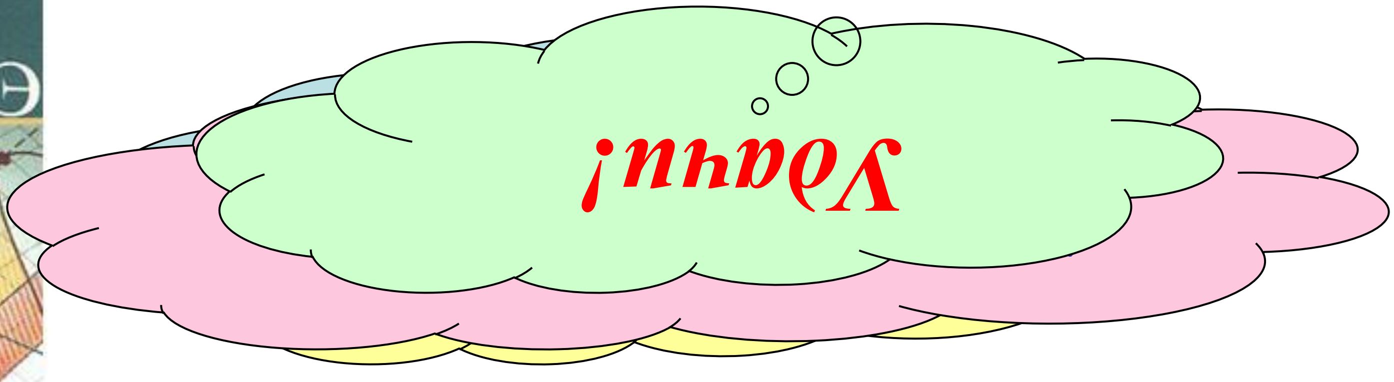
«Сегодня мы учимся вместе –

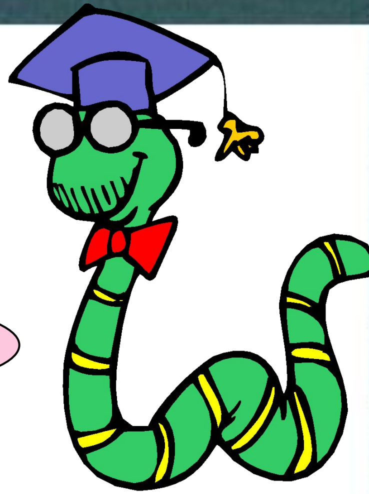
Я, ваш учитель, и вы, мои ученики. Но в будущем ученик должен превзойти учителя, иначе в науке не будет прогресса».

В.А.Сухомлинский

«Без уравнения нет математики как средства познания природы»

(академик Александров П. С.)

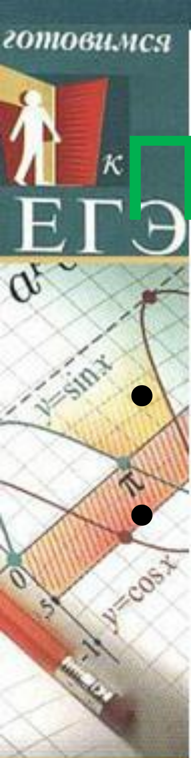




Решение простейших тригонометрических уравнений.

Цели урока:

- *обобщить знания по теме «Решение простейших тригонометрических уравнений»,*
- *проверить практические навыки и умения учащихся при решении уравнений,*
- *научить применять знания, умения и навыки в новой ситуации*



Проверка домашнего задания.

- №1 Решить уравнение
-

$$\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = (-1)^{\kappa+1}\frac{\pi}{4} + \pi\kappa, \kappa \in Z$$

№2

Найти корни уравнения

$$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

принадлежащие промежутку [0;π]

$$x = \pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi\kappa, \kappa \in Z$$

$$\kappa = 0$$

$$x = \pm\frac{5\pi}{6}$$

$$\kappa = 1$$

$$x = \frac{17\pi}{6}$$

$$x = \frac{7\pi}{6}$$

$$\textit{Ответ}: \frac{5\pi}{6}$$

№3

Найдите сумму корней уравнения ctg x=-√3, принадлежащих промежутку [-π;π]

$$x = (\pi - \frac{\pi}{6}) + \pi к = \frac{5\pi}{6} + \pi к, к \in Z$$

$$-\pi \le \frac{5\pi}{6} + \pi k \le \pi$$

$$-1 \le \frac{5}{6} + k \le 1$$

$$-\frac{11}{6} \le k \le \frac{1}{6}$$

$$k = 0; -1$$

$$x = \frac{5\pi}{6}$$

$$x = -\frac{\pi}{6}$$

$$Ответ:$$

$$\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \left\| \frac{2\pi}{3} \right\|$$

«Результат учения равен произведению способности на старательность.

Если старательность равна нулю, то и все произведение равно нулю.

А способности есть у каждого»

Это мы знаем…

- 1). Какое уравнение называется тригонометрическим?
- 2).Уравнения какого вида называются простейшими тригонометрическими уравнениям?
- 3).Дайте определение арксинуса, арккосинуса, арктангенса и арккотангенса.

