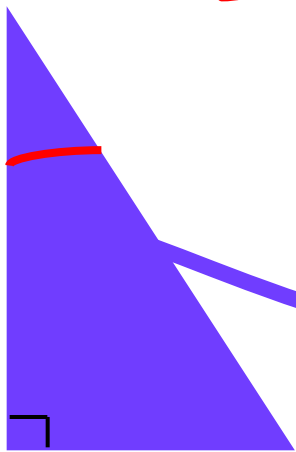
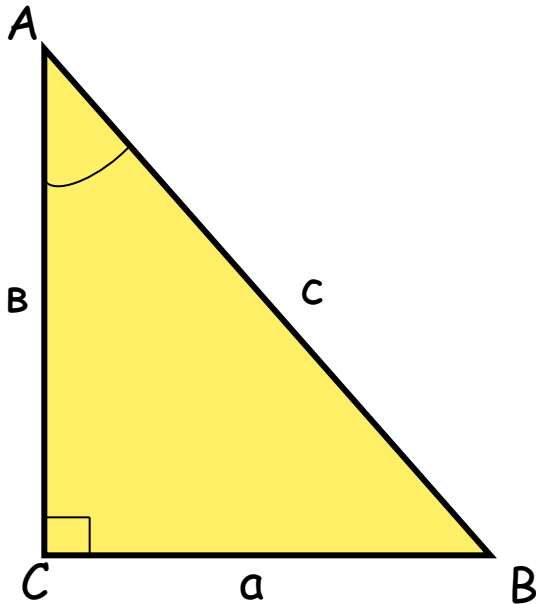




Соотношения
между сторонами и углами
в прямоугольном треугольнике



Определения:



1. **Синусом** острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипотенузе.

$$\sin A = \frac{BC}{AB} \quad \sin A = \frac{a}{c}$$

2. **Косинусом** острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе.

$$\cos A = \frac{AC}{AB} \quad \cos A = \frac{b}{c}$$

3. **Тангенсом** острого угла прямоугольного треугольника называется

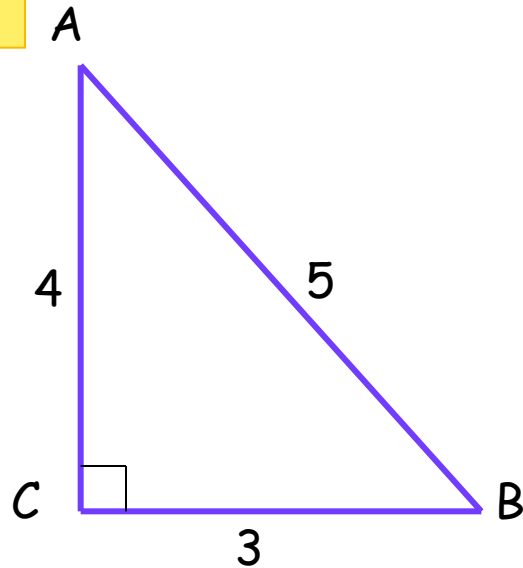
отношение противолежащего катета к прилежащему катету.

$$\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC}$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{a}{b}$$



1.



Найти:

$\sin A$; $\cos A$; $\operatorname{tg} A$;

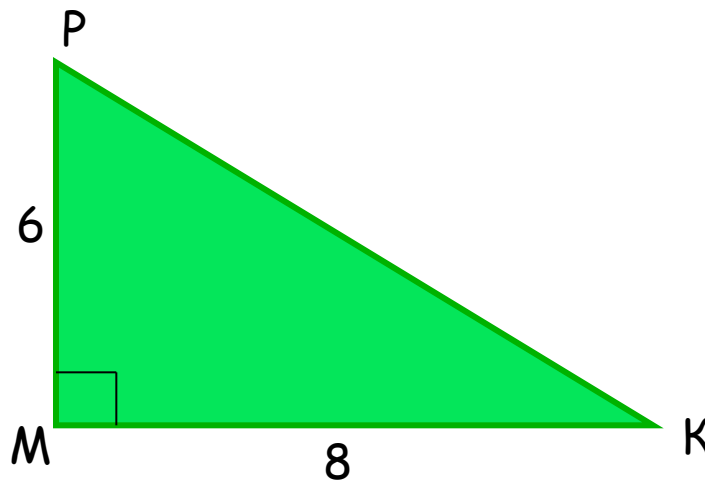
$\sin B$; $\cos B$; $\operatorname{tg} B$.

