^2c^2}+2mm_0c^2-m_0^2c^2=2\frac{h^2}{\lambda\lambda_1}(1-\cos\theta)$$

$$2m_0\underbrace{(mc^2-m_0c^2)}_{\frac{hc}{\lambda}-\frac{hc}{\lambda_1}}=2\frac{h^2}{\lambda\lambda_1}(1-\cos\theta)$$

$$\frac{hc}{\lambda}-\frac{hc}{\lambda_1}=hc\frac{\lambda_1-\lambda}{\lambda_1\lambda}$$

$$\boxed{\Delta\lambda=\lambda-\lambda_1=\frac{h}{m_0c}(1-\cos\theta)=\frac{2h}{m_0c}\sin^2\frac{\theta}{2}}$$

Если рассеяние происходит на электроне

$$\frac{h}{m_e c} = 2{,}42(8)\ \text{пм} = \Lambda$$

– комптоновская длина волны электрона

Рассеяние происходит на случайный угол.

Если электрон не оторвется от атома, то смещения по длине волны **не будет**.

Иногда наблюдается и обратный эффект Комптона – уменьшение длины волны у рассеянного излучения.

§§ Гипотеза Де Бройля

В оптических явлениях наблюдается ***дуализм***.

1924, Луи Де Бройль (*Louis De Broglie*)
гипотеза о всеобщем характере корпускулярно-волнового дуализма

Это универсальное свойство природы – всем микрообъектам присущи **одновременно** и корпускулярные и волновые свойства

Энергия фотона: $E = h\nu = \hbar\omega$

Импульс фотона: $P = mc = E/c = \hbar k = \dfrac{h}{\lambda}$

С двигающейся со скоростью υ частицей массой m можно ассоциировать волну с длиной

$$\boxed{\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\upsilon} = \frac{hc}{E}}$$

– ***длина волны Де Бройля***

Пример:

электрон, ускоренный $U = 12$ кВ

$$E = 12\ \text{кэВ} = 1{,}92\cdot 10^{-15} \qquad \lambda = 10^{-10}\ \text{м}$$

Дифракция микрочастиц (электронов, атомов и молекул) наблюдается аналогично дифракции рентгеновского излучения

Для того, чтобы интерпретировать явления интерференции и дифракции микрочастиц принимают, что

<u>Интенсивность</u> сопоставляемой волны пропорциональна вероятности обнаружения частицы в этой точке

Соотношение неопределённостей

В классической механике у каждой частицы были свои координаты

$$\vec{r} = \{x, y, z\}$$

и импульс

$$\vec{p} = \{p_x, p_y, p_z\}$$

в каждый момент времени.

Из формулы де Бройля $\lambda = \dfrac{h}{p}$

следует ***<u>принцип неопределенности</u>***

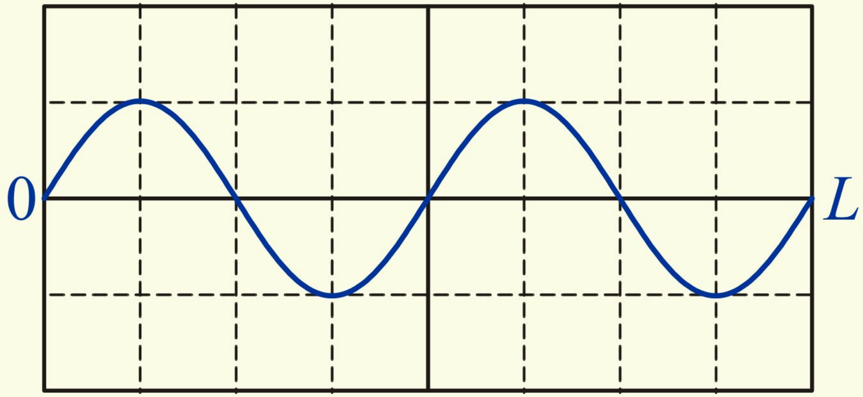
Пусть импульс частицы p нам известен точно $(\Delta p = 0)$, тогда волна, ассоциированная с частицей – строго ***монохроматическая***

Это бесконечная $\sin$ волна, занимающая **все пространство** $(\Delta x = \infty)$