Вычислите:

$$1)\ \sin 30^\circ;\ \cos 90^\circ;\ tg\,60^\circ;\ ctg\,45^\circ$$

$$2)\ \arcsin\frac{1}{2};\ \arccos 0;\ arctg\,1$$

$$\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2};\ \arccos\left(-\frac{1}{2}\right);\ arctg\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

Найди ошибку.

1. $\cancel{\arcsin 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}}$

2. $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) = \boxed{\frac{2\pi}{3}}$

3. $\cancel{\arcsin 3 = \arcsin 1 \cdot 3 = \frac{\pi}{4} \cdot 3 = \frac{3\pi}{4}}$

4. $arctg\, 1 = \boxed{\frac{\pi}{4}}$

5. $arcctg\left(-\sqrt{3}\right) = \boxed{\frac{3\pi}{4}}$

Установите соответствие:

1. $\sin x = 0$
2. $\cos x = -1$
3. $\sin x = 1$
4. $\cos x = 1$
5. $tg\, x = 1$
6. $\sin x = -1$
7. $\cos x = 0$

$\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in Z$

$2\pi k, \quad k \in Z$

$\pi k, \quad k \in Z$

$\frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in Z$

$-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in Z$

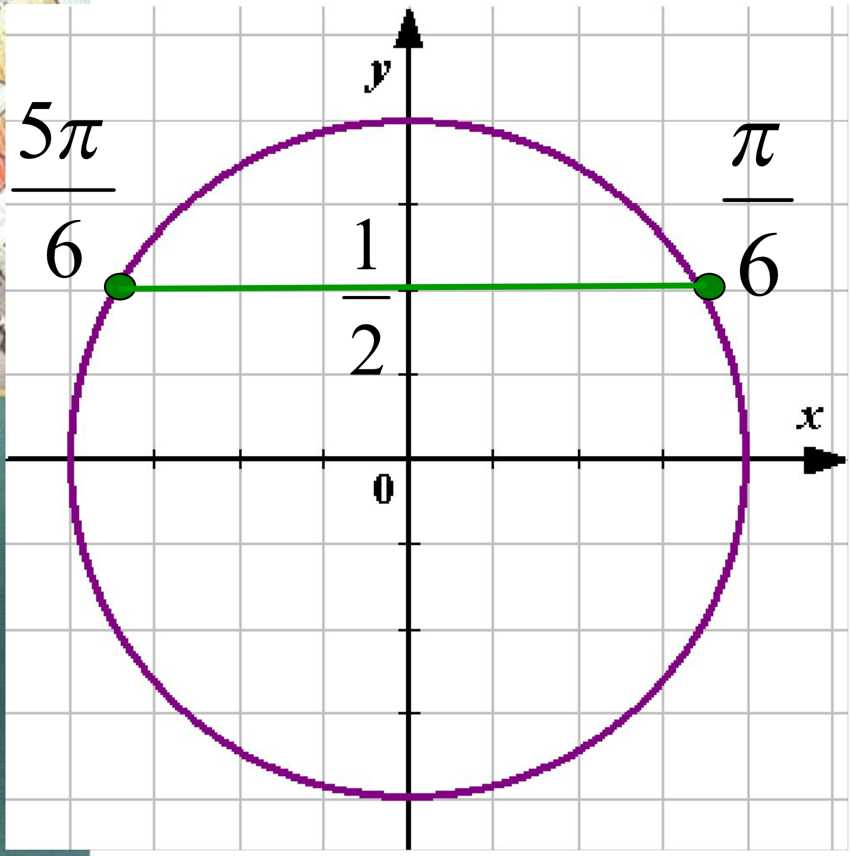
$\pi + 2\pi k, \quad k \in Z$

$\frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in Z$

Молодцы!

1

Решение какого уравнения показано на тригонометрической окружности?



