



*Тригонометрические функции
числового аргумента*

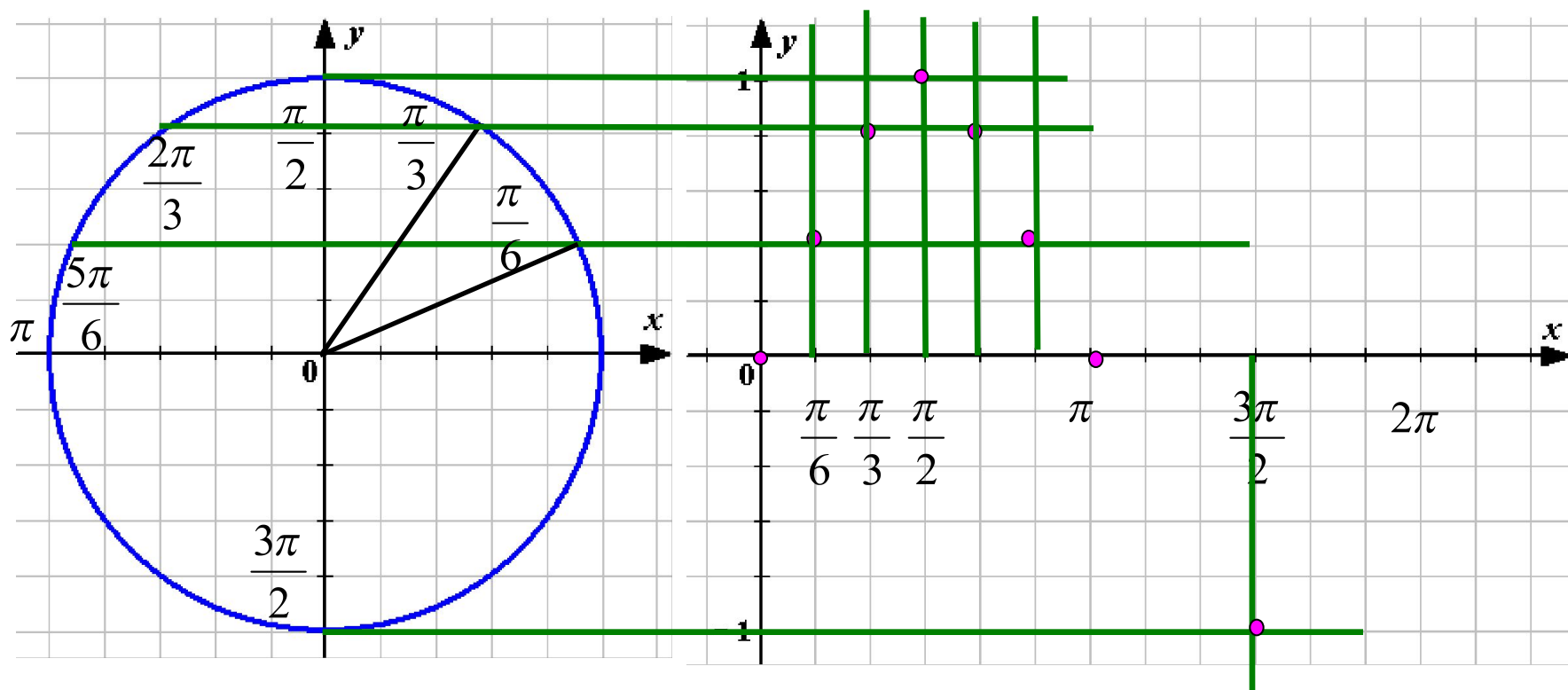
Цели урока:

- **Ввести определение числовых функций**
- **«Открыть» свойства этих функций**
- **Освоить построение графиков данных функций**

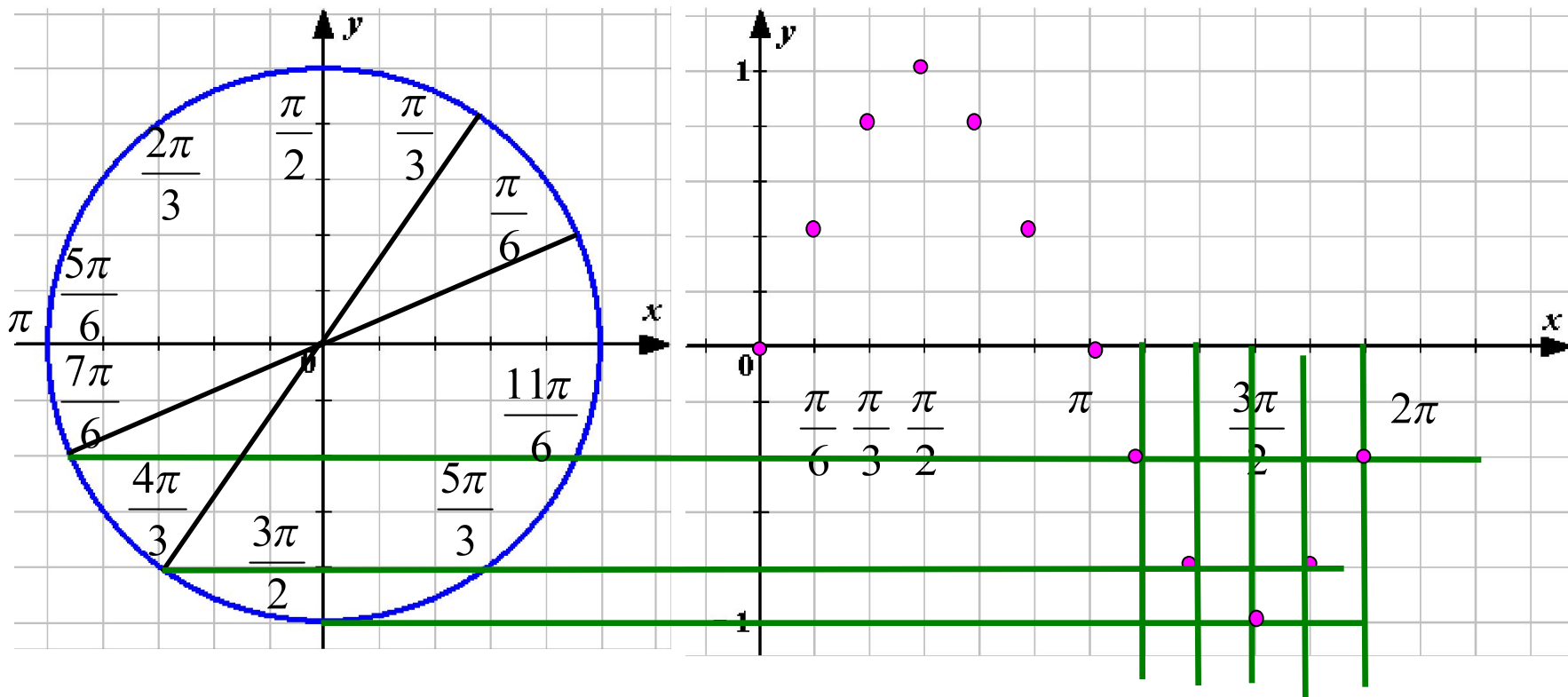
Определение числовых функций

Числовые функции, заданные формулами $y = \sin \alpha$ и $y = \cos \alpha$, называются соответственно синусом и косинусом.

