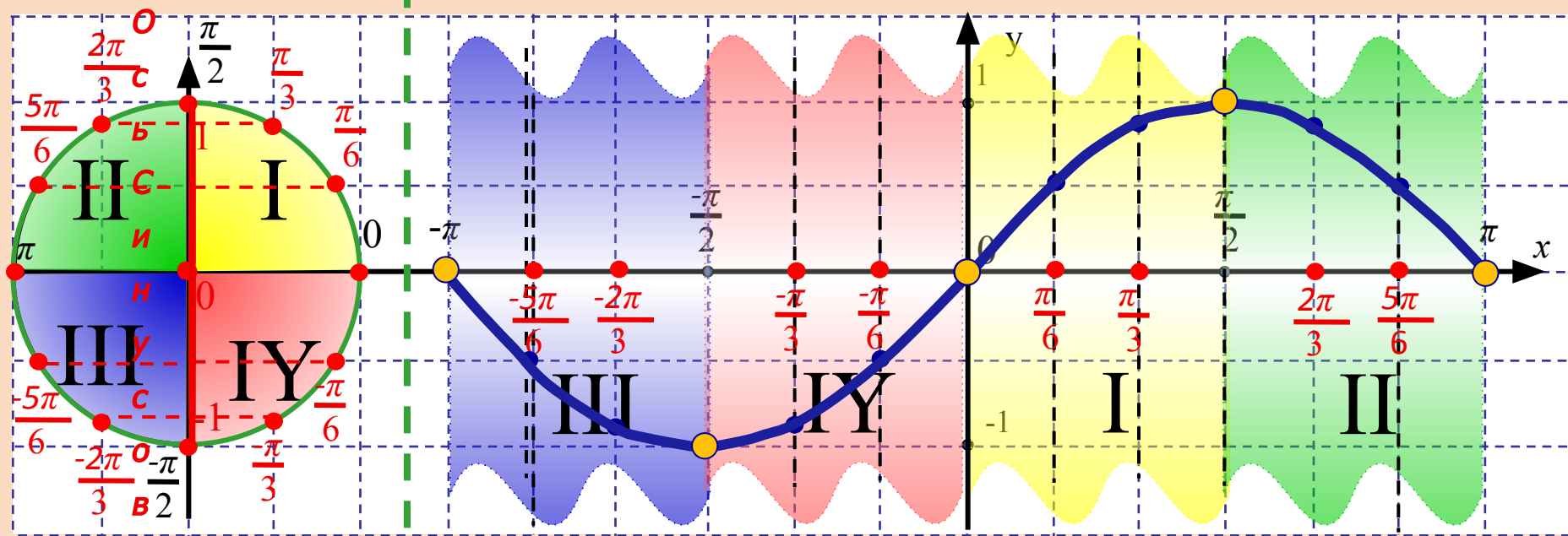


**ТЕМА: ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ  
ФУНКЦИИ**

***$y = \sin x$  и  $y = \cos x$  ИХ СВОЙСТВА  
И ГРАФИКИ.***

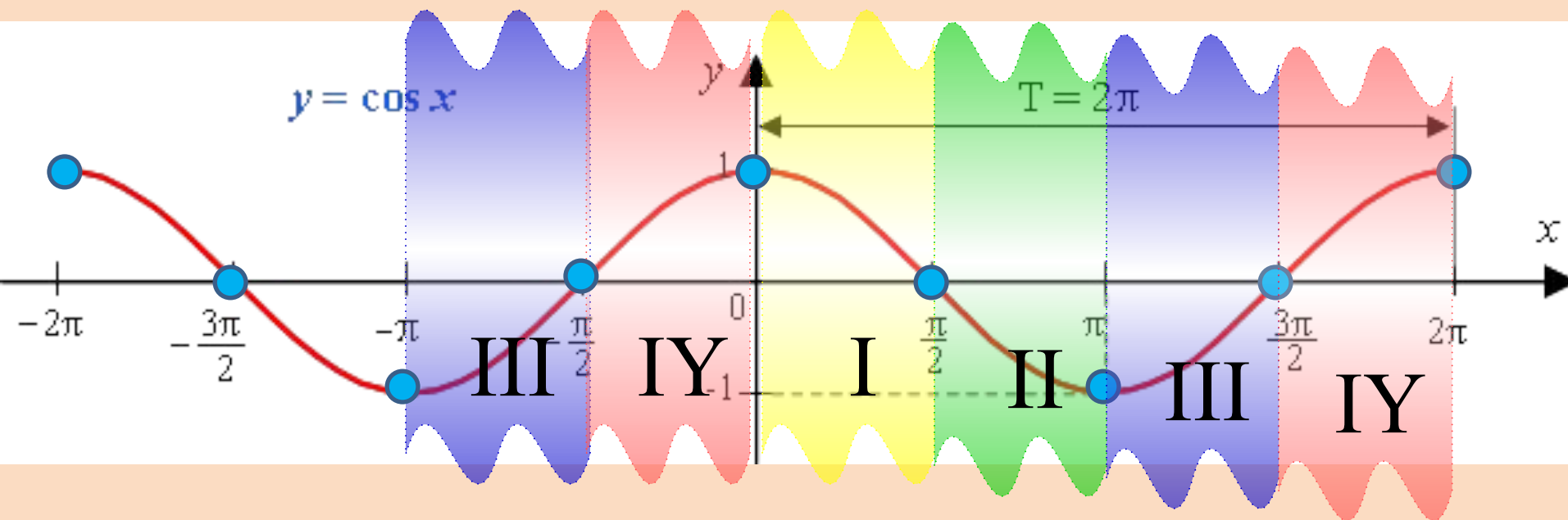
# Построение графика функции $y = \sin x$ с применением тригонометрического круга