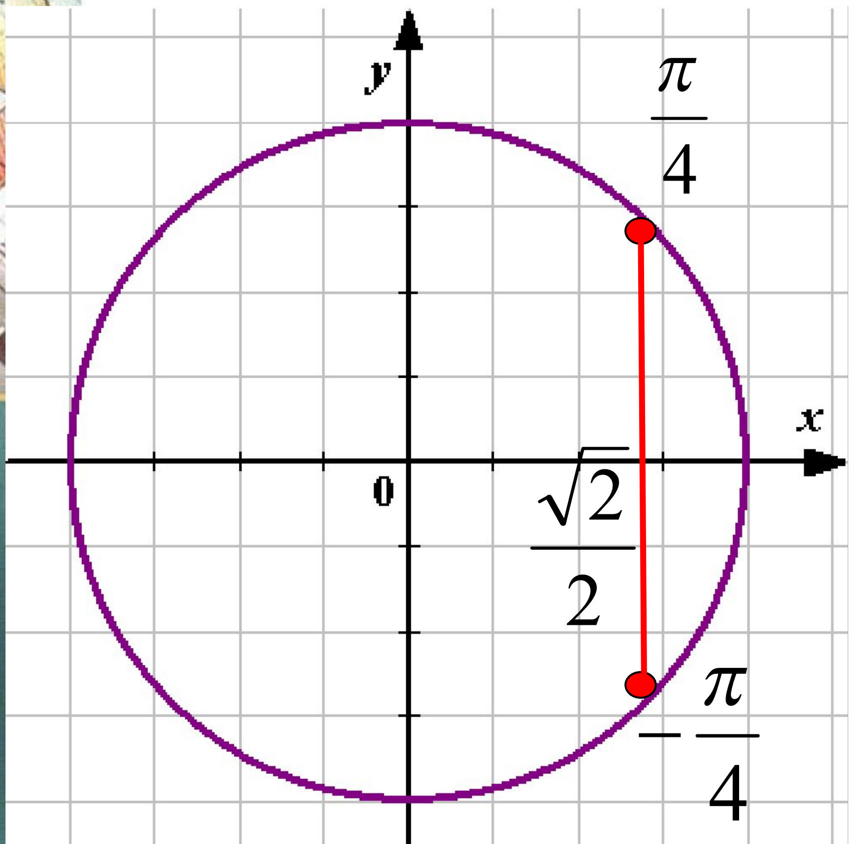
sin x = 1/2

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z$$

2

Решение какого уравнения показано на тригонометрической окружности?



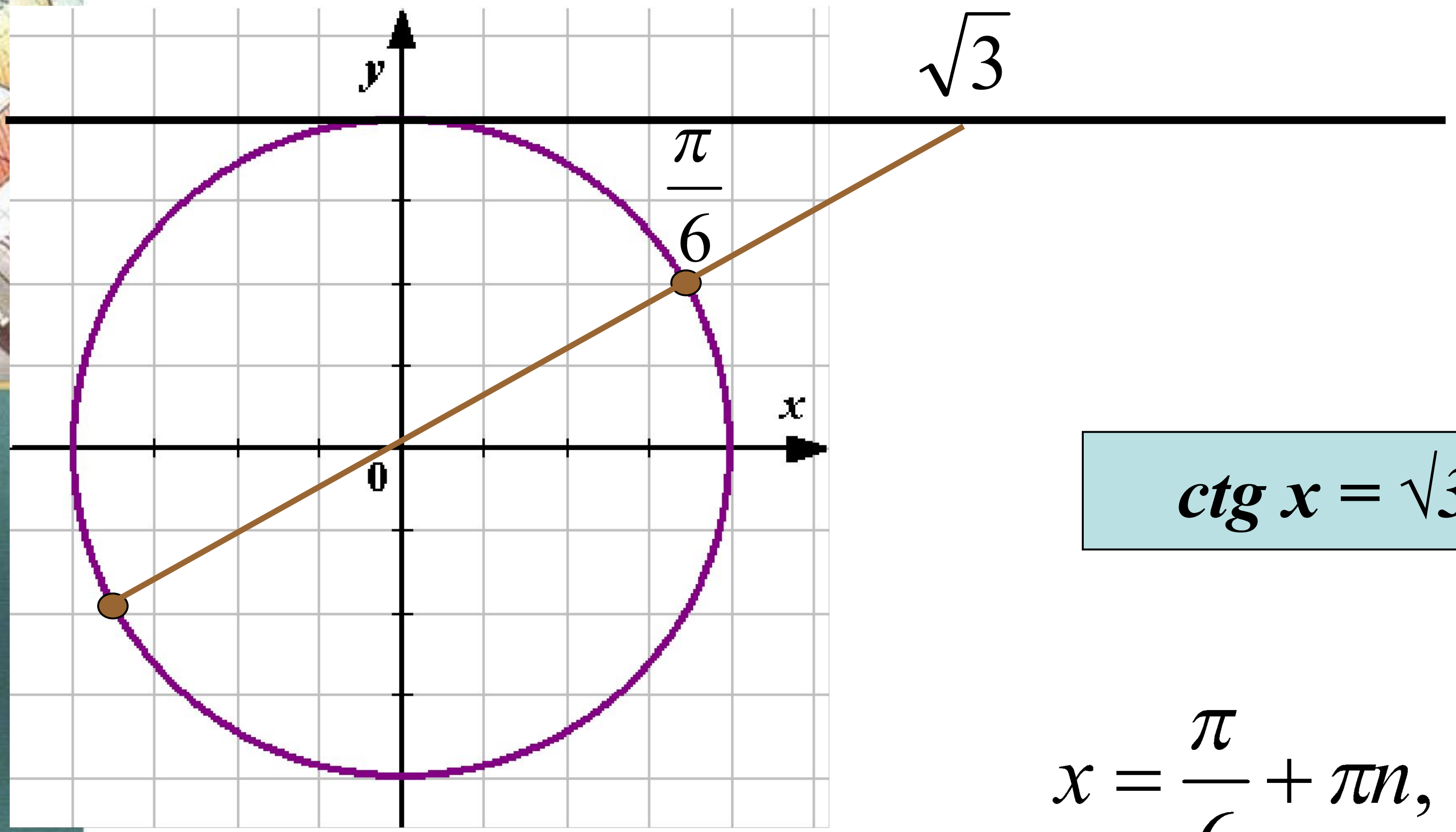
$\cos x = \sqrt{2}/2$

$$x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in Z$$

$$x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in Z$$

3

Решение какого уравнения показано на тригонометрической окружности?