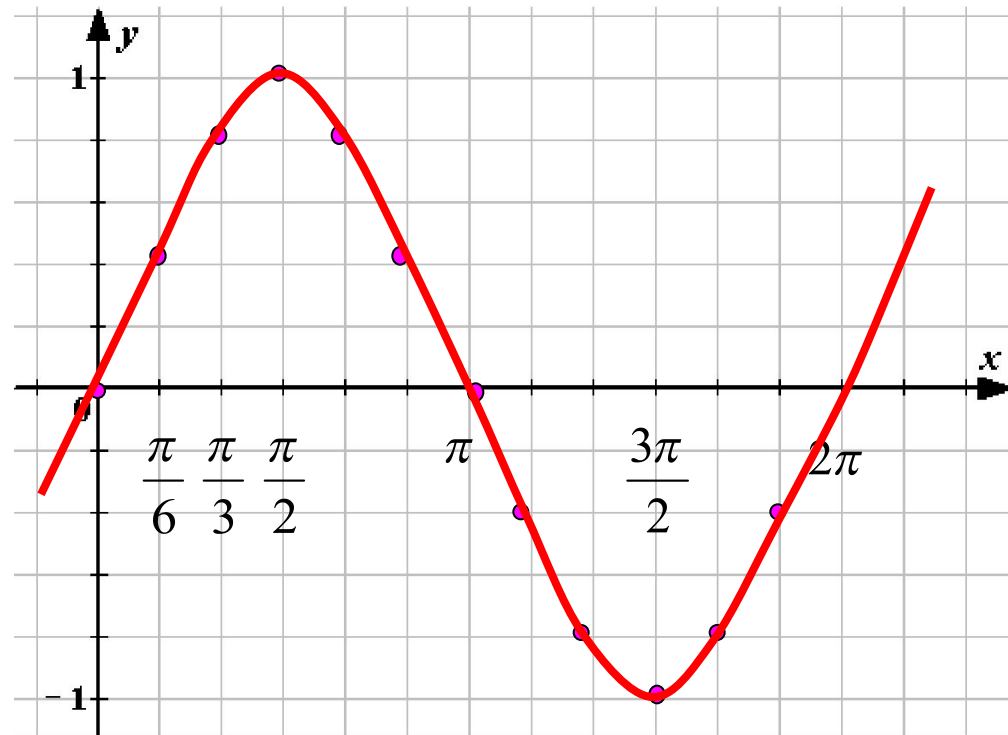
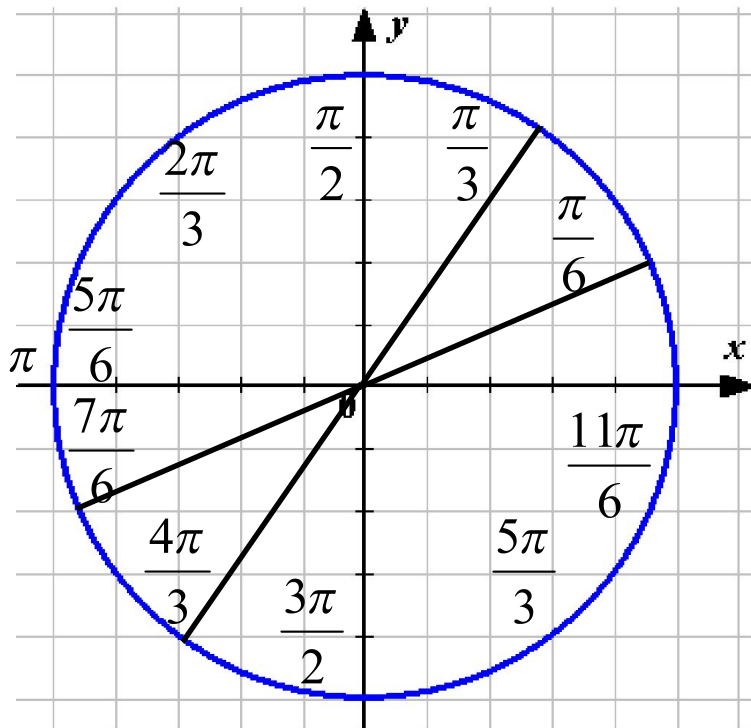
Построение графика функции $y = \sin x$.



Построение графика функции $y = \sin x$.

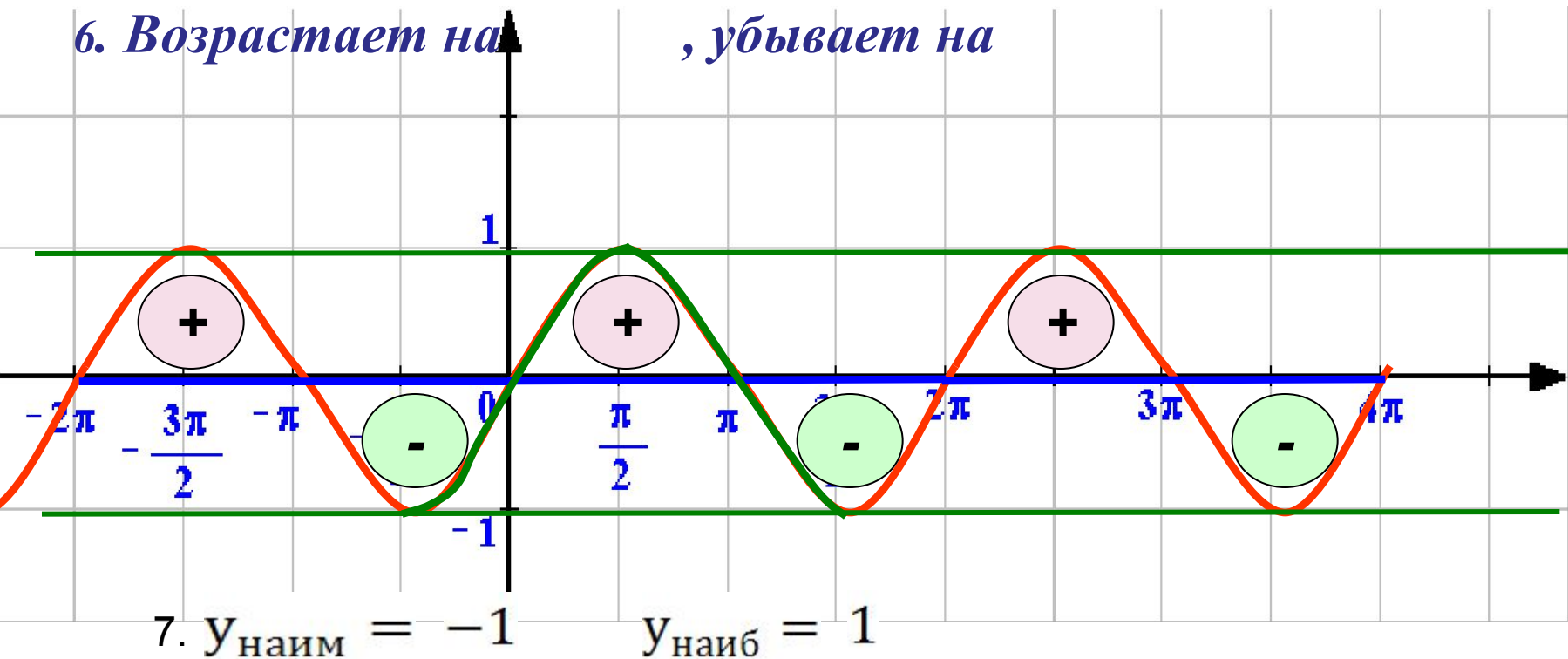


Построение графика функции $y = \sin x$.

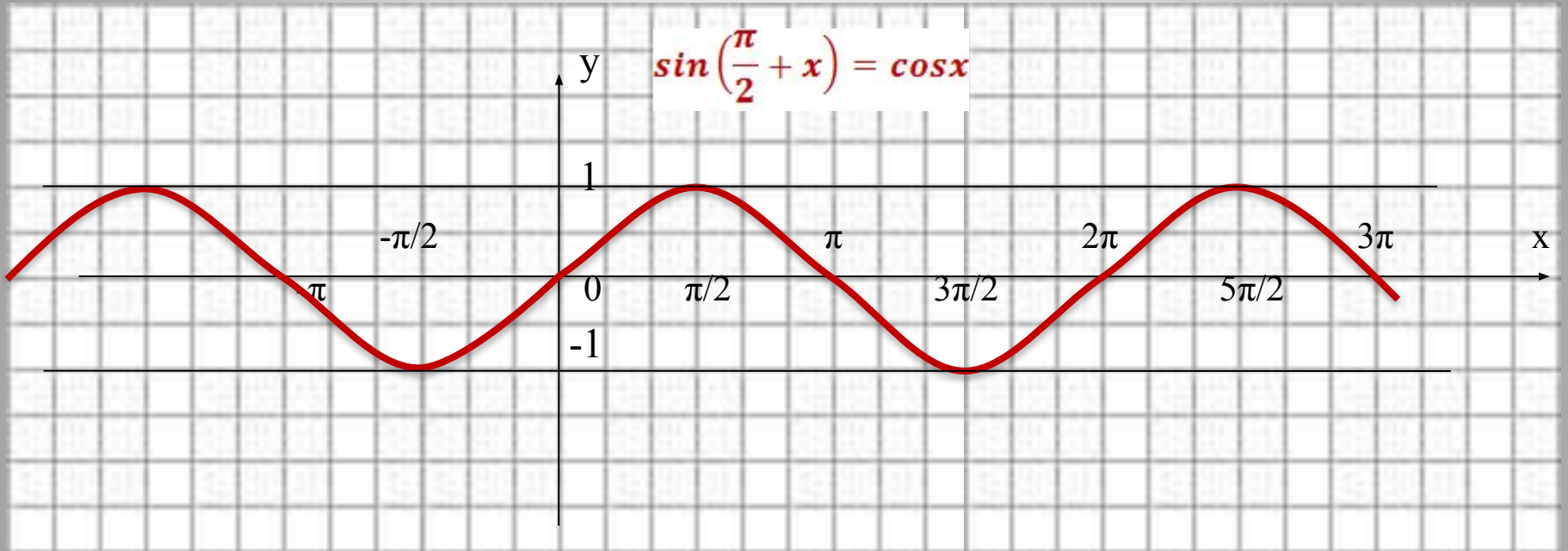


Функция $y = \sin x$.