$\pi$  - ШЕСТЬ КЛЕТОК



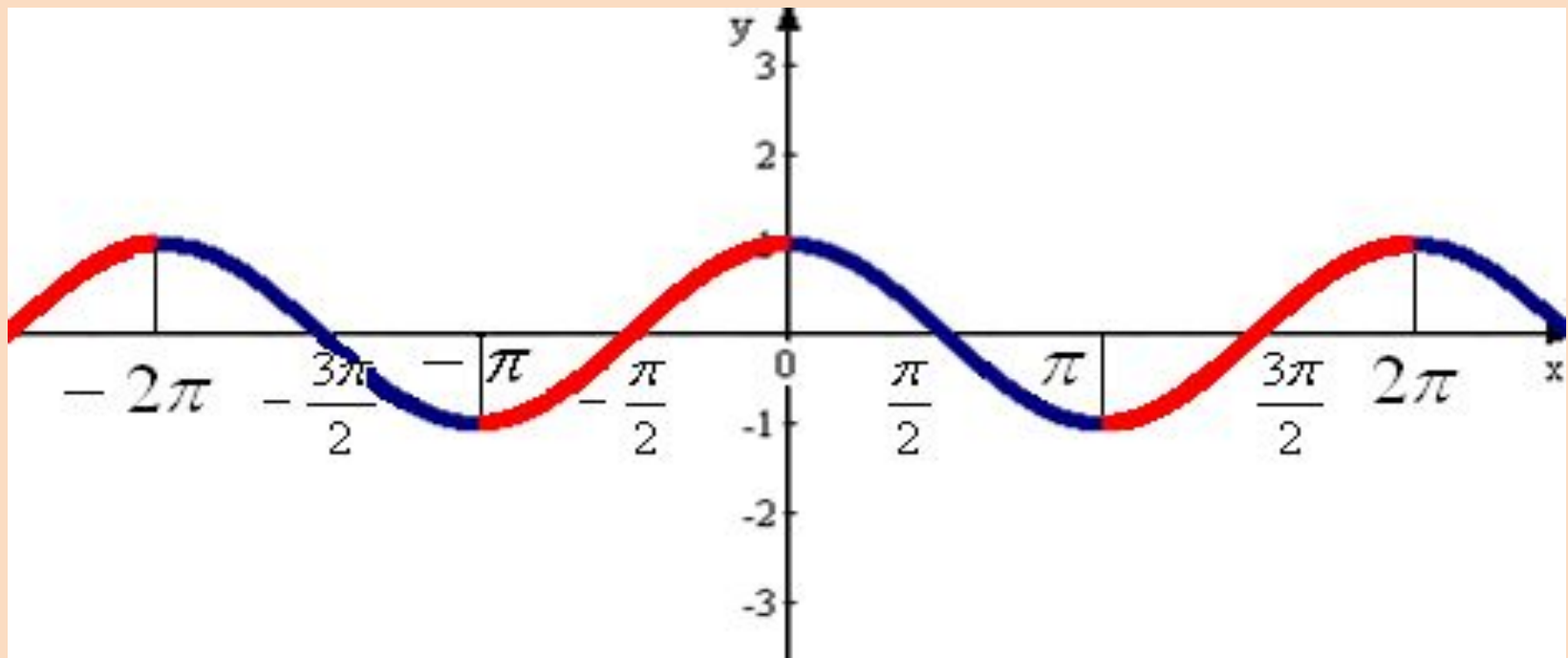
Аналогично строится график функции  $y=\cos x$ , он симметричен относительно оси  $OY$ .

$x$	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	$3\pi/4$	$5\pi/6$	$\pi$
$y=\cos x$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0	$-1/2$	$-\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{3}/2$	-1