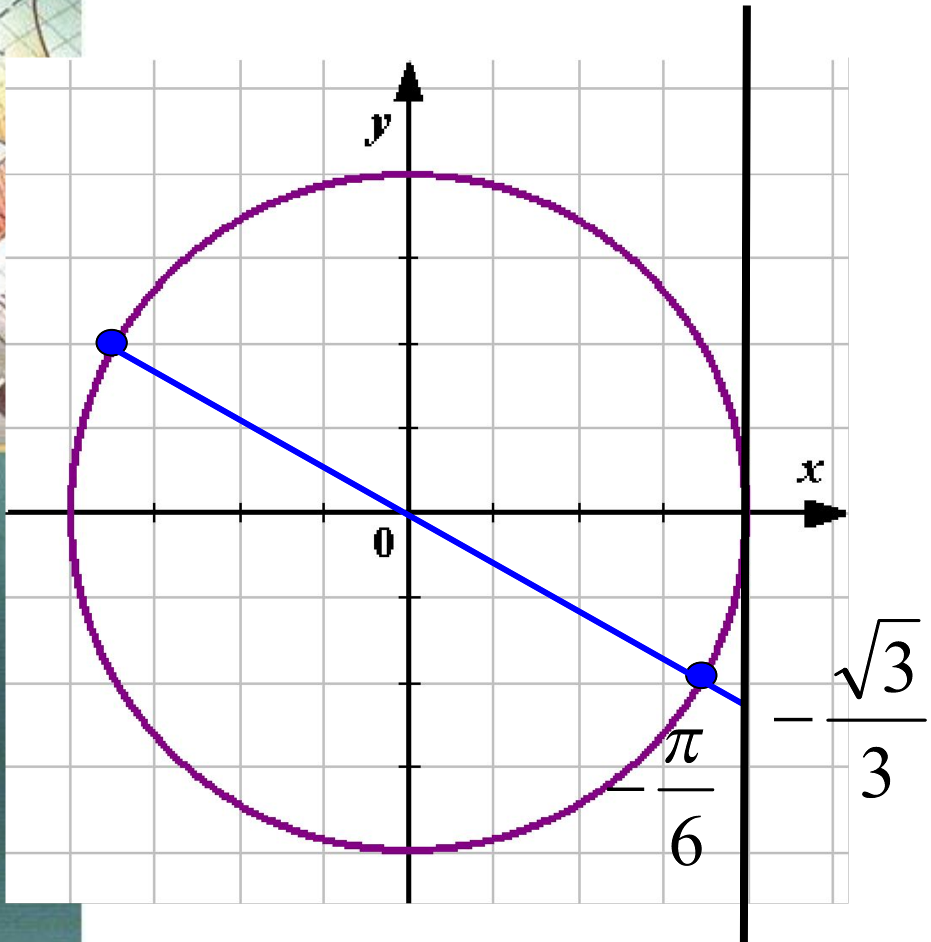


$ctg\ x = \sqrt{3}$

$$x = \frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z$$

4

Решение какого уравнения показано на тригонометрической окружности?

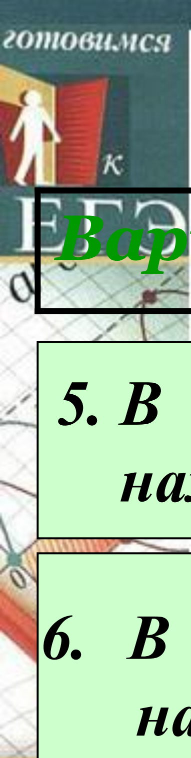


$tg\ x = -\sqrt{3}/3$

$$x = -\frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z$$

Проверочная работа.

Вариант 1.	Вариант 2.
1. Каково будет решение уравнения $\cos x = a$ при $a > 1$	1. Каково будет решение уравнения $\sin x = a$ при $a > 1$
2. При каком значении a уравнение $\cos x = a$ имеет решение?	2. При каком значении a уравнение $\sin x = a$ имеет решение?
3. Какой формулой выражается это решение?	3. Какой формулой выражается это решение?
4. На какой оси откладывается значение a при решении уравнения $\cos x = a$?	4. На какой оси откладывается значение a при решении уравнения $\sin x = a$?



Проверочная работа.

Вариант 1.	Вариант 2.
5. В каком промежутке находится arccos a ?	5. В каком промежутке находится arcsin a ?
6. В каком промежутке находится значение a?	6. В каком промежутке находится значение a?
7. Каким будет решение уравнения cos x = 1?	7. Каким будет решение уравнения sin x = 1?
8. Каким будет решение уравнения cos x = -1?	8. Каким будет решение уравнения sin x = -1?

Проверочная работа.