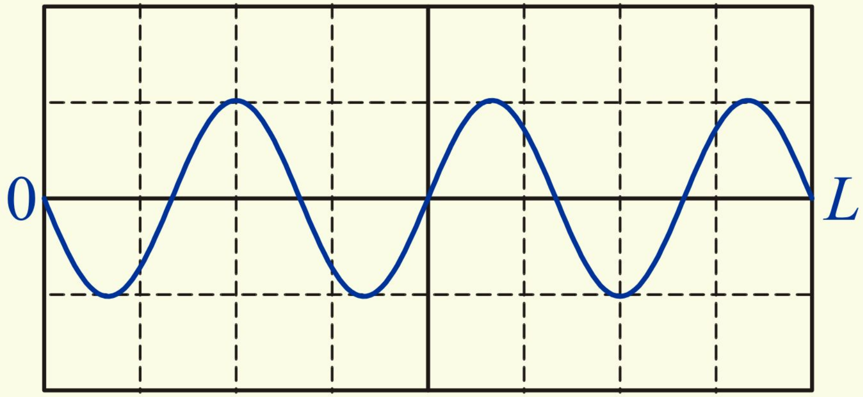
Пусть частица локализована в области пространства $\Delta x = L.$

Тогда ей соответствует ***<u>волновой пакет</u>*** (набор волн, импульсов), т.е. $\Delta p \neq 0$

Рассмотрим сумму двух волн

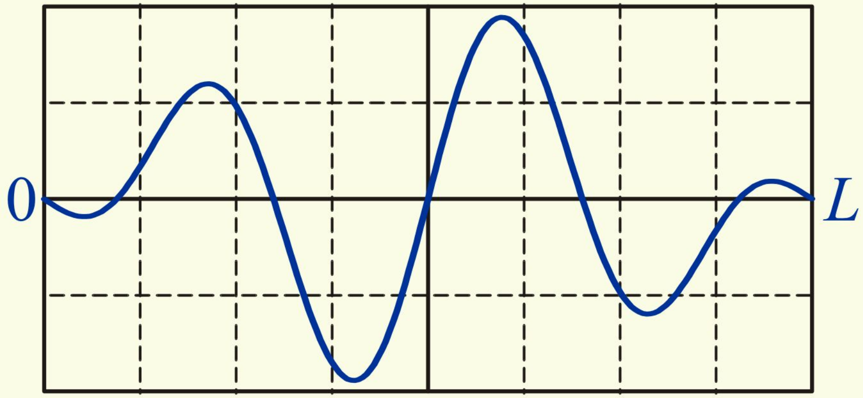


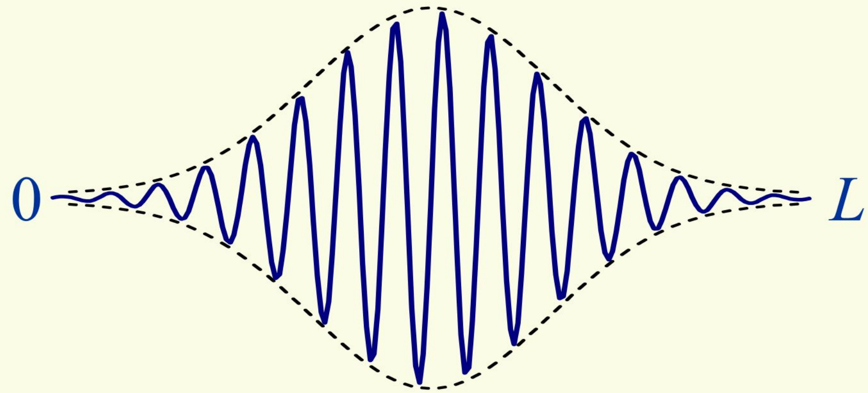
$$L = 2\lambda$$



$$L = 3\lambda$$

Для многих гармоник





Пусть

$$\frac{L}{\lambda_1} = N \quad \text{и} \quad \frac{L}{\lambda_2} = N + 1$$

тогда

$$L\left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right) = 1 \quad \text{или} \quad \Delta x\left(\frac{p_2}{h} - \frac{p_1}{h}\right) = 1$$

$$\boxed{\Delta x \cdot \Delta p = h}$$

Δx – неопределенность координаты

Δp – неопределенность импульса

Более строгое выражение называется ***соотношением неопределенностей Гейзенберга***

$$\boxed{\left\langle \Delta x^2 \right\rangle \left\langle \Delta p^2 \right\rangle \geq \frac{h^2}{4}}$$