# Свойства функции $y = \cos x$

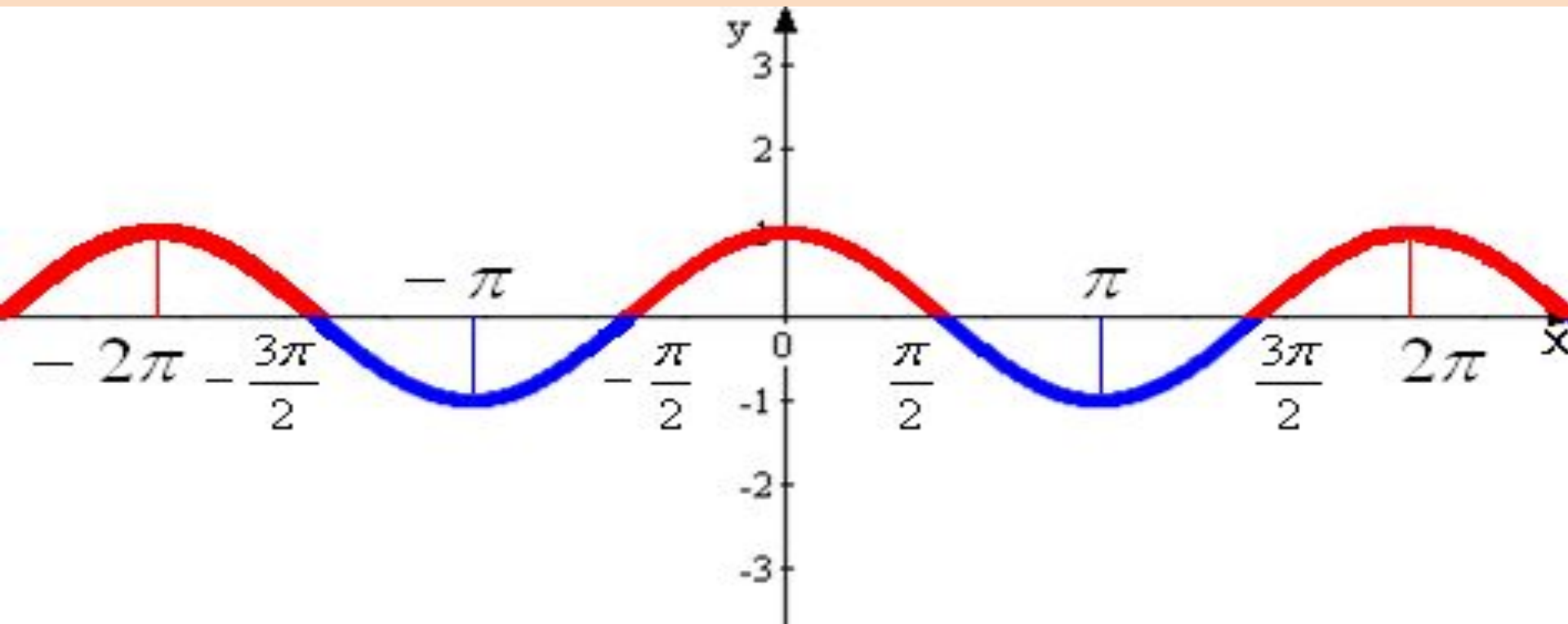
- Область определения:  $D(f): x \in R$ ;
- Множество значений:  $y \in [-1;1]$ ;
- Периодичность:  $T = 2\pi$ ;
- Четность: *четная, т.к.  $\cos(-x) = \cos x$ , график симметричен относительно оси ординат;*
- Функция возрастает при:  $\pi + 2\pi n \leq x \leq 2\pi(n+1)$ ,  $n \in Z$ ;
- Функция убывает при:  $\pi n \leq x \leq \pi + 2\pi n$ ,  $n \in Z$ .



# Свойства функции $y = \cos x$

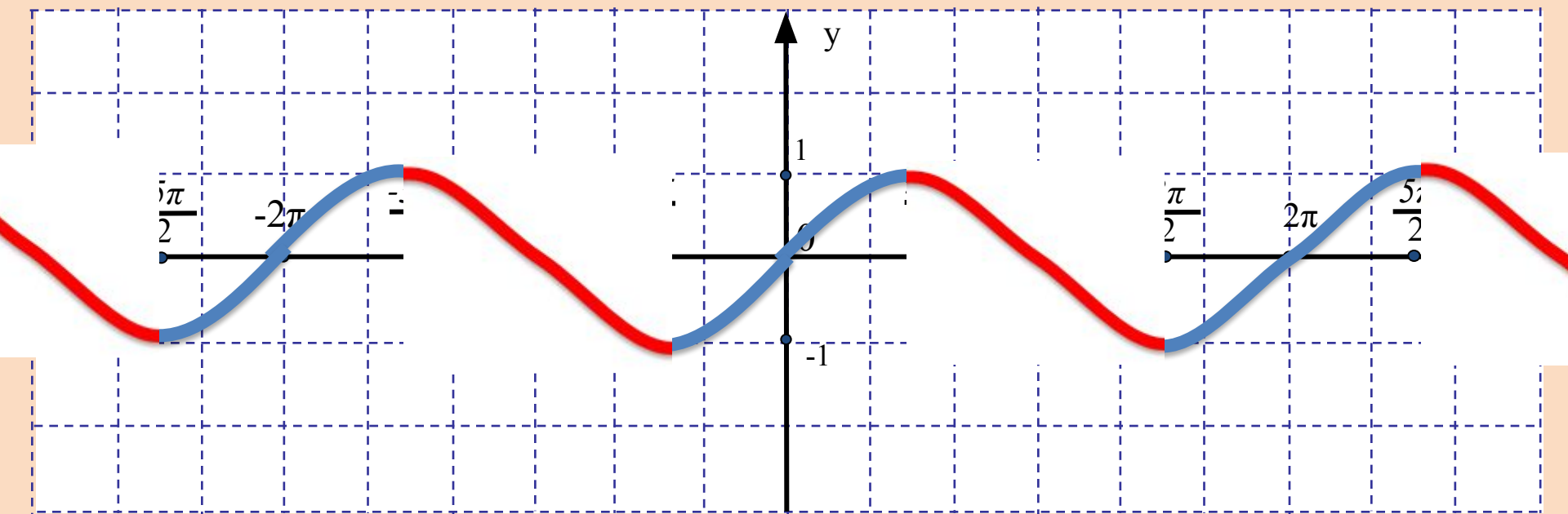
(продолжение)

- Функция принимает значения:
  - Равные нулю при  $x = \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ ;
  - Положительные при  $-\pi/2 + 2\pi n < x < \pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ ;
  - Отрицательные при  $\pi/2 + 2\pi n < x < 3\pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ ;
  - Наибольшее, равное 1, при  $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ ;
  - Наименьшее, равное  $-1$ , при  $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ .



# Свойства функции $y = \sin x$

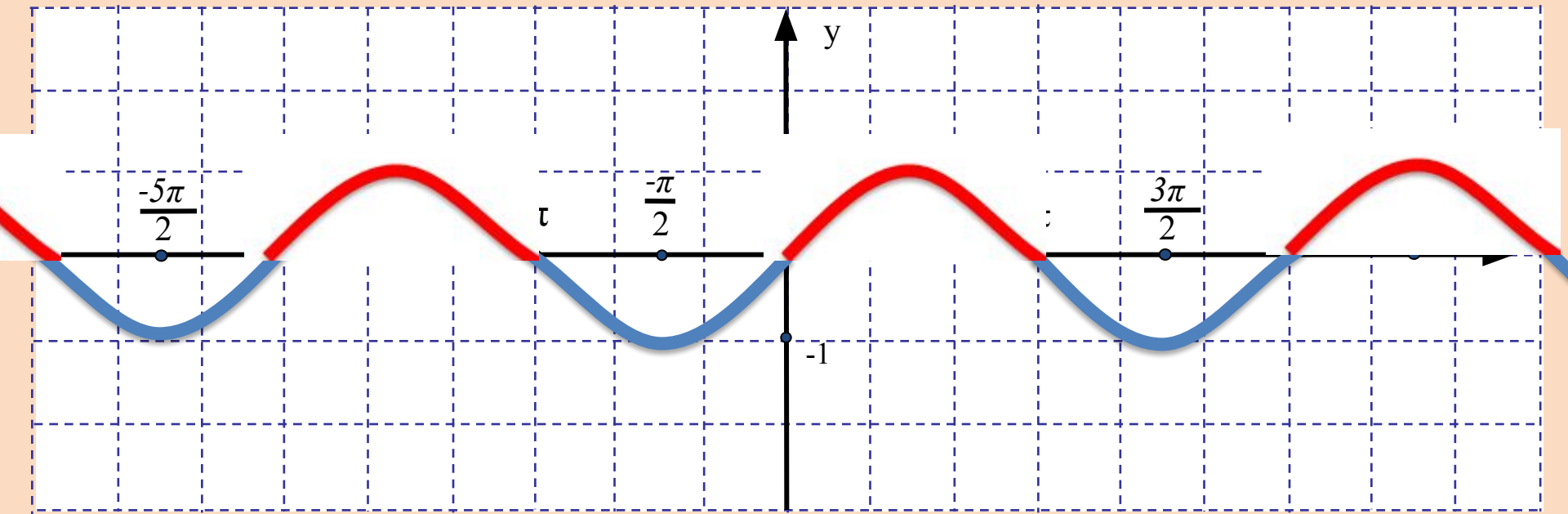
- Область определения:  $D(f): x \in R$ ;
- Множество значений:  $y \in [-1; 1]$ ;
- Периодичность:  $T = 2\pi$ ;
- Четность: **Нечетная**, т.к.  $\sin(-x) = -\sin x$ ,  
*график симметричен относительно начала координат*;
- Функция возрастает при:  $-\pi/2 + 2\pi k \leq x \leq \pi/2 + 2\pi k, k \in Z$ ;
- Функция убывает при:  $\pi/2 + 2\pi k \leq x \leq 3\pi/2 + 2\pi k, k \in Z$ .



# Свойства функции $y = \sin x$

(продолжение)

- Функция принимает значения:
  - Равные нулю при  $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;
  - Положительные при  $2\pi k < x < \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;
  - Отрицательные при  $\pi + 2\pi k < x < 2\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;
  - Наибольшее, равное 1, при  $x = \pi/2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;
  - Наименьшее, равное -1, при  $x = 3\pi/2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ .



**ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГРАФИКОВ  
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ  
ФУНКЦИЙ.**

**ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА  
ФУНКЦИИ**

$$y = \sin x + m$$

$$y = \sin(x+t)$$

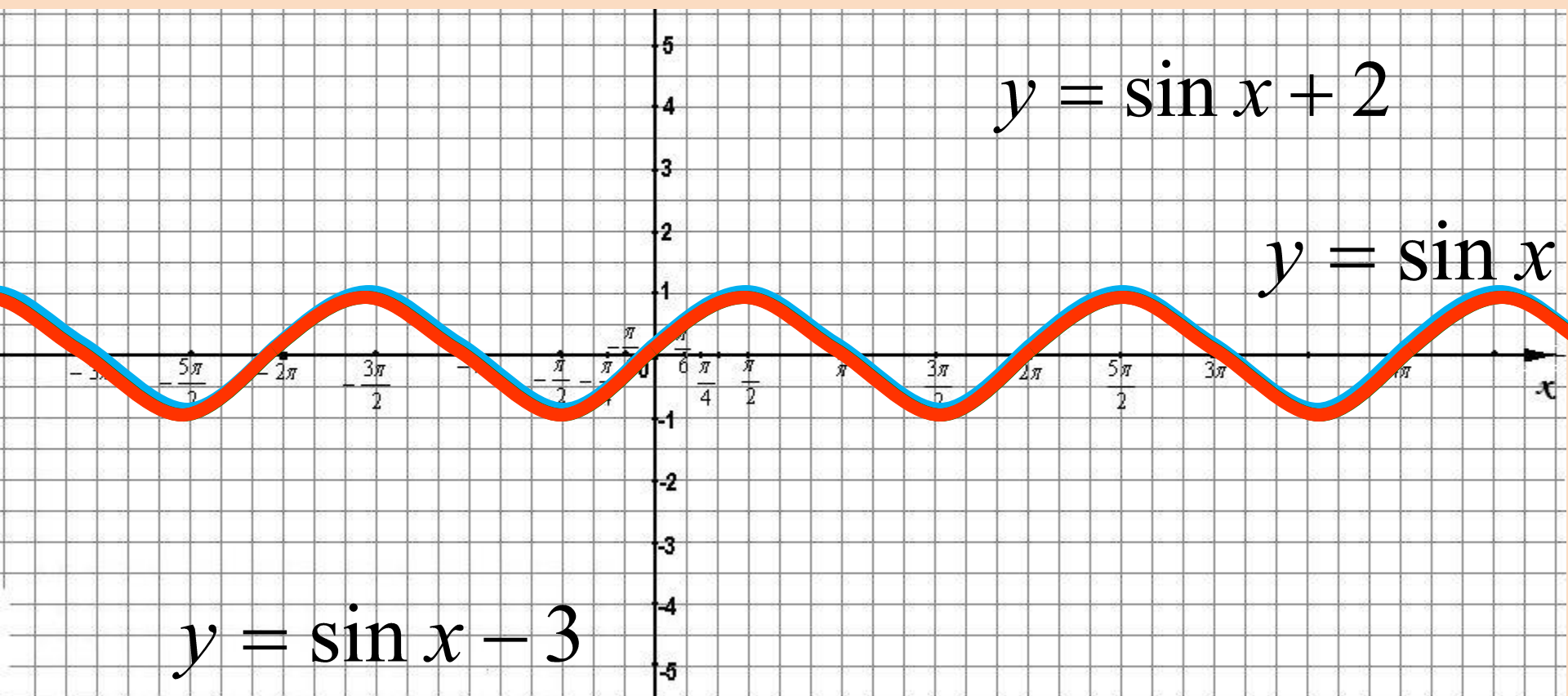
$$y = f(kx)$$



**График функции  $y=f(x)+t$  получается параллельным переносом графика функции  $y=f(x)$  вдоль оси  $OY$ ,**

**вверх на  $t$  единиц, если  $t>0$ ,**

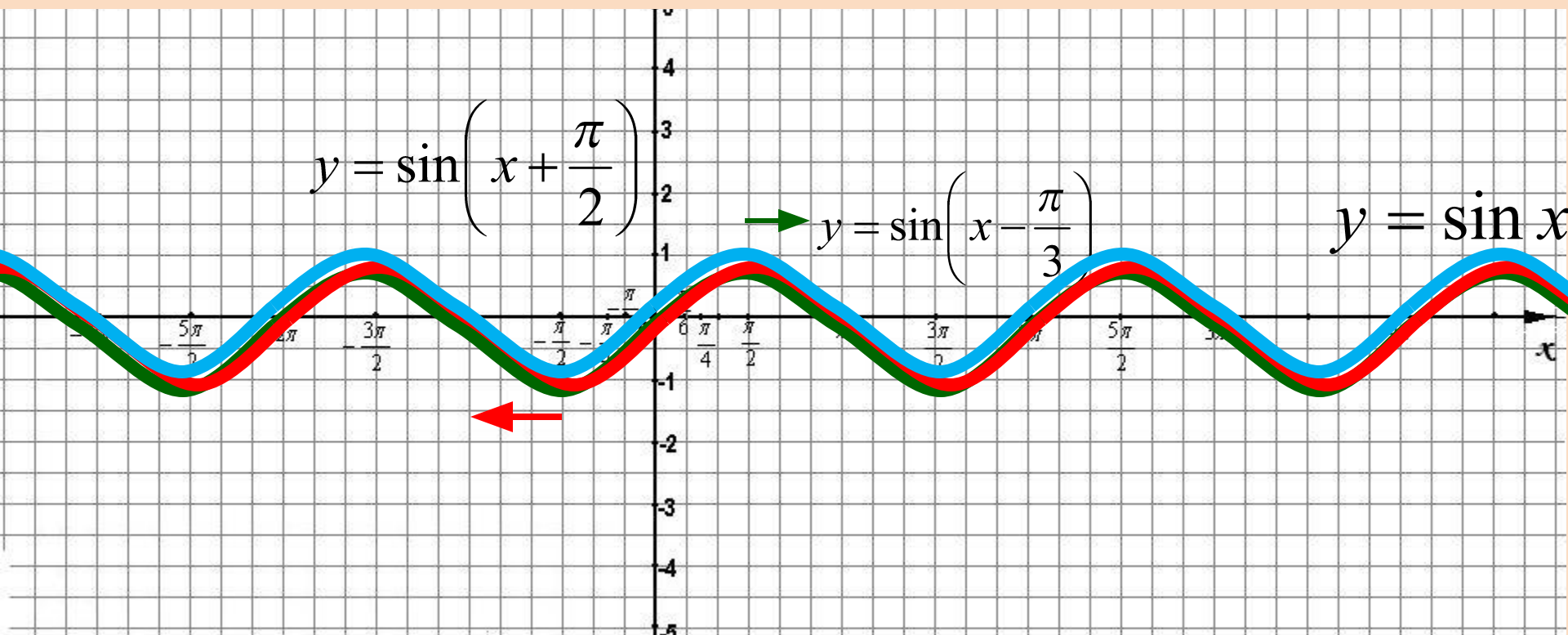
**или вниз, если  $t<0$ .**



**График функции  $y = f(x + t)$  получается параллельным переносом графика функции  $y=f(x)$  вдоль оси  $OX$  на  $|t|$  единиц масштаба**