Вариант 1.	Вариант 2.
9. Каким будет решение уравнения $\cos x = 0$?	9. Каким будет решение уравнения $\sin x = 0$?
10. Чему равняется $\arccos(-a)$?	10. Чему равняется $\arcsin(-a)$?
11. В каком промежутке находится $\operatorname{arctg} a$?	11. В каком промежутке находится $\operatorname{arcctg} a$?
12. Какой формулой выражается решение уравнения $\operatorname{tg} x = a$?	12. Какой формулой выражается решение уравнения $\operatorname{ctg} x = a$?

№	Вариант 1.	Вариант 2.
1.	*Нет решения*	*Нет решения*
2.	$\lvert a\rvert \le 1$	$\lvert a\rvert \le 1$
3.	$x = \pm\arccos a + 2\pi n,\ n \in Z$	$x = (-1)^n \arcsin a + \pi k,\ k \in Z$
4.	*На оси Ох*	*На оси Оу*
5.	$[0;\ \pi]$	$[-\pi/2;\ \pi/2]$
6.	$[-1;\ 1]$	$[-1;\ 1]$
7.	$x = 2\pi n,\quad n \in Z$	$x = \pi/2 + 2\pi k,\ k \in Z$
8.	$x = \pi + 2\pi n,\quad n \in Z$	$x = -\pi/2 + 2\pi k,\ k \in Z$
9.	$x = \pi/2 + \pi n,\ n \in Z$	$x = \pi k,\quad k \in Z$
10.	$n - \arccos a$	$-\arcsin a$
11.	$(-\pi/2;\ \pi/2)$	$(0;\ \pi)$
12.	$x = arctg\ a + \pi n,\ n \in Z$	$x = arcctg\ a + \pi k,\ k \in Z$

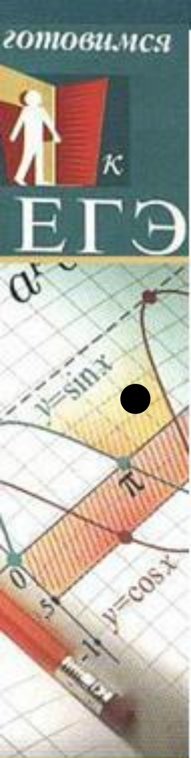
А. Эйнштейн говорил так:

“Мне приходится делить время между политикой и уравнениями. Однако уравнения, по-моему, гораздо важнее. Политика существует только для данного момента, а уравнения будут существовать вечно”.

Как вы думаете, когда люди впервые столкнулись с тригонометрическими уравнениями?

«Исправьте ошибки на доске и подумайте об их причинах».

Уравнение	Ответ с ошибкой	Правильный ответ
$\cos x = \frac{1}{2}$	$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in z$	$x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in z$
$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in z$	$x = (-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in z$
$\sin 2x = \frac{1}{2}$	$x = (-\frac{1}{2})^k \arcsin\frac{1}{2} + \pi k, k \in z$	$x = (-1)^k \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}, k \in z$
$\cos x = \frac{\sqrt{10}}{3}$	$x = \pm\arccos\frac{\sqrt{10}}{3} + 2\pi n, n \in z$	*нет корней*
$tgx = \frac{\pi}{4}$	$x = arctg\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in z$	$x = 1 + \pi k, k \in z$



Страничка ЕГЭ.

- **1.** Найти все корни уравнения

$$10\cos^2\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\sin\left(\frac{7\pi}{2}+2x\right)+3,$$

которые удовлетворяют условию

$$x\in\left[-\frac{2\pi}{3};\frac{19\pi}{12}\right].$$

Пример . Найти все корни уравнения

$$10\cos^2\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\sin\left(\frac{7\pi}{2}+2x\right)+3,$$

которые удовлетворяют условию

$$x\in\left[-\frac{2\pi}{3};\frac{19\pi}{12}\right].$$

Решение.

$10\sin^2 x = -\cos 2x + 3;$

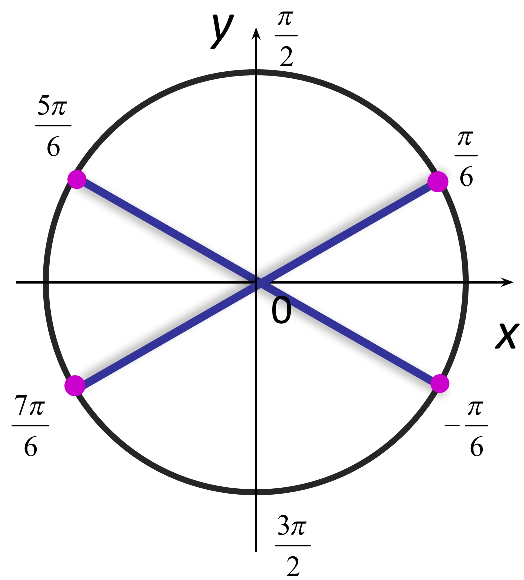
$10\sin^2 x = 2\sin^2 x - 1 + 3,$

$8\sin^2 x = 2;$

$$\sin^2 x=\frac{1}{4};$$

$$\sin x=\pm\frac{1}{2};$$

$$\left[\begin{array}{l} x=(-1)^k\cdot\frac{\pi}{6}+\pi k, k\in Z, \\ x=(-1)^m\cdot\left(-\frac{\pi}{6}\right)+\pi m, m\in Z; \end{array}\right.$$