1. Областью определения функции является множество всех действительных чисел $D(y) = R ((-\infty; +\infty))$
2. Область значений $E(y) = [-1; 1]$, функция ограничена
3. Функция $y = \sin \alpha$ **нечетная**, т.к. $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$
4. Функция **периодическая**, с периодом 2π .
 $\sin(\alpha + 2\pi n) = \sin \alpha$ где n – произвольное целое число
5. Функция непрерывная
6. Возрастает на $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$, убывает на $(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2})$



$$y = \cos x$$



Построение графика функции $y = \cos x$.

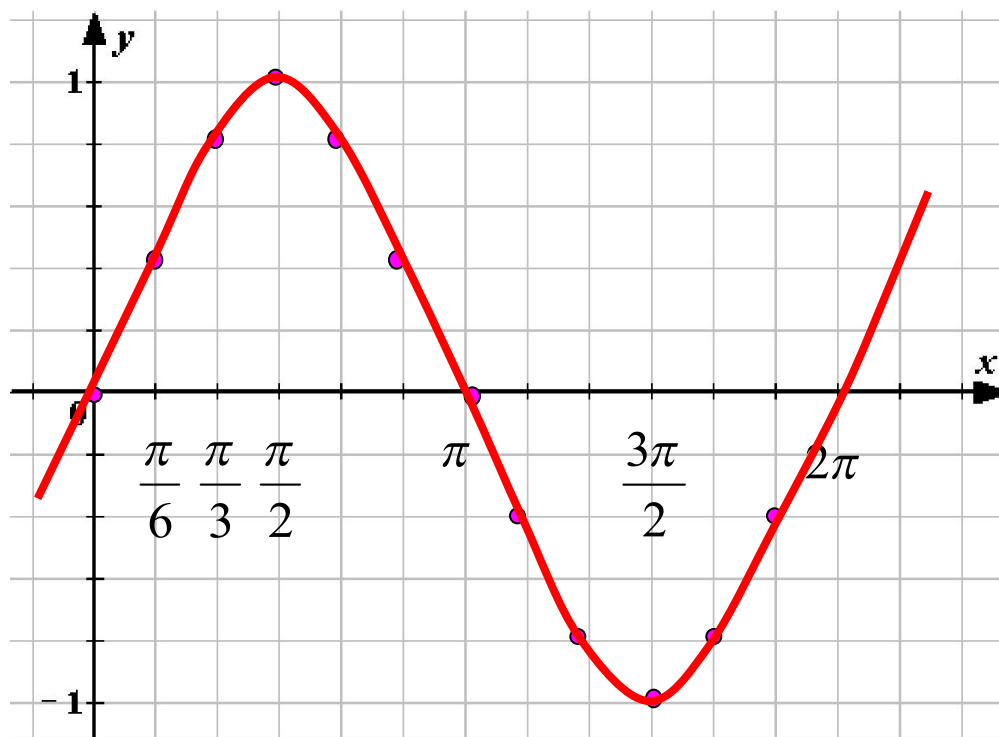
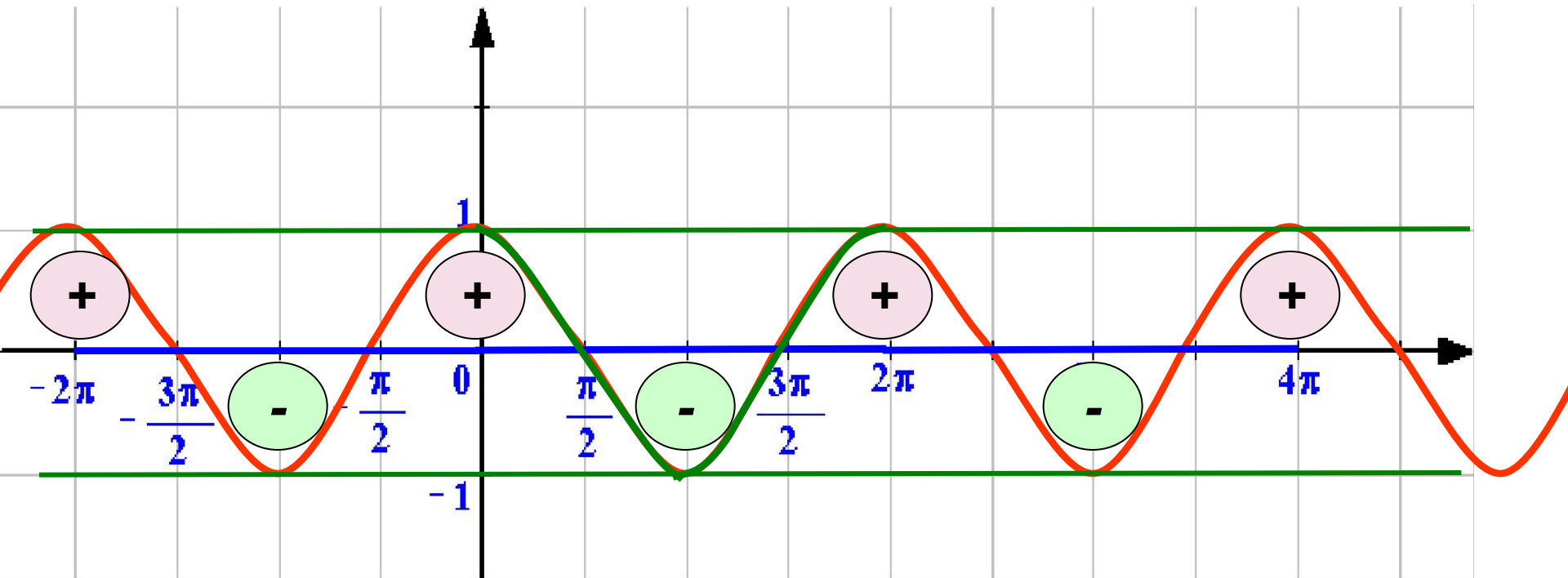


График функции $y = \cos x$ получается переносом графика функции $y = \sin x$ влево на $\pi/2$.

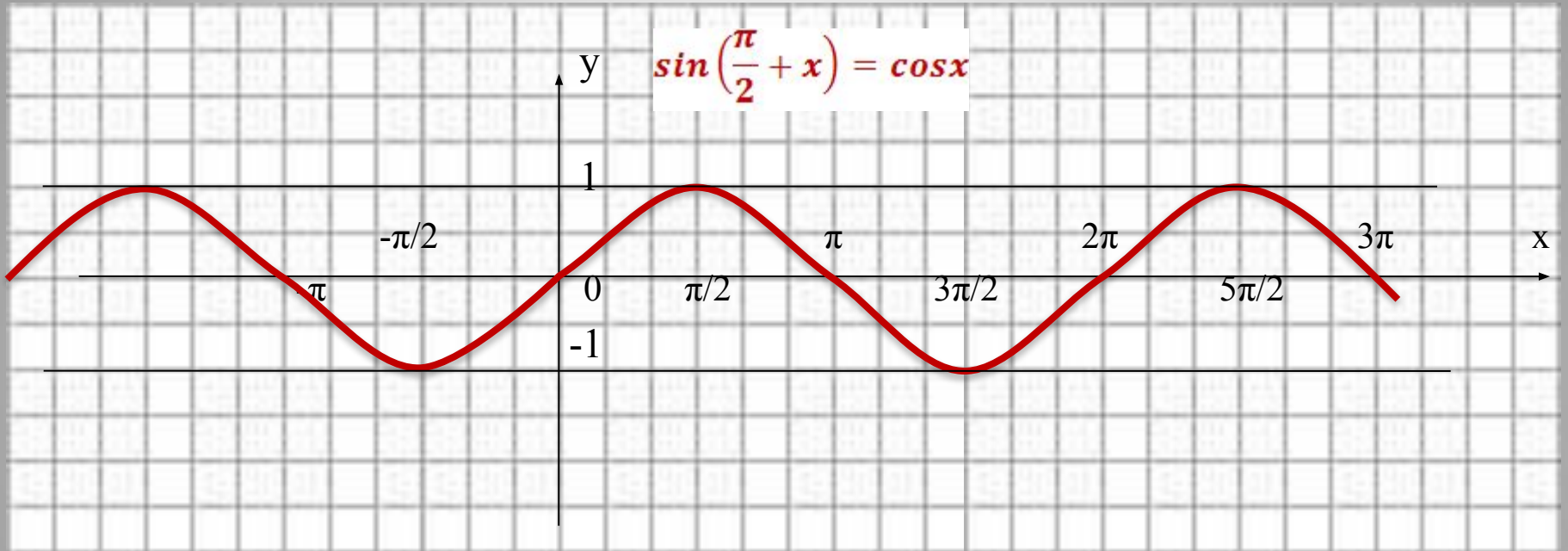
$$\sin(x + \pi/2) = \sin x \cos \pi/2 + \sin \pi/2 \cos x = \cos x$$

Функция $y = \cos x$.