Ответ:

$$\sin A = \frac{3}{5}; \quad \cos A = \frac{4}{5}; \quad \operatorname{tg} A = \frac{3}{4}$$

$$\sin B = \frac{4}{5}; \quad \cos B = \frac{3}{5}; \quad \operatorname{tg} B = \frac{4}{3}$$

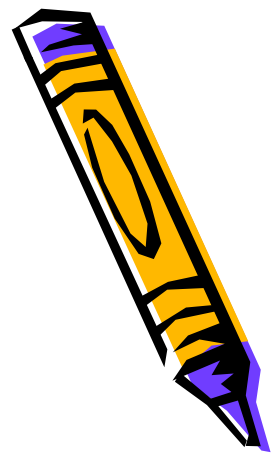
2.



Найти:

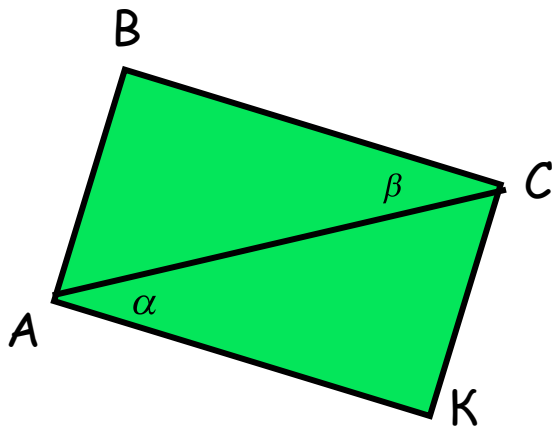
$\sin P$; $\cos P$; $\operatorname{tg} P$;

$\sin K$; $\cos K$; $\operatorname{tg} K$.



Тест

1.



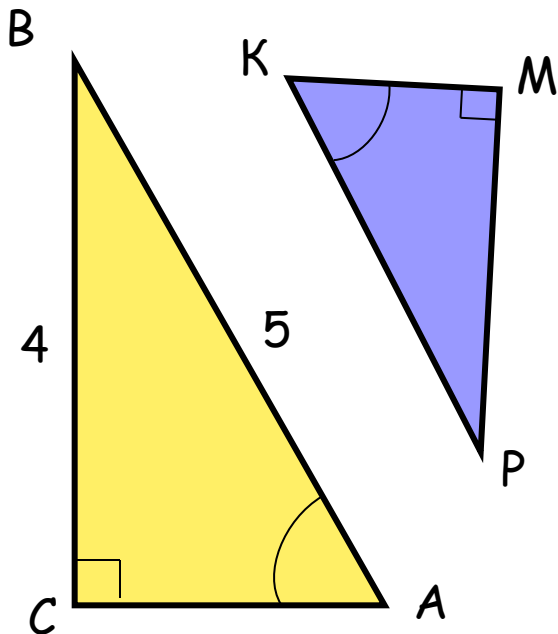
Дано: ABCK - прямоугольник,

$\cos \alpha = 0.5$, тогда $\cos \beta = \dots\dots$

Ответ: а) $\frac{1}{2}$ б) 2 в) 0,25

а) $\frac{1}{2}$

2.



Найти: $\sin P$.