С помощью числовой окружности получим:

$$x=\pm\frac{\pi}{6}+\pi n, n\in Z;$$

Ответ:

Выберем корни, удовлетворяющие условию задачи

Из первой серии:

$$-\frac{2\pi}{3} \le \frac{\pi}{6} + \pi n \le \frac{19\pi}{12}, n \in Z;$$

$$-8\pi \le 2\pi + 12\pi n \le 19\pi, n \in Z;$$

$$-10 \le 12n \le 17, n \in Z.$$

(решая двойное неравенство)

Следовательно n=0 или n=1, то есть

$$\left[\begin{aligned} x &= \frac{\pi}{6}, \\ x &= \frac{7\pi}{6}. \end{aligned}\right.$$

Из второй серии:

$$-\frac{2\pi}{3} \le -\frac{\pi}{6} + \pi n \le \frac{19\pi}{12}, n \in Z;$$

$$-8\pi \le -2\pi + 12\pi n \le 19\pi, n \in Z;$$

$$-6 \le 12n \le 21, n \in Z.$$

Следовательно n=0 или n=1, то есть

$$\left[\begin{aligned} x &= -\frac{\pi}{6}, \\ x &= \frac{5\pi}{6}. \end{aligned}\right.$$

$$Ответ: \{\pm\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}\}.$$

2) Решить уравнение

$$(3\cos x+4)(2\sin x-1)=0$$

б) Найдите все корни этого уравнения,

принадлежащие отрезку $\left[\pi;\ \frac{5\pi}{2}\right]$

а). Решите уравнение $(3\cos x+4)(2\sin x-1)=0$

б). Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi;\ \dfrac{5\pi}{2}\right]$

$$\underline{3\cos x+4=0}$$

$$\cos x=-\frac{4}{3}$$

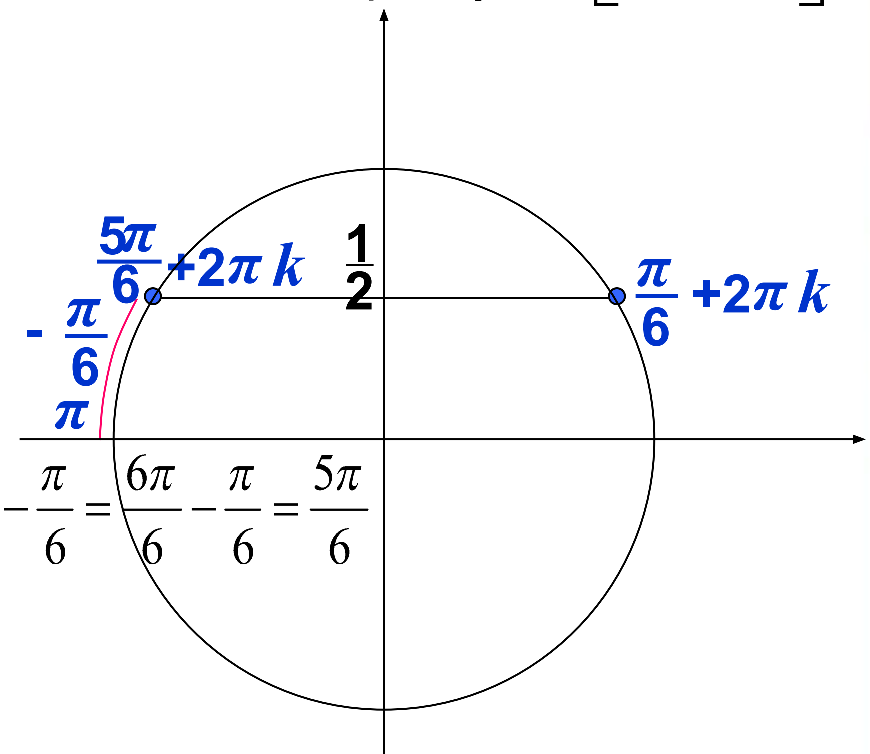
$$-\frac{4}{3}\notin[-1;1]$$

корней нет

$$\underline{2\sin x-1=0}$$

$$\sin x=\frac{1}{2}$$

$$x=(-1)^k\frac{\pi}{6}+\pi k,\ k\in Z$$



$$\pi-\frac{\pi}{6}=\frac{6\pi}{6}-\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{6}$$