1. Областью определения функции является множество всех действительных чисел $D(y) = R$
2. Область значений $E(y) = [-1; 1]$
3. Функция $y = \cos \alpha$ **четная**, т.к. $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$
4. Функция **периодическая**, с периодом 2π .
 $\cos(\alpha + 2\pi n) = \cos \alpha$, где n – произвольное целое число
5. Функция **непрерывная**

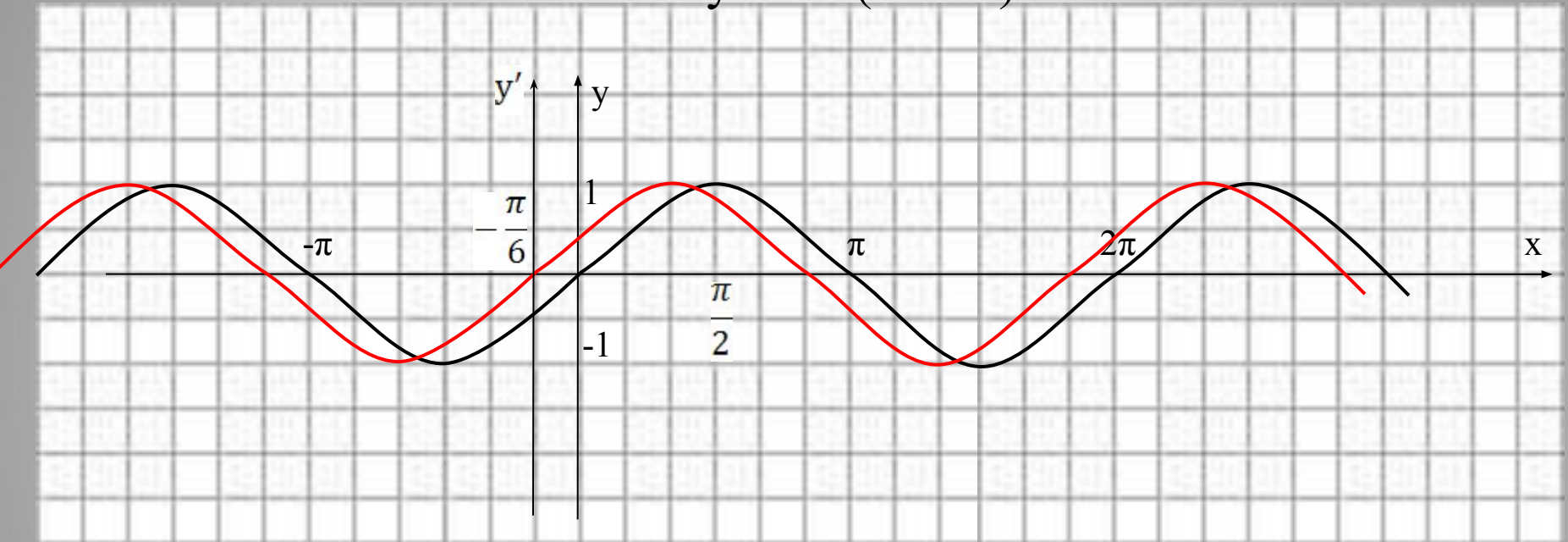


$$y = \cos x$$



$$y = \sin(x+a)$$

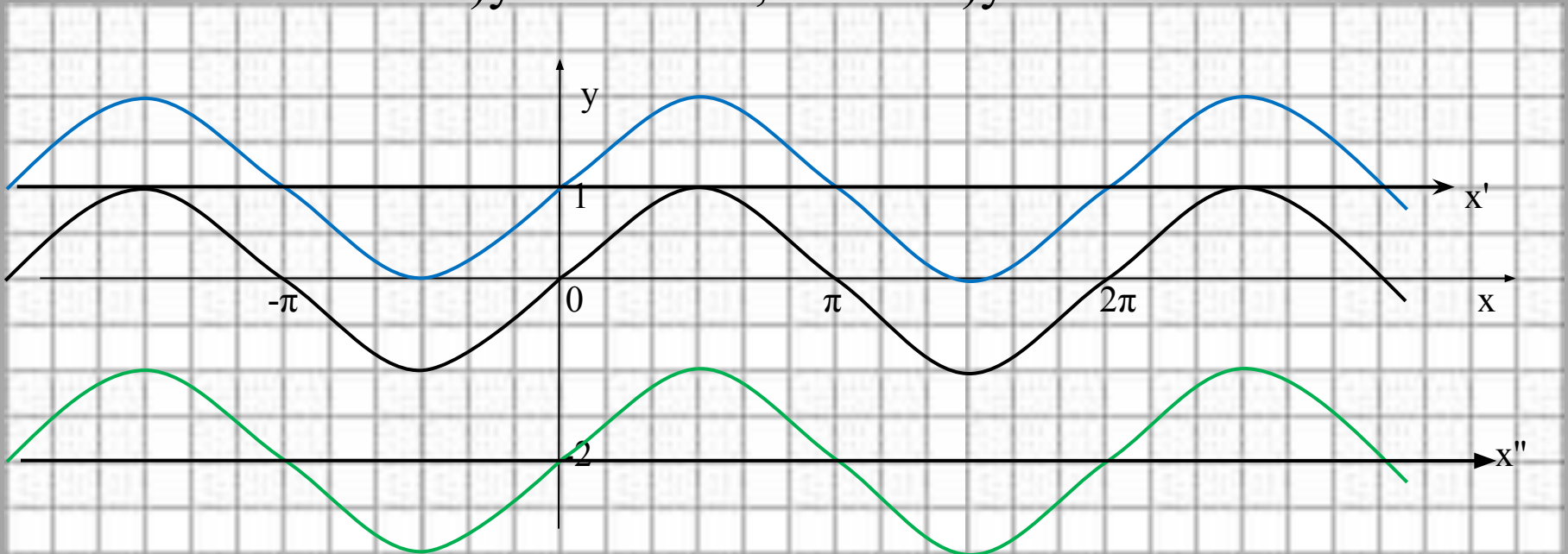
$$y = \sin(x+\pi/6)$$



$$y = \sin x + a$$

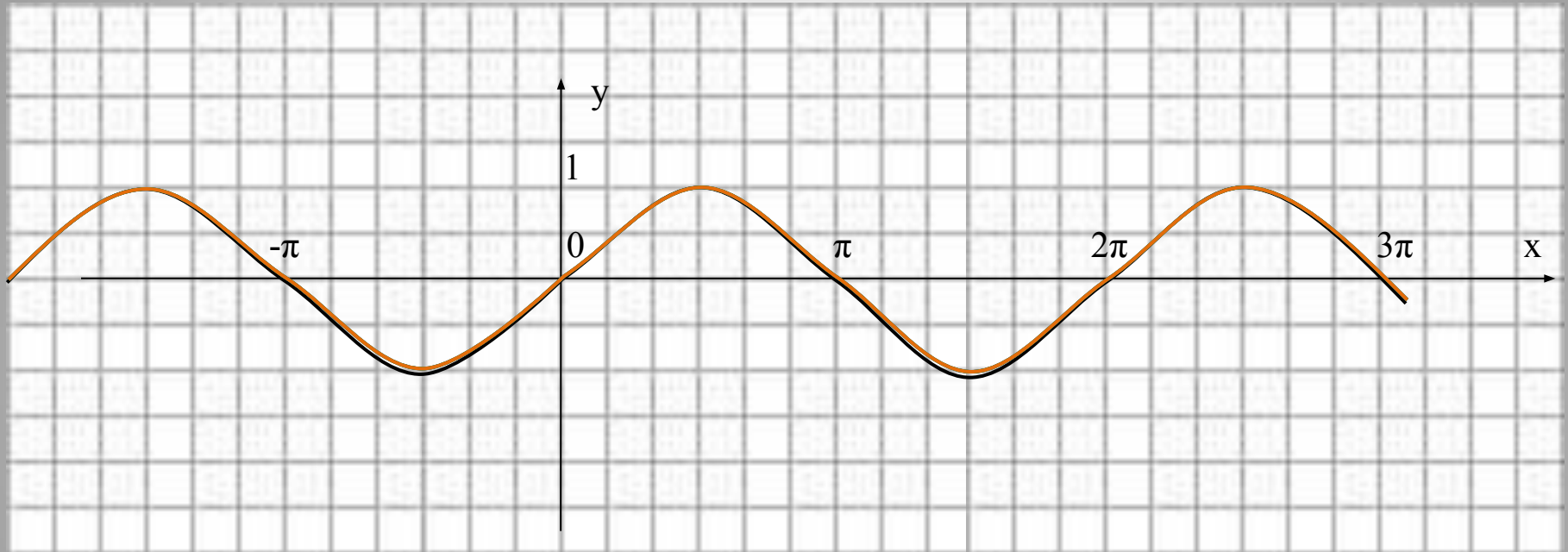
$$1) y = \sin x + 1;$$

$$2) y = \sin x - 2$$



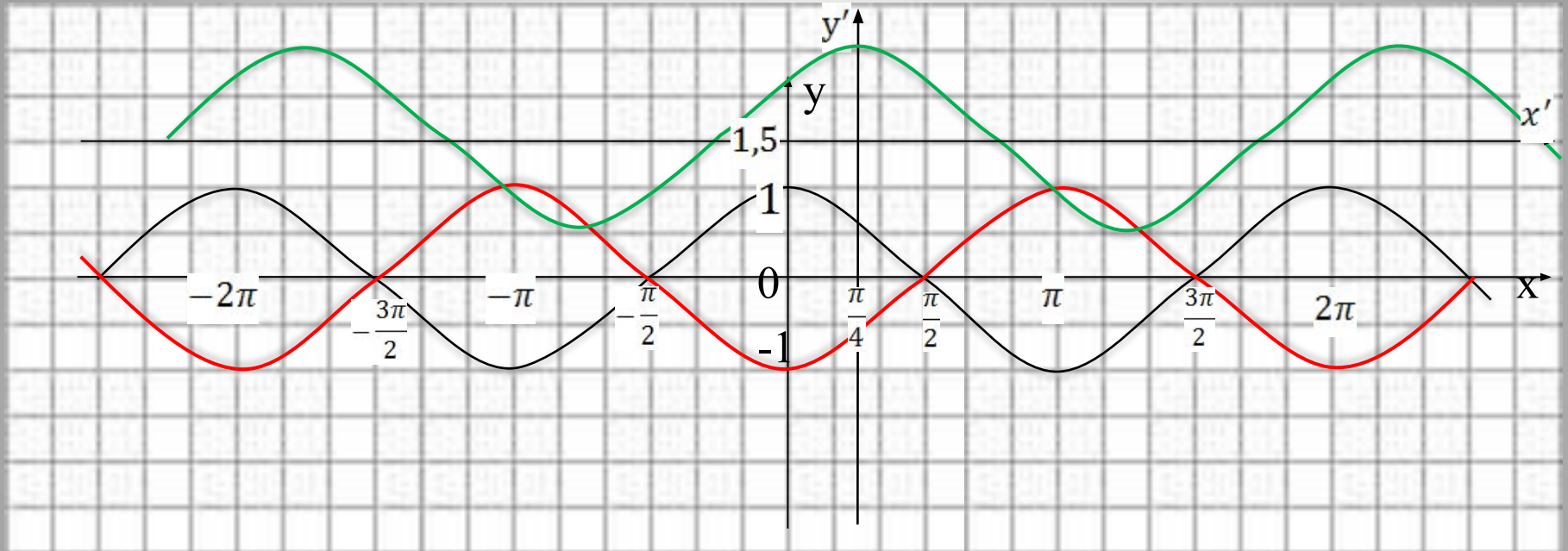
Построение графиков $y = \sin(x+m) + n$

1) $y = \sin x$; 2) $y = \sin(x + \pi/6)$; 3) $y = \sin(x - \pi/3)$; 4) $y = \sin x + 1$; 5) $y = \sin x - 3/2$