**влево, если  $t > 0$**

**и вправо, если  $t < 0$ .**



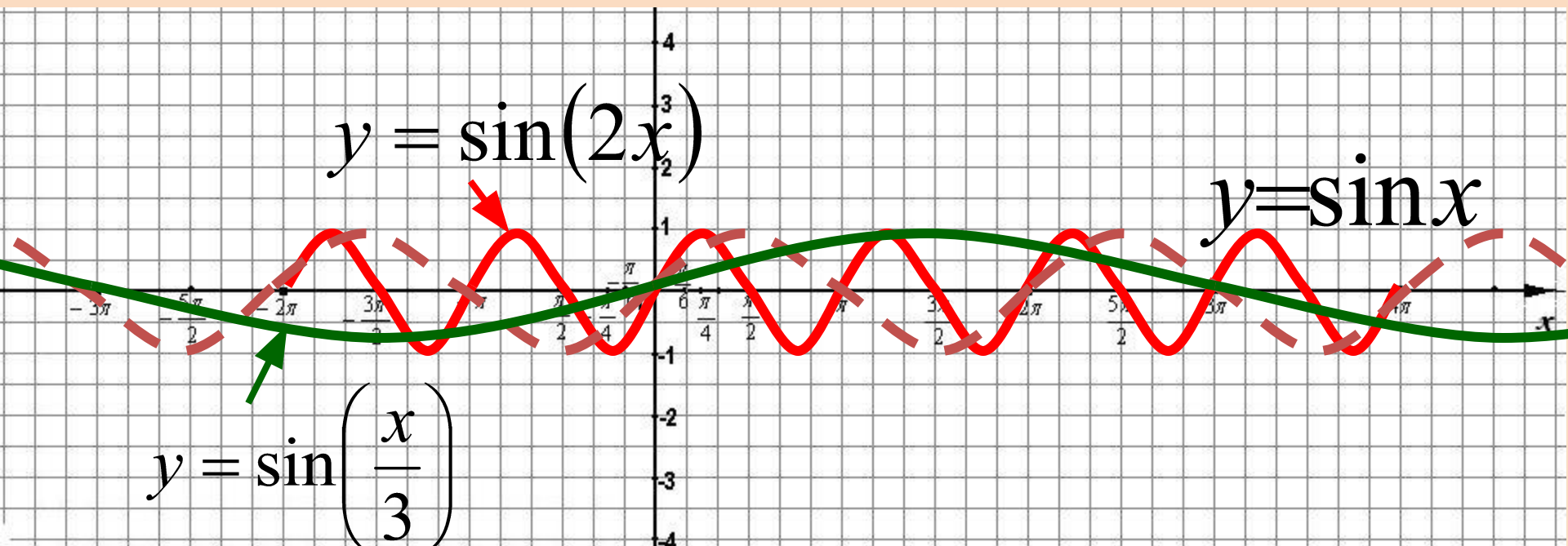
Если известен график функции  $y=f(x)$ , то график функции  $y=kf(x)$  строится посредством *растяжения вдоль оси  $Oy$*  исходного графика, пропорционально коэффициенту в  $k$  раз, а именно:

- если  $k>0$ , то растяжение в  $k$  раз
- если  $0<k<1$ , то сжатие в  $1/k$  раз



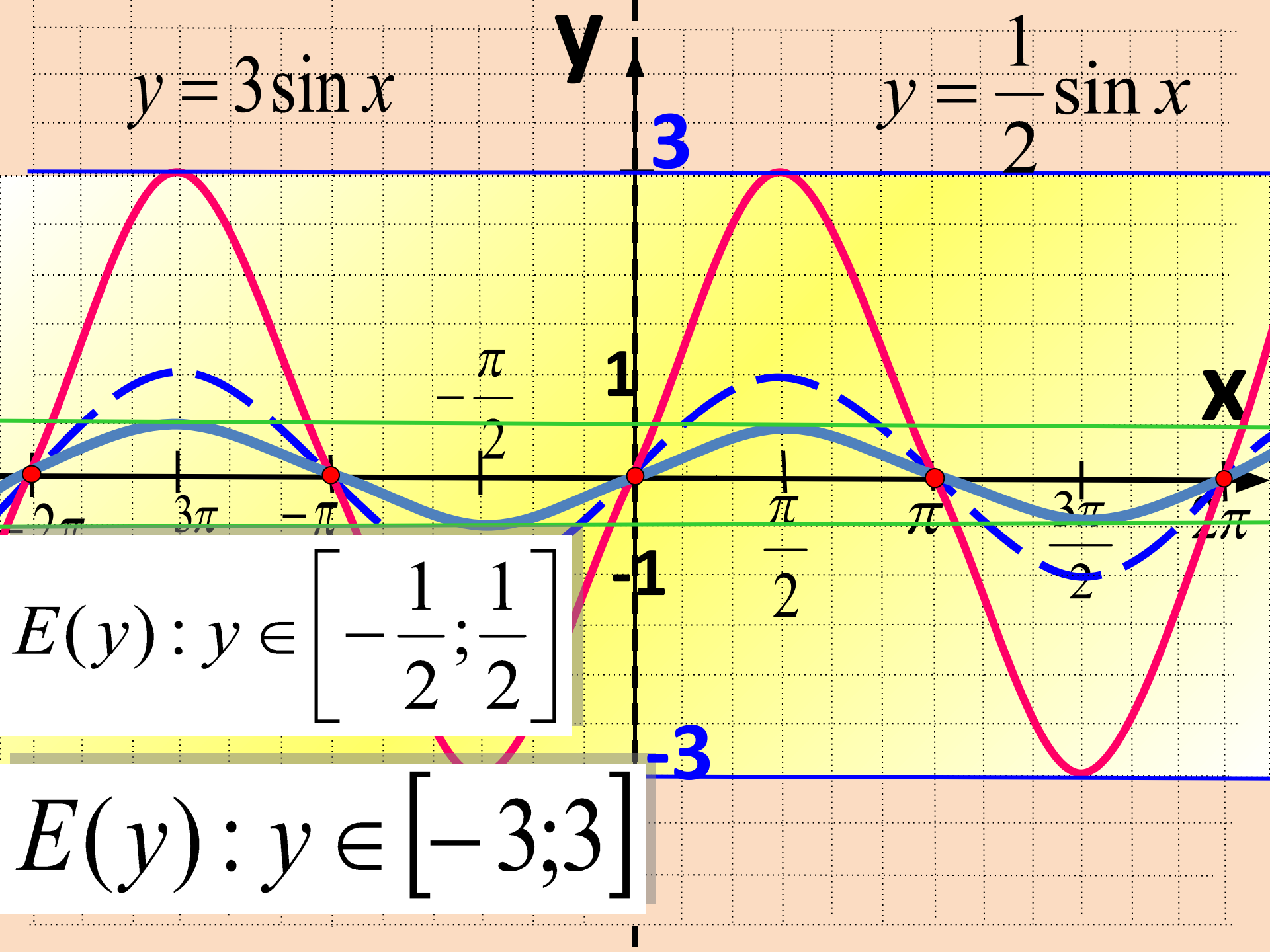
Если известен график функции  $y=f(x)$ , то график функции  $y=f(kx)$  строится посредством *сжатия по оси  $Ox$*  исходного графика пропорционально коэффициенту  $k$  при аргументе, а именно:

- если  $k>1$ , то сжатие в  $k$  раз
- если  $0<k<1$ , то растяжение в  $1/k$  раз



$$y = 3 \sin x$$

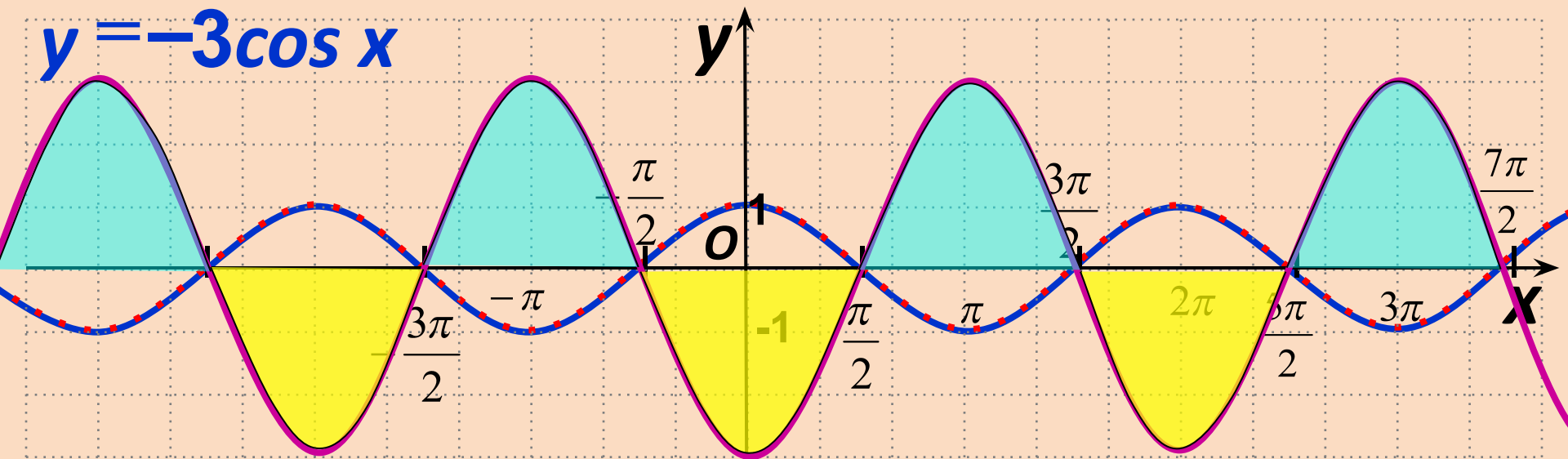
$$y = \frac{1}{2} \sin x$$



$$E(y) : y \in \left[ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right]$$

$$E(y) : y \in [-3; 3]$$

$$y = -3\cos x$$



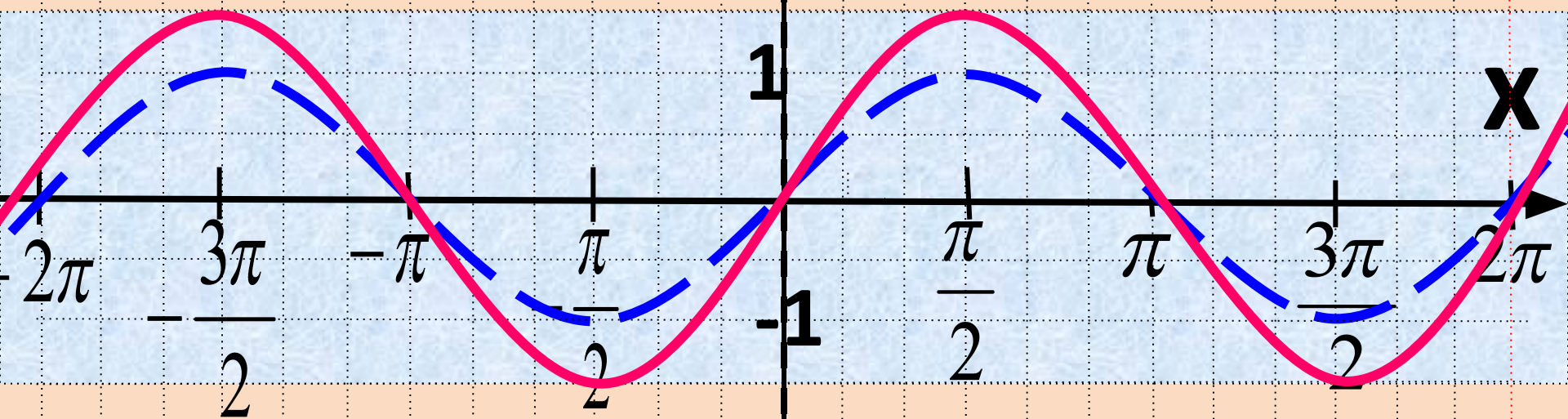
$$E(y): y \in [-3; 3]$$

Какие свойства еще изменились?