или $\textit{Ответ}:\ x=\dfrac{\pi}{6}+2\pi k;$

$$x=\frac{5\pi}{6}+2\pi k,\ \ k\in Z.$$

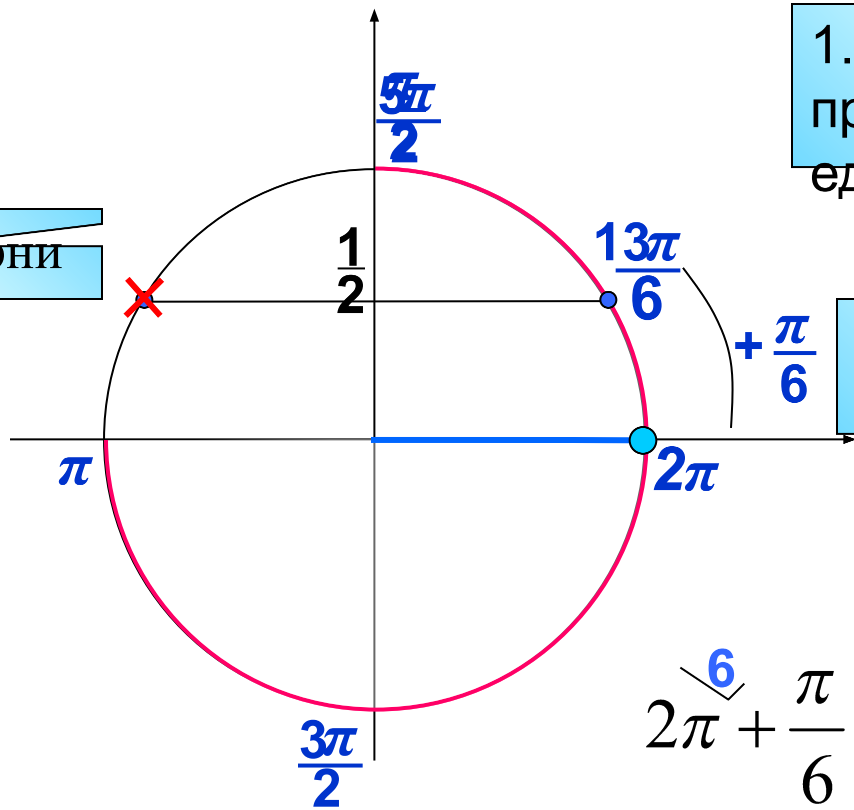
$$\textit{Ответ}:\ x=(-1)^{\kappa}\frac{\pi}{6}+\pi\kappa,\ \kappa\in Z.$$

б). Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

1. Найдем этот промежуток на единичной окружности

2. Изобразим корни



3. Выберем числа, входящие в промежуток

$$2\pi^{\backslash 6} + \frac{\pi}{6} = \frac{12\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{13\pi}{6}$$

$$б).\ Ответ: \frac{13\pi}{6}$$

3.Решить уравнение:

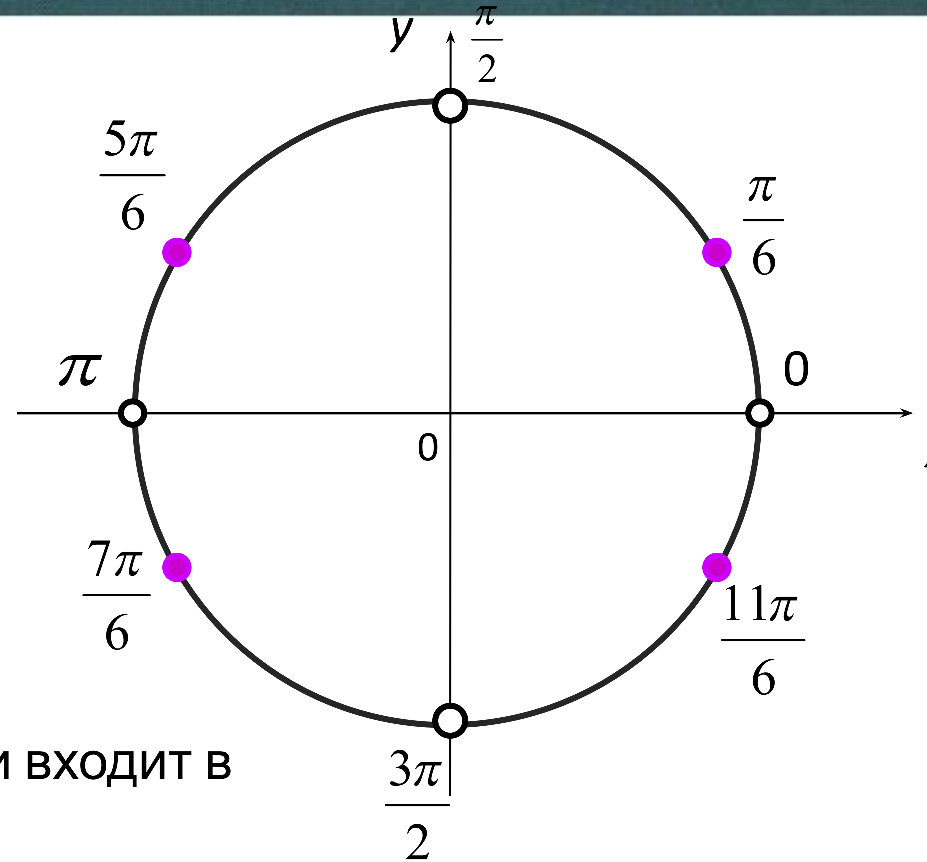
$$\frac{\cos 3x}{\sin 2x} = 0.$$

Решить уравнение . $\dfrac{\cos 3x}{\sin 2x} = 0.$

Решение.