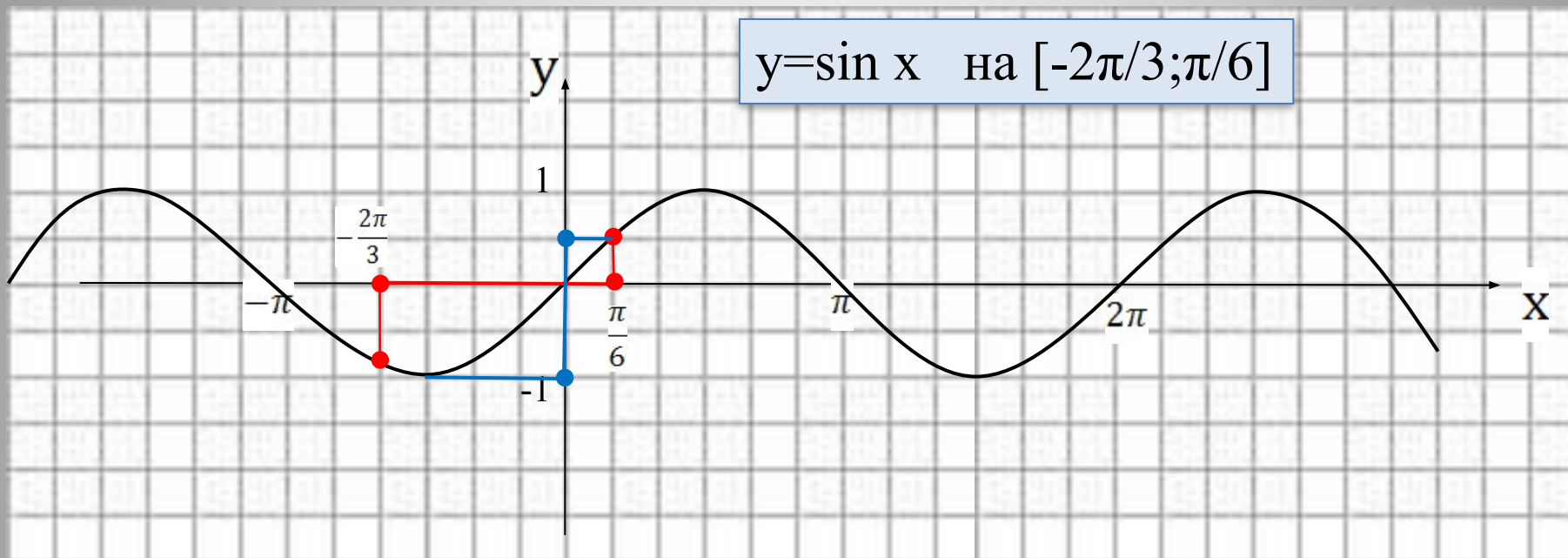
Построение графиков $y = \cos(x+m)+n$

1) $y = -\cos x$; 2) $y = \cos(x - \pi/4) + 1,5$



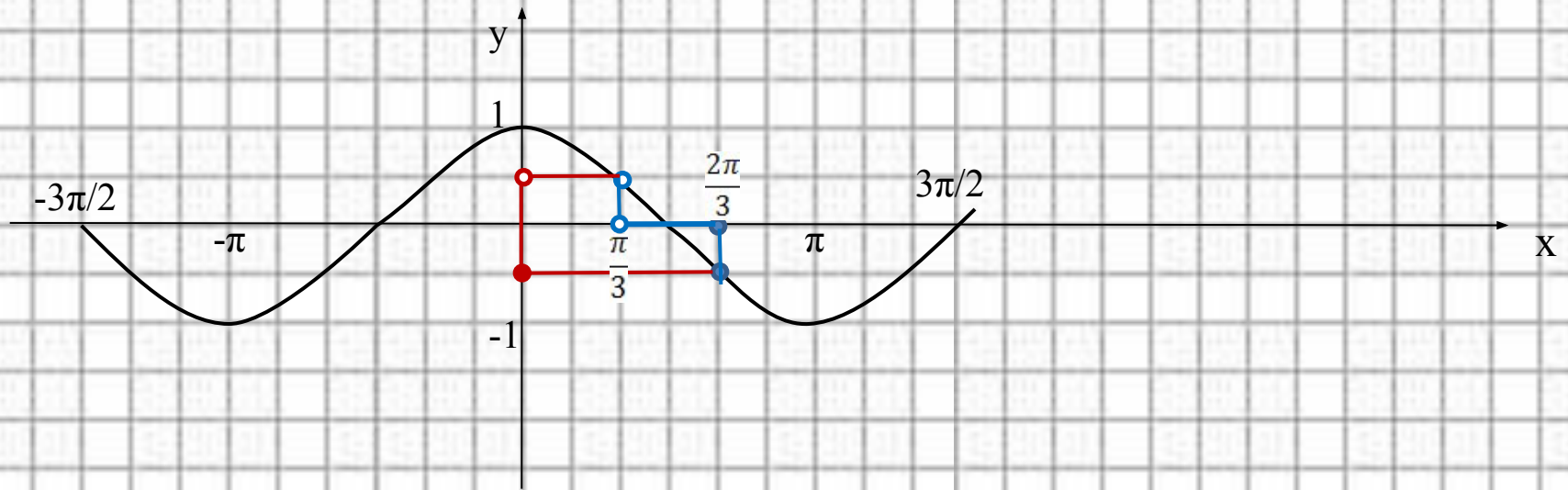
Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке

$$y = \sin x \quad \text{на} \quad \left[-\frac{2\pi}{3}; \frac{\pi}{6}\right]$$



Ответ: $y_{\text{наим}} = -1$
 $y_{\text{наиб}} = \frac{1}{2}$

$$y = \cos x \text{ на } (\pi/3; 2\pi/3]$$



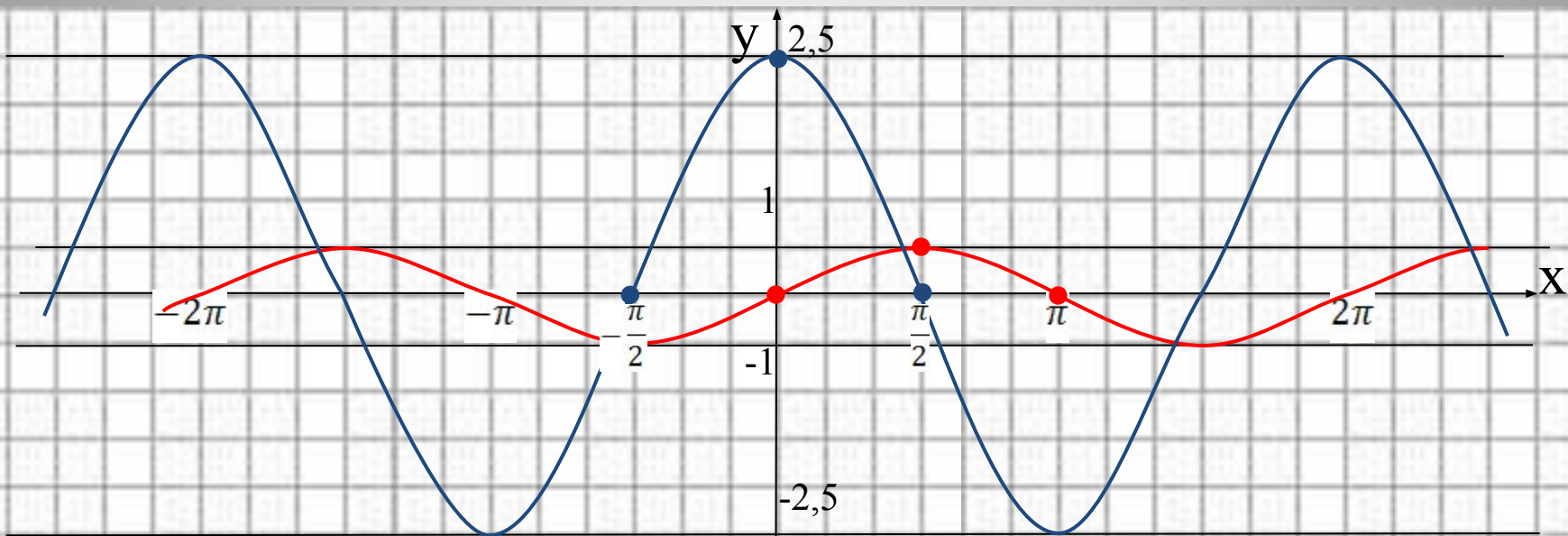