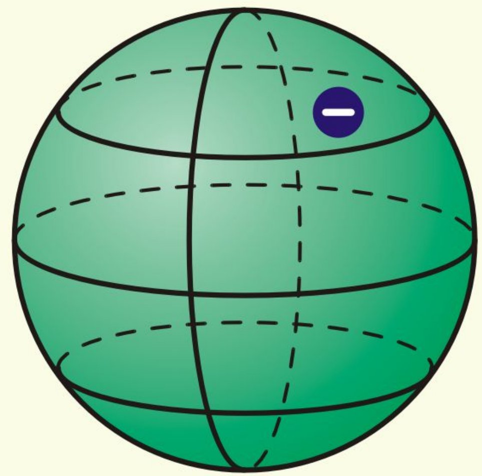
Это означает, что в квантовой механике нет (не применимо) понятие траектории частицы

Можно говорить лишь **о вероятности** нахождения частицы в данной области пространства.

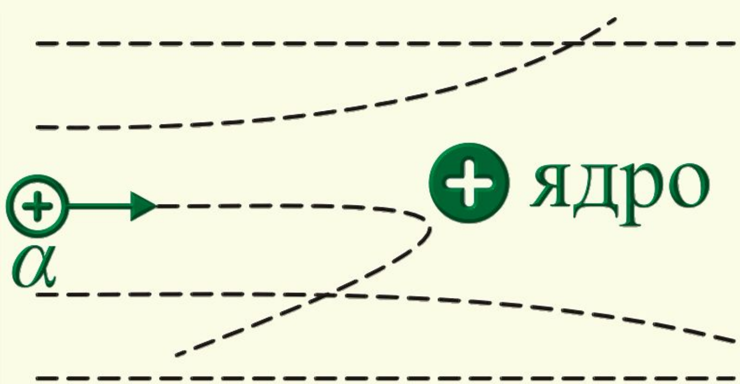
§§ Модель атома Резерфорда

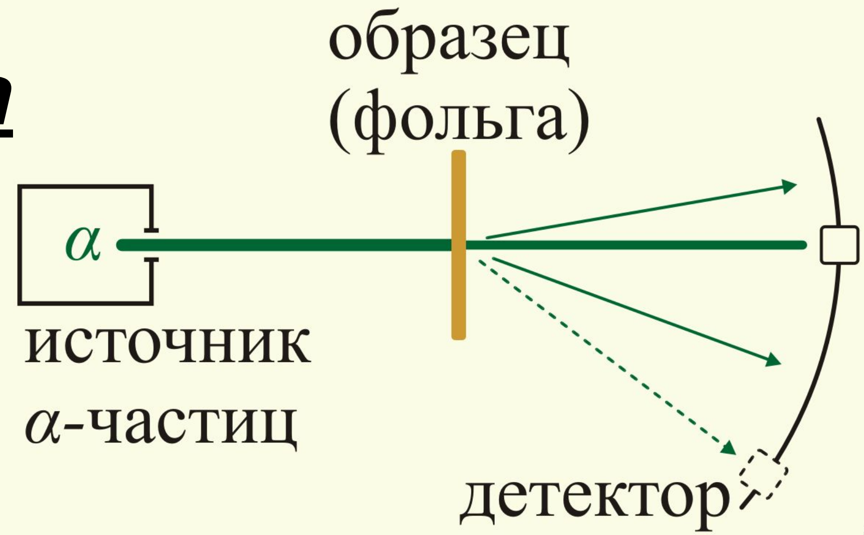
1897, Томсон, открытие электрона

<u>Модель Томсона</u>: атом – однородно заряженный шар, внутри которого двигается электрон



<u>Опыты Резерфорда</u>





Ядерная модель атома

1) Атом – система зарядов, в центре которой располагается тяжелое положительно заряженное ядро

$$Q = Z|e| \qquad d_{я} \sim 10^{-14} - 10^{-15}\ \text{м}$$

2) вокруг ядра – Z электронов

$$d_{\text{А}} \sim 10^{-10}\ \text{м} \quad \text{(несколько Å)}$$

Трудности:

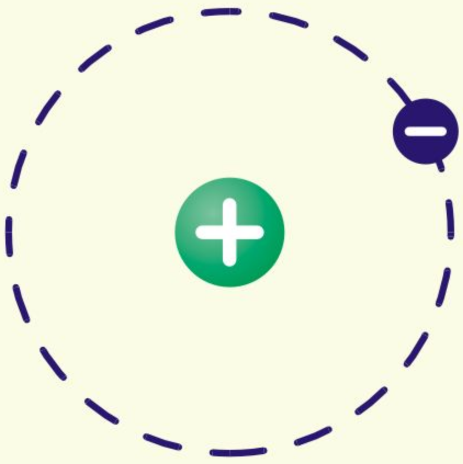
1) Система зарядов либо непрерывно излучает энергию, либо неустойчива
2) Линейчатый спектр
3) Тождественность атомов

§§ Теория Бора

Пусть электрон движется по круговой орбите

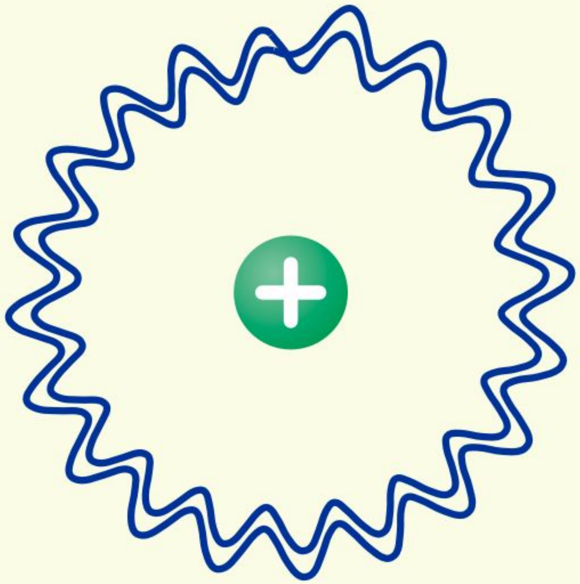
r – радиус орбиты

υ – скорость электрона



С электроном свяжем волну Де Бройля:

$$p = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{m\upsilon}$$



Пусть на длине окружности укладывается целое число длин волн (условие max):

$$2\pi r = 2n\frac{\lambda}{2} \;\Rightarrow\; m\upsilon r = n\frac{h}{2\pi}$$

т.е. момент импульса электрона на орбите принимает только дискретные значения (т.е. «квантуется»):

$$\boxed{m\upsilon r = n\hbar}$$

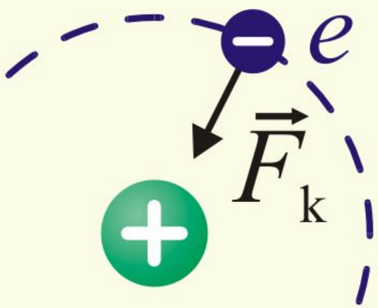
$n = 1,2,3...$ – ***<u>главное квантовое число</u>***

Заряд ядра атома: $Q = Z|e|$

Z – порядковый номер элемента

$e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл – заряд электрона

Сила, действующая на электрон



$$F_\text{k} = k\frac{Ze^2}{r^2}, \quad k = 9 \cdot 10^{-9} \ \text{Н} \cdot \text{м/Кл}^2$$

по II-му закону Ньютона

$$k\frac{Ze^2}{r^2} = m\frac{\upsilon^2}{r}$$

Получаем систему

$$\begin{cases} m\upsilon r = n\hbar \\ m\upsilon^2 r = kZe^2 \end{cases}$$

ее решение

$$\upsilon = \frac{kZe^2}{n\hbar}$$ – скорость электрона

$$r = \frac{n\hbar}{m\upsilon} = \frac{n^2\hbar^2}{mkZe^2}$$ – радиус орбиты

Каждому значению главного квантового числа n соответствует своя круговая орбита и скорость электрона υ_n на ней:

	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$
r_n, Å	0,53	2,12	4,77	8,49
υ_n, 10^6 м/с	2,2	1,1	0,73	0,55

Энергия электрона (дискретный спектр):