$$\begin{cases} \cos 3x = 0, \\ \sin 2x \neq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{\pi k}{3}, k \in Z, \\ x \neq \dfrac{\pi n}{2}, n \in Z; \end{cases}$$



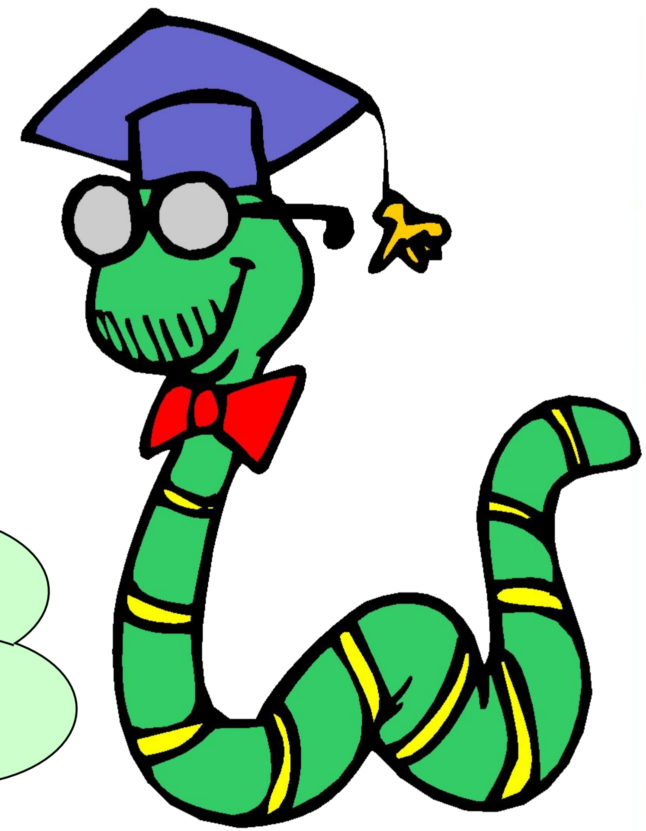
Иногда случается, что часть серии входит в ответ, а часть нет. Нанесем ***на числовую окружность*** все числа серии $x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{\pi k}{3}, k \in Z$ и исключим корни, удовлетворяющие условию $x \neq \dfrac{\pi n}{2}, n \in Z.$

Оставшиеся решения из серии корней можно объединить в формулу

$$x = \pm\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z.$$

$$\text{Ответ}: \{\pm\frac{\pi}{6} + \pi n / n \in Z\}.$$

Домашнее задание:

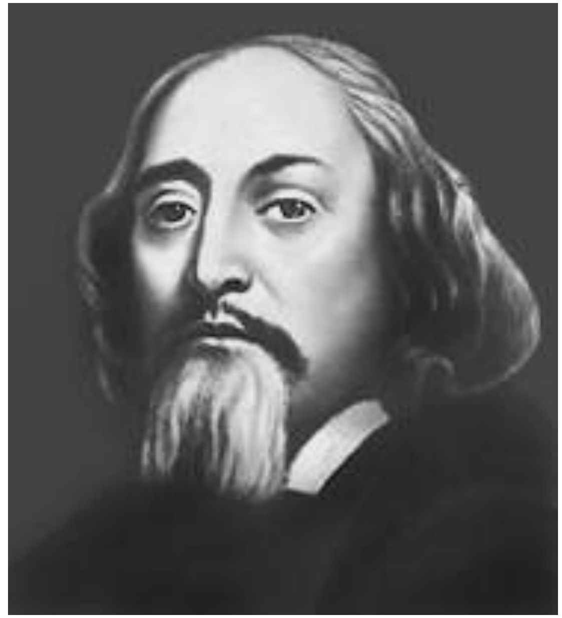


№ 897,898,899

(2,4)

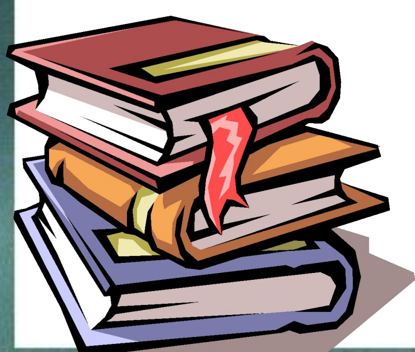
стр. 293

Что знал…
Что узнал нового…
Что хочу узнать…



« СЧИТАЙ НЕСЧАСТНЫМ ТОТ ДЕНЬ ИЛИ ЧАС, В КОТОРЫЙ ТЫ НЕ УСВОИЛ НИЧЕГО НОВОГО И НИЧЕГО НЕ ПРИБАВИЛ К СВОЕМУ ОБРАЗОВАНИЮ»

Я. А. КАМЕНСКИЙ.




готовимся
к
ЕГЭ
y=sin x
π
y=cos x