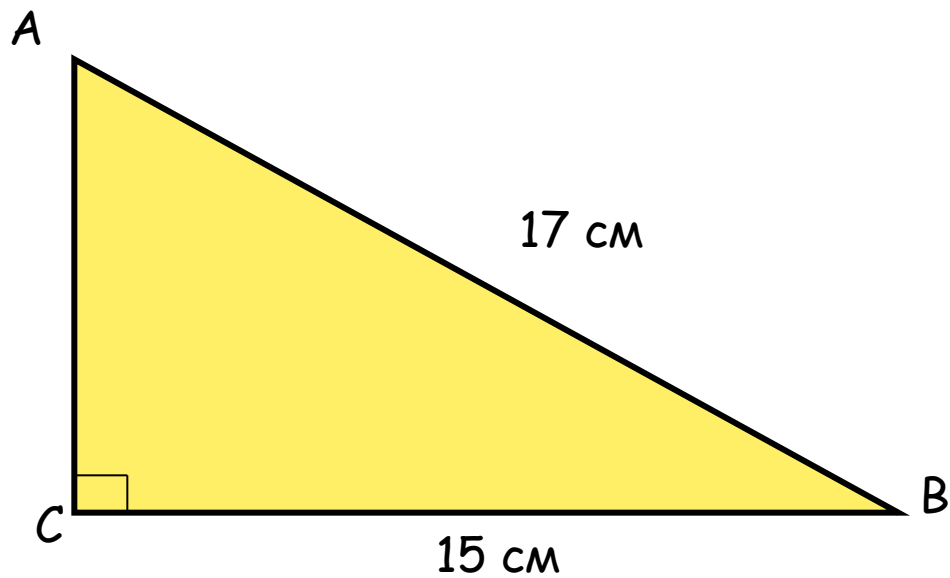
Ответ: а) 0,8 б) 0,6 в) 0,75

б) 0,6



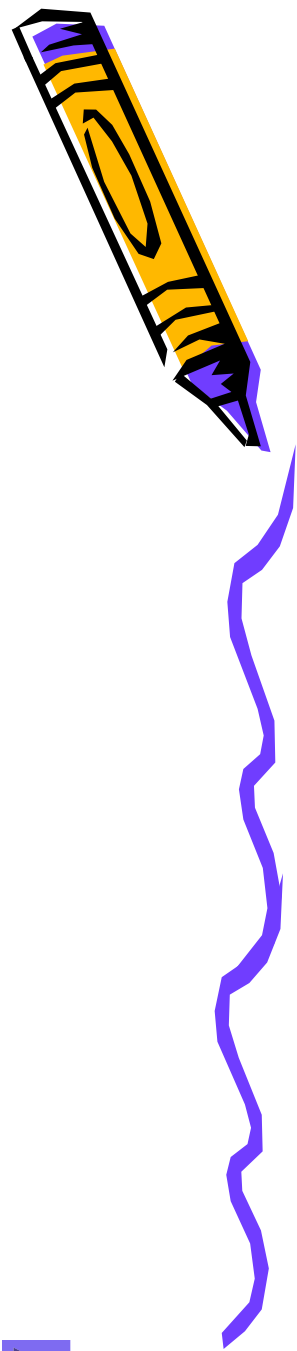
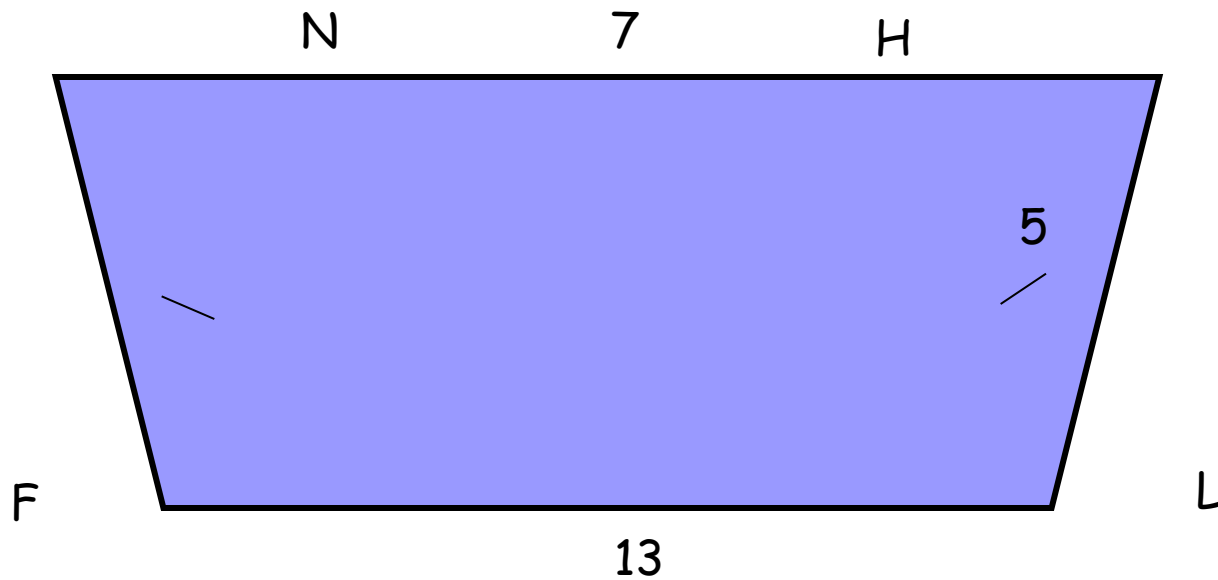
3.