Ответ: $y_{\text{наиб}} = \text{не определен}$

$$y_{\text{наим}} = -\frac{1}{2}$$

Построение графиков $y=k \cdot \sin x$ и $y=k \cdot \cos x$.

1) $y=1/2\sin x$;

2) $y=2,5\cos x$.



Функция $y = \operatorname{tg} x$, её свойства и график

1. $D(y) =$

2. $E(y) =$

3. Периодическая

4. Нечетная

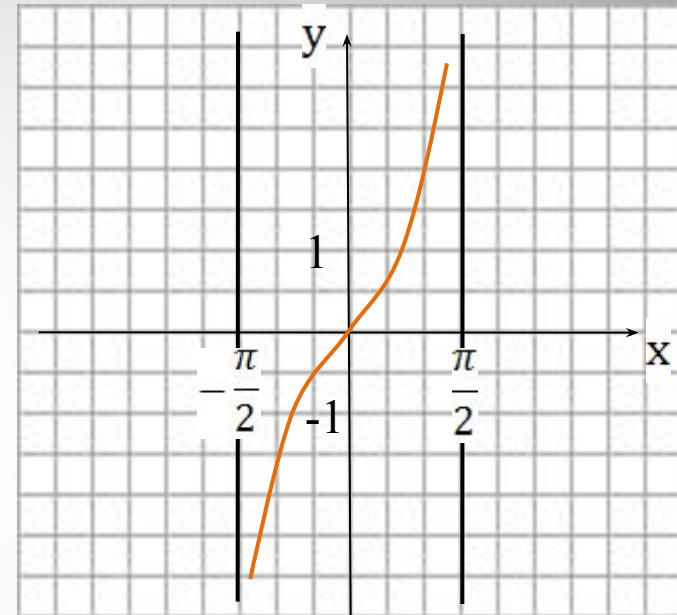
5. Монотонность

6. Не ограничена

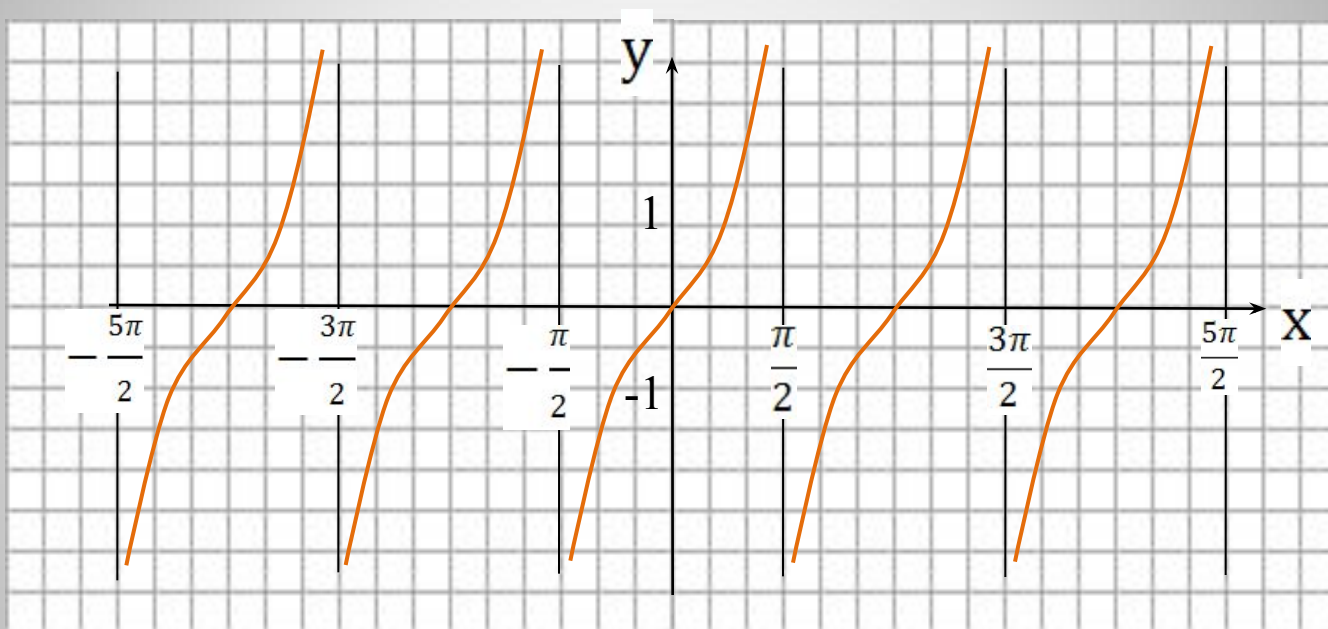
7. Не имеет наибольшего и
наименьшего значений.