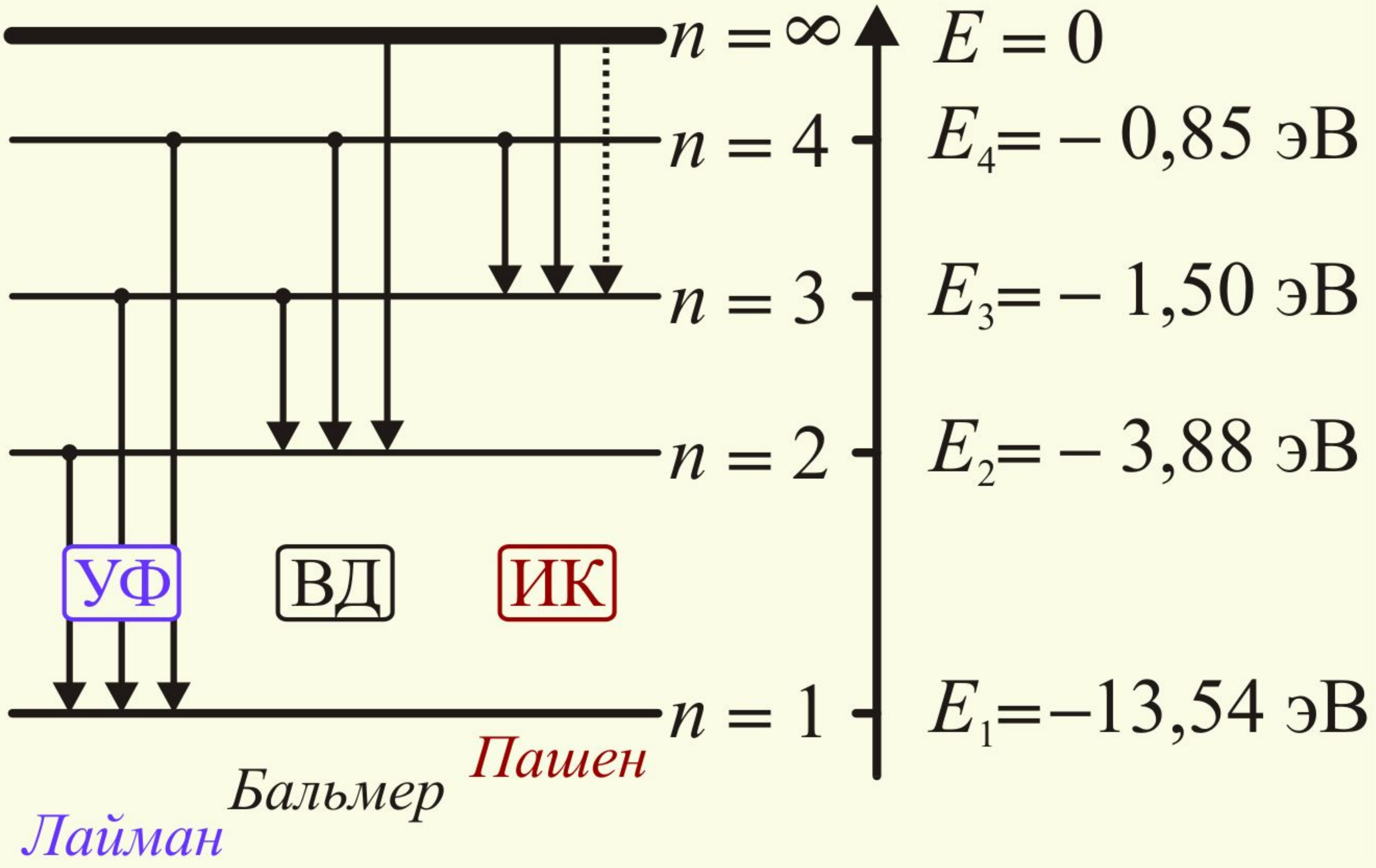
$$E = E_k + E_p = \frac{m\upsilon^2}{2} - k\frac{Ze^2}{r} = -\frac{mk^2e^4}{2\hbar^2} \cdot \frac{Z^2}{n^2}$$

При переходе атома $(Z = 1)$ из состояния с главным квантовым числом n в состояние с m испускается или поглощается квант с энергией:

$$\hbar\omega = E_m - E_n = -\underbrace{\frac{m_e k^2 e^4}{2\hbar^2}}_{13{,}54 \text{ эВ} = 2{,}2\cdot 10^{-18} \text{ Дж}}\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

$$\omega = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right), \quad R = 2{,}06\cdot 10^{16} \text{ рад/с}$$

Уровни энергии в атоме водорода



Теория Бора для атома водорода (а также He^{+}, Li^{++}, Be^{+++}, …) позволила объяснить сложное строение спектра излучения с высокой точностью.

Уточнение теории – учет поправок, связанных с движением электрона и ядра относительно общего центра масс.

Недостатки:

1) она не квантовая и не классическая

2) нельзя построить теорию атома гелия