Найти синус, косинус и тангенс острых углов по данным на чертеже:

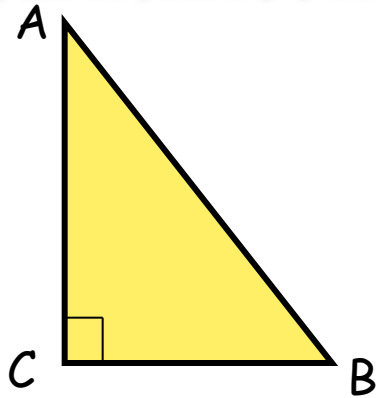


4.

Найти синус, косинус и тангенс острого угла трапеции:



Зависимость между \sin , \cos одного и того же угла



Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$.

Доказать: $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

Доказательство:

По определению $\sin A = \frac{BC}{AB}$, значит, $\sin^2 A = \frac{BC^2}{AB^2}$

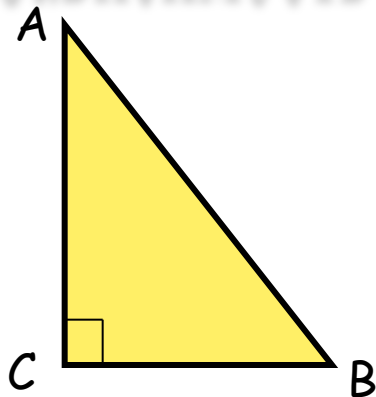
По определению $\cos A = \frac{AC}{AB}$, значит, $\cos^2 A = \frac{AC^2}{AB^2}$

$$\sin^2 A + \cos^2 A = \frac{BC^2}{AB^2} + \frac{AC^2}{AB^2} = \frac{BC^2 + AC^2}{AB^2} = \frac{AB^2}{AB^2} = 1$$

Следовательно, $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$



Зависимость между \sin , \cos и tg одного и того же угла



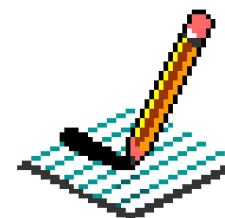
Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$.

Доказать: $\operatorname{tg} A = \frac{\sin A}{\cos A}$

Доказательство:

По определению: $\sin A = \frac{BC}{AB}$, $\cos A = \frac{AC}{AB}$, $\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC}$

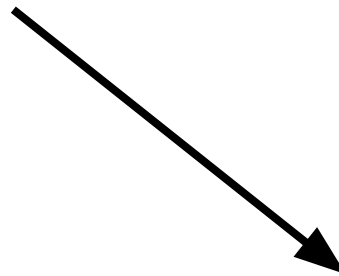
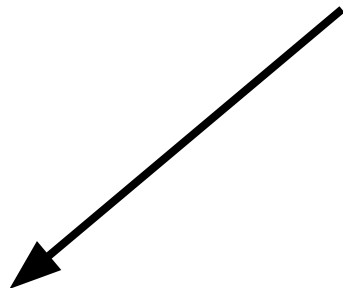
$$\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{BC}{AB} : \frac{AC}{AB} = \frac{BC}{AC} = \operatorname{tg} A$$



Зависимость между \sin , \cos и tg одного и того же угла



$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$



$$\sin^2 a = 1 - \cos^2 a$$

$$\sin a = \sqrt{1 - \cos^2 a}$$

$$\cos^2 a = 1 - \sin^2 a$$

$$\cos a = \sqrt{1 - \sin^2 a}$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{\sin A}{\cos A}$$



Значения тригонометрических функций для угла 30° .



Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$,
 $AB = c$.

Решение:

$\angle A = 30^\circ$, $AB = c$, $BC = \frac{1}{2} AB$, $BC = \frac{1}{2} c$.

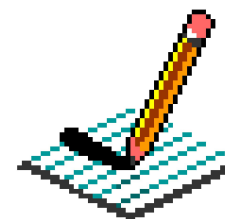
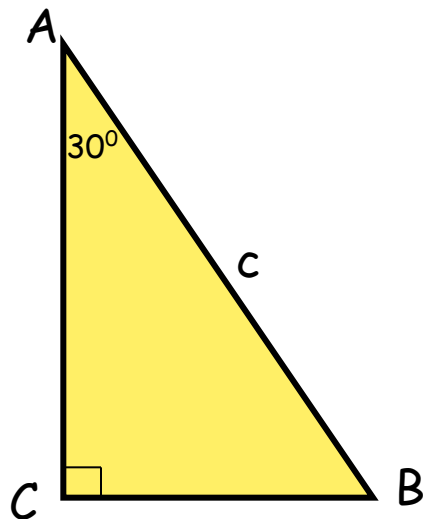
По теореме Пифагора

$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{c^2 - \frac{c^2}{4}} = \sqrt{\frac{3c^2}{4}} = \frac{c\sqrt{3}}{2}$$

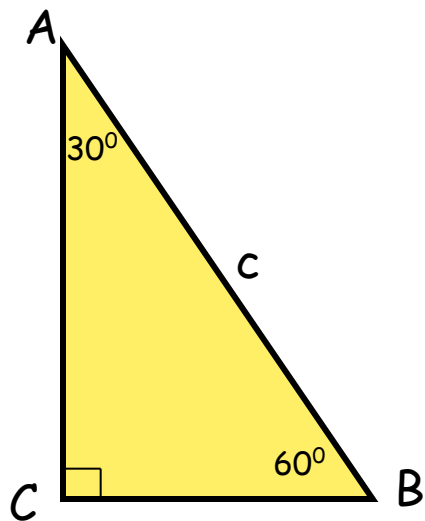
$$\sin A = \frac{BC}{AB} \quad \sin 30^\circ = \frac{\frac{c}{2}}{c} = \frac{1}{2}$$

$$\cos A = \frac{AC}{AB} \quad \cos 30^\circ = \frac{\frac{c\sqrt{3}}{2}}{c} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC} \quad \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\frac{c}{2}}{\frac{c\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$



Значения тригонометрических функций для угла 60° .



Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 60^\circ$,
 $AB = c$.

Решение:

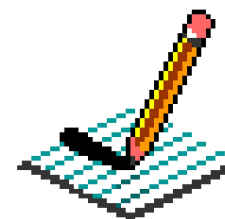
Т. к. $\angle B = 60^\circ$, то $\angle A = 30^\circ$.

$$AB = c, \quad BC = \frac{c}{2}, \quad AC = \frac{c\sqrt{3}}{2}$$

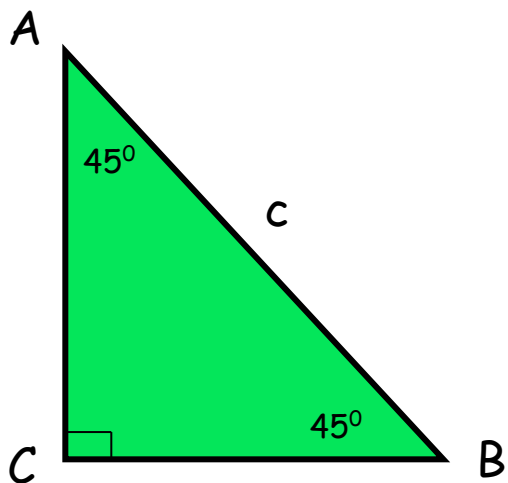
$$\sin B = \frac{AC}{AB} \quad \sin 60^\circ = \frac{\frac{c\sqrt{3}}{2}}{c} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos B = \frac{BC}{AB} \quad \cos 60^\circ = \frac{\frac{c}{2}}{c} = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg} B = \frac{AC}{BC} \quad \operatorname{tg} 60^\circ = \frac{\frac{c\sqrt{3}}{2}}{\frac{c}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$