8. Точки разрыва

Асимптота

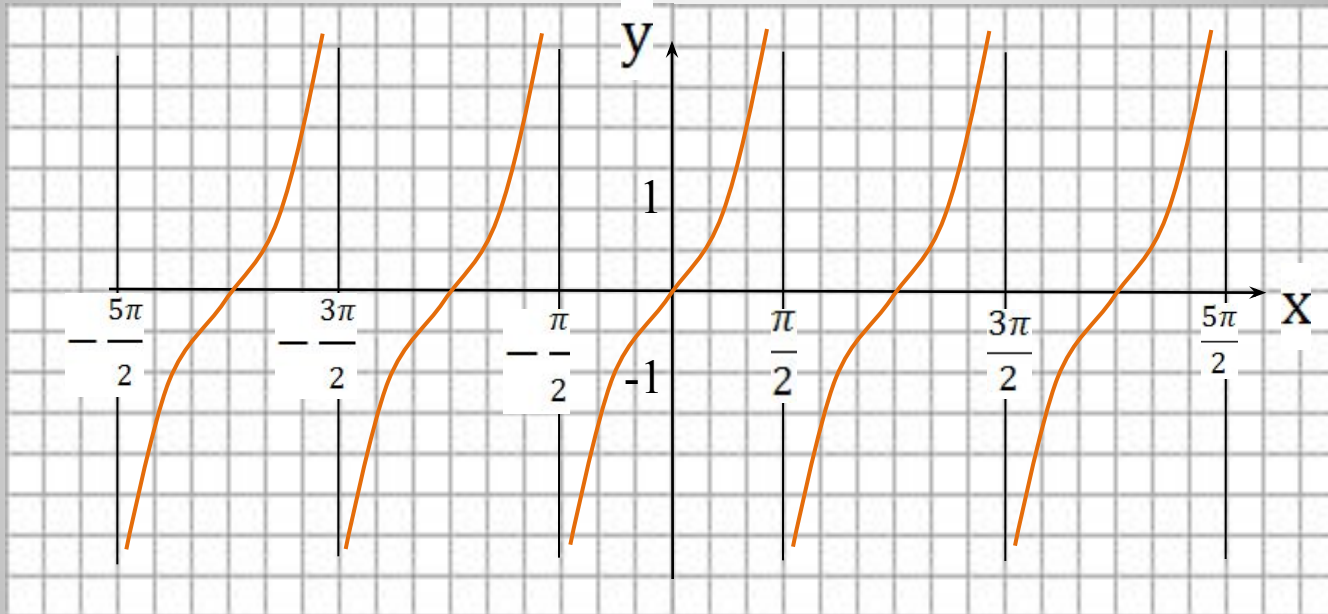


Тангенсоида



$$y = \operatorname{tg} x$$

$$y = \operatorname{tg}(x - \pi/2)$$



Периодичность

1) $x; x+T; x-T \in D(f)$

2) Если $y=f(x)$ периодичная с периодом $T_1 \neq 0$, то

$y=A \cdot f(kx+m)+B$ периодичная с периодом

$$T = \frac{T_1}{|k|}$$

Примеры:

1) $y=\sin 4x$

$$T_1=2\pi$$

$$T = \frac{2\pi}{|4|} = \frac{\pi}{2}$$

2) $y=-4\cos(x/3-1)+2$

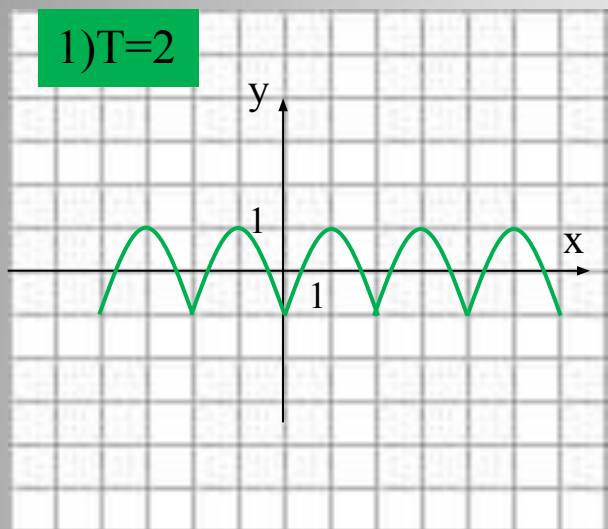
$$T_1=2\pi$$

$$T = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{3}\right|} = 6\pi$$

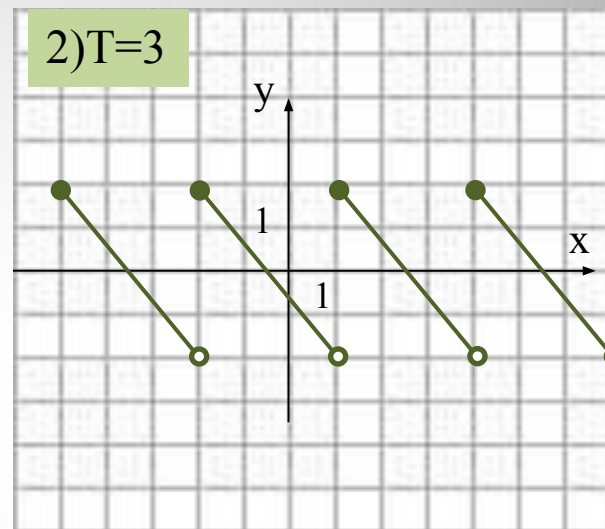
Построение графиков периодических функций

Дана функция $y = f(x)$. Построить её график, если известен период.