$$y > 0 \quad x \in \left( \frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n \right)$$

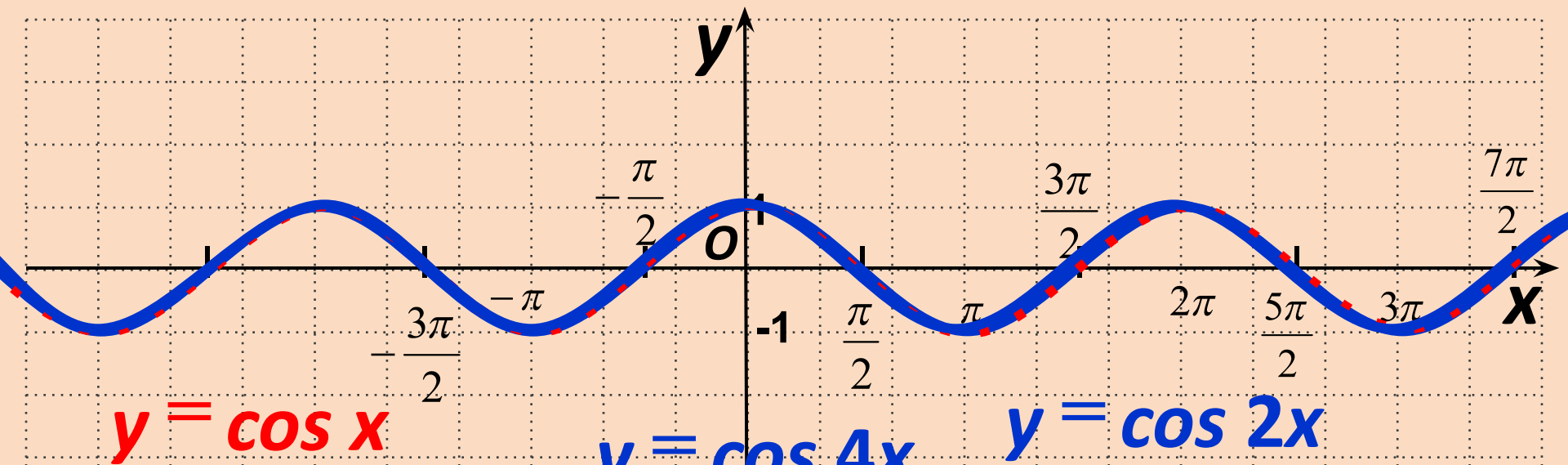
$$y < 0 \quad x \in \left( -\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n \right)$$

$$y = 1,5 \sin x - 1$$



Какие свойства еще  
изменились?

$$E(y) : y \in [-2,5; 0,5]$$



$$y = \cos x$$

$$T = 2\pi$$

$$y = \cos 4x$$

$$T = \frac{\pi}{4}$$

$$y = \cos 2x$$

$$T = \pi$$

**Как найти период  
функции?**

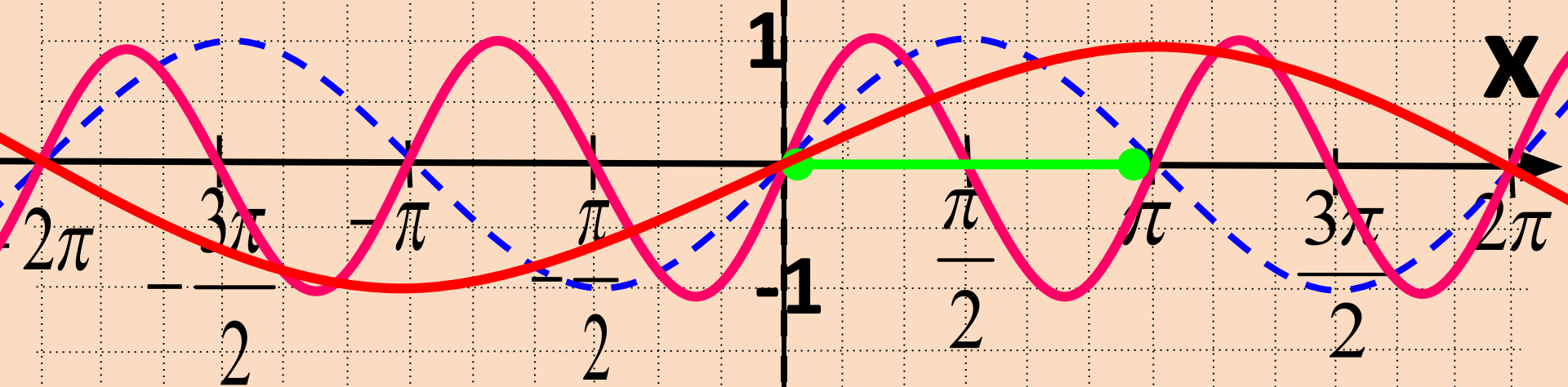
**?**

**— π**



$$y = \frac{1}{2} \sin 2x$$

$$y = 2 \sin \frac{x}{2}$$



$$T = \pi$$

$$T = 4\pi$$