Значения тригонометрических функций для угла 45° .



Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 45^\circ$,
 $AB = c$.

Решение:

Т. к. $\angle A = 45^\circ$, то $\angle B = 45^\circ$.

Значит, $\triangle ABC$ - равнобедренный,
следовательно, $AC = BC = x$.

По теореме Пифагора: $x^2 + x^2 = c^2$, $2x^2 = c^2$,

$$x^2 = \frac{c^2}{2}, x = \frac{c\sqrt{2}}{2}, AC = BC = \frac{c\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin A = \frac{BC}{AB} \quad \sin 45^\circ = \frac{\frac{c\sqrt{2}}{2}}{c} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 45^\circ = 1$$

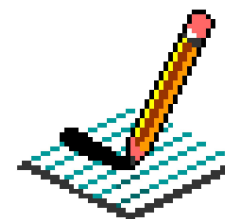


Таблица значений тригонометрических функций для углов 30° , 45° , 60° .

α	30°	45°	60°
$\text{Sin } \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\text{Cos } \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\text{tg } \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

$$\text{Sin} (90^\circ - \alpha) = \text{Cos } \alpha$$

$$\text{Cos} (90^\circ - \alpha) = \text{Sin } \alpha$$

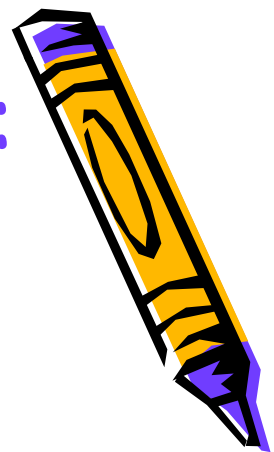


Проверь своё внимание и память :

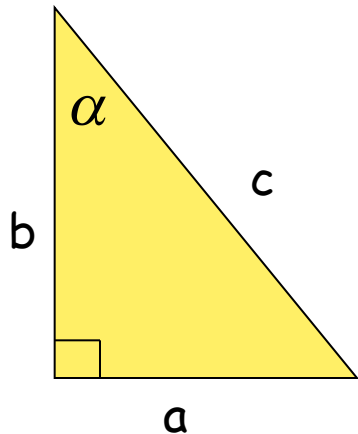
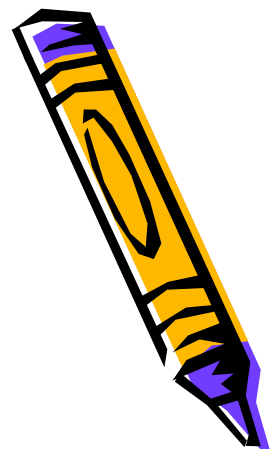
Для какого из углов неправильно указано в таблице значение одной из тригонометрических функций? И какой ?

α	$\text{Sin } \alpha$	$\text{Cos } \alpha$	$\text{tg } \alpha$
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

Неправильно указан $\text{tg}30^\circ$



Решение прямоугольных треугольников



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$a = c \cdot \sin \alpha$$

$$c = \frac{a}{\sin \alpha}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$b = c \cdot \cos \alpha$$