1) $T=2$



2) $T=3$



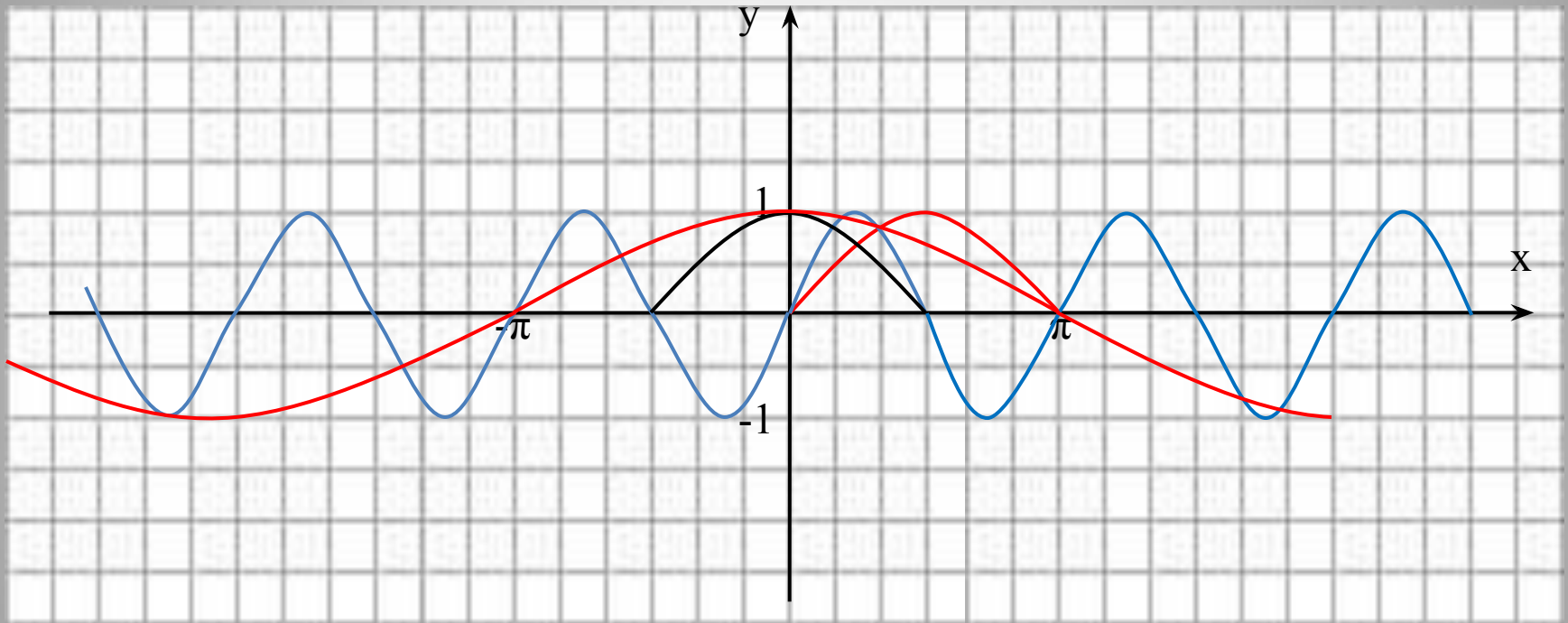
Построение графика $y = \sin(kx+m)$

$$y = \sin 2x$$

$$T = \pi$$

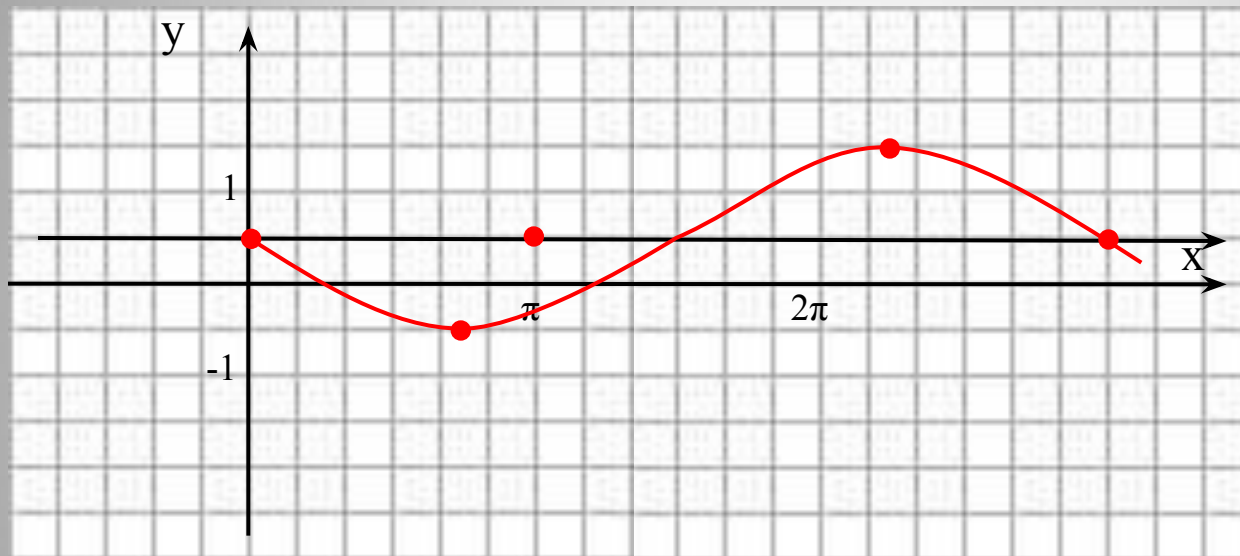
$$y = \cos(x/2)$$

$$T = 4\pi$$



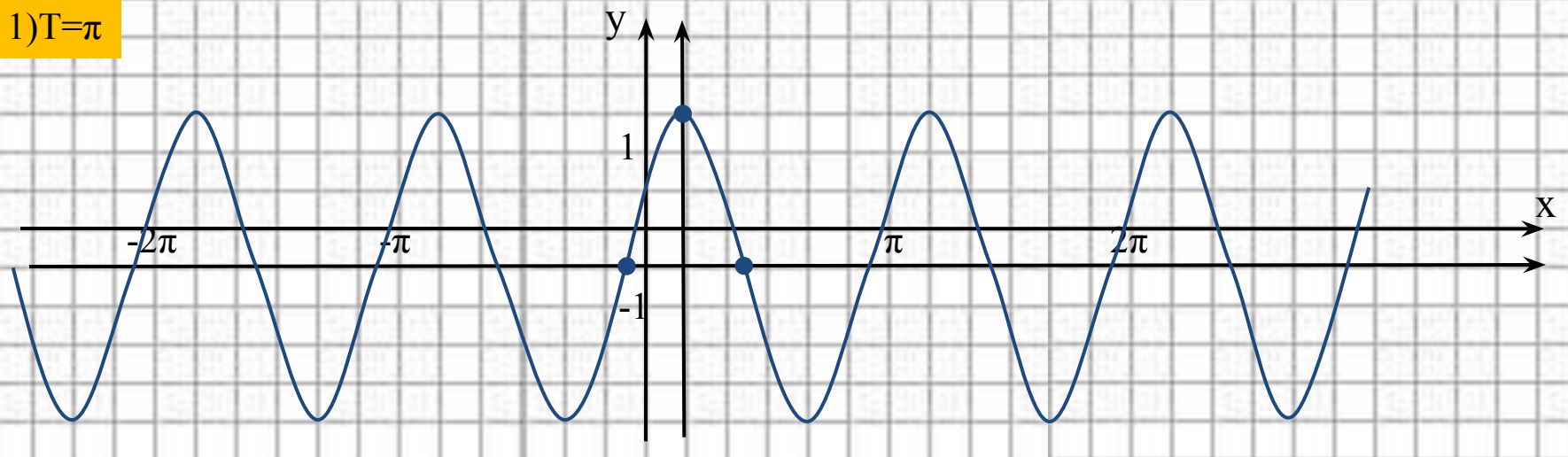
Графики $y=A \cdot f(k \cdot x+m)+B$.

$$y = -\sin \frac{2}{3}x + \frac{1}{2} \quad T=3\pi$$

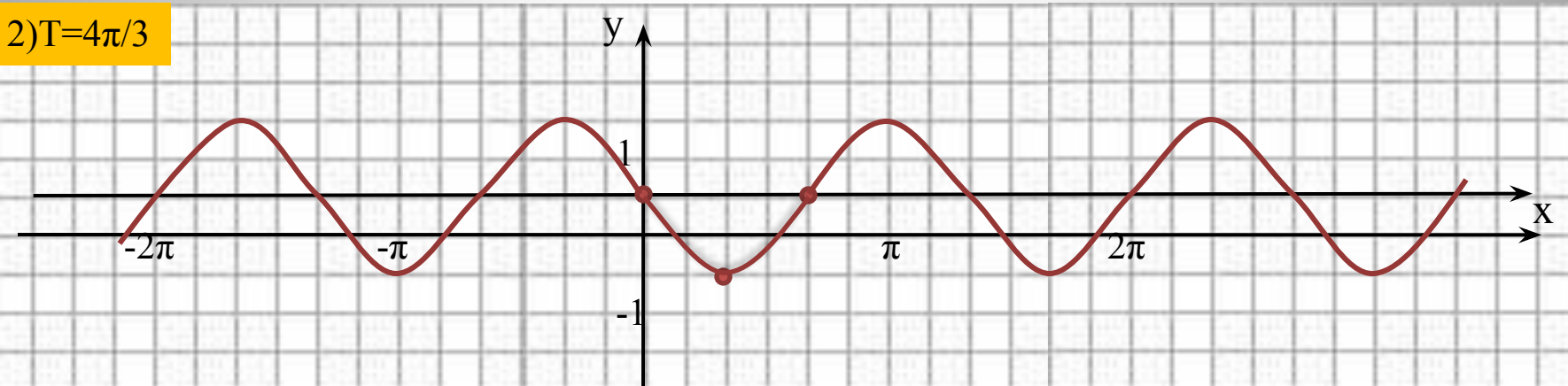


. Построить графики: 1) $y=2\cos(2x-\pi/3)-0,5$; 2) $y=-\sin 3/2x+1$

1) $T=\pi$



2) $T=4\pi/3$



3) Найти $D(f)$, $E(f)$, нули, промежутки монотонности этих функций.

4) Найти наибольшее и наименьшее значения функции на $[-\pi/3; 2\pi]$ для №2.