$$c = \frac{b}{\cos \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

$$a = b \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

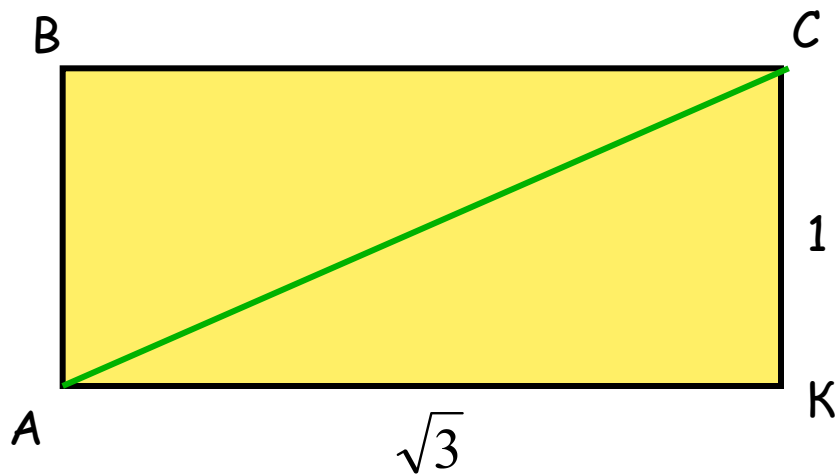
$$b = \frac{a}{\operatorname{tg} \alpha}$$



Реши задачу

1.

Найти углы, которые образует диагональ прямоугольника с его сторонами, если стороны прямоугольника равны $\sqrt{3}$ дм и 1 дм.



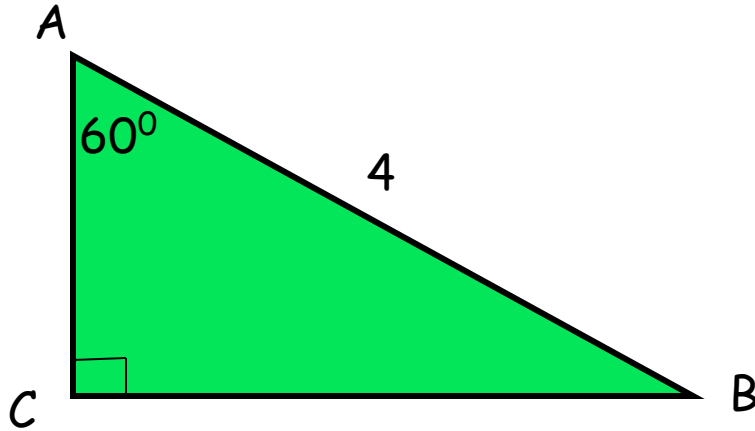
$30^\circ, 60^\circ$.



Реши задачу

2.

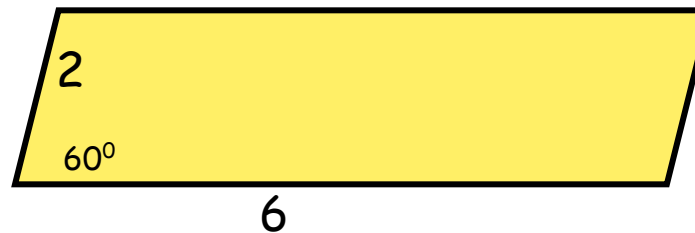
Найти катеты прямоугольного треугольника:



$$AC = 2, BC = 2\sqrt{3}$$

3.

Найти площадь параллелограмма:



$$6\sqrt{3}$$



История названий



Линия синуса у индийских математиков первоначально называлась «арха-джива» («полутетива», то есть половина хорды), затем слово «арха» было отброшено и линию синуса стали называть просто «джива».

Арабские переводчики стали называть линию синуса «джиба». Затем арабы стали произносить название линии синуса «джайб», что буквально обозначает «впадина», «пазуха».

При переводе арабских сочинений на латынь европейские переводчики перевели слово «джайб» латинским словом *sinus*, имеющим то же значение. Современные краткие обозначения *sin* и *cos* введены Уильямом Отредом и закреплены в трудах Эйлера.

Термин «тангенс» (от лат. *tangens* — касающийся) введен датским математиком Томасом Финке (1561—1656) в его книге «Геометрия круглого» (*Geometria rotundi*, 1583) Сам термин тригонометрические функции введен Клюгелем введен Клюгелем в 1770.



Желаю успехов в учебе!



Михайлова Л. П.
ГОУ ЦО № 173.

