



Подготовка к ЕГЭ по математике Решение заданий В3

Автор
ученица 11 «Б» класса
Барботько Татьяна
Руководитель :
Галиханова Т.В.

Прототипов заданий В3 - 28

Проверяемые требования (умения)

- Уметь решать уравнения и неравенства

Умения по КТ

Решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы

Содержание задания В3 по КЭС

- **Уравнения и неравенства** 2.1 *Уравнения* 2.1.1 Квадратные уравнения 2.1.2 Рациональные уравнения 2.1.3 Иррациональные уравнения 2.1.4 Тригонометрические уравнения 2.1.5 Показательные уравнения 2.1.6 Логарифмические уравнения 2.1.7 Равносильность уравнений, систем уравнений 2.1.8 Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными 2.1.9 Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных 2.1.10 Использование свойств и графиков функций при решении уравнений 2.1.11 Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем 2.1.12 Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений 2.2 *Неравенства* 2.2.1 Квадратные неравенства 2.2.2 Рациональные неравенства 2.2.3 Показательные неравенства 2.2.4 Логарифмические неравенства 2.2.5 Системы линейных неравенств 2.2.6 Системы неравенств с одной переменной 2.2.7 Равносильность неравенств, систем неравенств 2.2.8 Использование свойств и графиков функций при решении неравенств 2.2.9 Метод интервалов 2.2.10 Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем

Памятка ученику

В задании В3 ученик должен продемонстрировать умение решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения и их системы. Задание В3 сводится в одно действие к линейному или квадратному уравнению и далее ученик использует навыки решения уравнений и неравенств.



Логарифмы

- **Логарифм** числа **b** по основанию **a** ($\log_a b$) определяется как показатель степени, в которую надо возвести число **a**, чтобы получить число **b** (Логарифм существует только у положительных чисел).
- Обозначение: $\log_a b$.
- $\log_a b = x, a^x = b$.
- **Логарифм** числа **b** по основанию **a** - $\log_a b$ ($a > 0, a \neq 1, b > 0$)
- Десятичный логарифм - $\lg b$ (Логарифм по основанию 10, $a = 10$).
- Натуральный логарифм - $\ln b$ (Логарифм по основанию e, $a = e$).

Свойства логарифмов

- 1 Основное логарифмическое тождество - $a^{\log_a b} = b$;
- 2 $\log_a 1 = 0$;
- 3 $\log_a a = 1$;
- 4 $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$;
- 5 $\log_a (b/c) = \log_a b - \log_a c$;
- 6 $\log_a (1/c) = \log_a 1 - \log_a c = -\log_a c$;
- 7 $\log_a (b^c) = c \log_a b$;
- 8 $\log_{(a)^c} b = (1/c) \log_a b$;
- 9 Формула перехода к новому основанию - $\log_a b = (\log_c b)/(\log_c a)$;
- 10 $\log_a b = 1/\log_b a$;

Степень

- **Свойства степеней:**
- $a^1 = a$, $a^0 = 1$ ($a \neq 0$), $a^{-n} = 1/a^n$.
- 1° $a^m a^n = a^{m+n}$;
- 2° $a^m / a^n = a^{m-n}$;
- 3° $(ab)^n = a^n b^n$;
- 4° $(a^m)^n = a^{mn}$;
- 5° $(a/b)^n = a^n / b^n$.

Основные свойства корней:

$$1^{\circ}. \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}.$$

$$2^{\circ}. \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad (b \neq 0).$$

$$3^{\circ}. \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a} \quad (k > 0).$$

$$4^{\circ}. \sqrt[n]{a} = \sqrt[nk]{a^k} \quad (k > 0).$$

$$5^{\circ}. \sqrt[n]{a^k} = (\sqrt[n]{a})^k \quad (\text{если } k \leq 0, \text{ то } a \neq 0).$$

Прототип задания В3 (№ 26646)

Найдите корень уравнения .

$$\log_2(4 - x) = 7$$

По определению логарифма:

$$4 - x = 2^7$$

$$4 - x = 128$$

$$x = 132$$

Ответ: $x = 132$.

Задания для самостоятельного решения

Найдите корень уравнения:

1) $\log_5(4 + x) = 2$

2) $\log_5(5 - x) = \log_5 3$

3) $\log_2(15 + x) = \log_2 3$

Ответ:

1) 21

2) 2

3) -12

Проверка

Прототип задания В3 (№ 26650)

Найдите корень уравнения:

$$5^{x-7} = \frac{1}{125}$$

Представим $1/125$ в виде степени с основанием 5. Если степени с одинаковыми основаниями равны, значит равны их показатели

$$x-7=-3$$

$$x=4$$

Ответ:4

Решение

Задания для самостоятельного решения

$$1. \left(\frac{1}{3}\right)^{x-8} = \frac{1}{9}$$

$$3. 36^{x-7} = \frac{1}{6}$$

$$2. \left(\frac{1}{7}\right)^{10-3x} = 49$$

$$4. 4^{x-1} = \frac{1}{2}$$

Ответ:

1)10

2)4

3)3

4)0,5

Проверка

Прототип задания В3 (№26656)

Найдите корень уравнения:

$$\sqrt{15 - 2x} = 3$$

Возведем обе части уравнения в квадрат.
Решим линейное уравнение:

$$15 - 2x = 9$$

$$-2x = -6$$

$$x = 3$$

Ответ: 3

Решение

Задания для самостоятельного решения

1) $\sqrt{22 - 3x} = 2$

5) $\sqrt{41 - 5x} = 6$

2) $\sqrt{60 - 4x} = 2$

6) $\sqrt{31 - 5x} = 4$

3) $\sqrt{52 - 6x} = 4$

4) $\sqrt{55 - 3x} = 7$

Ответ:

1) 6

2) 12

3) 6

4) 2

5) 7

6) 3

Проверка

Прототип задания В3 (№ 26657):

Найдите корень уравнения:

$$\log_4(x+3) = \log_4(4x-15)$$

Если логарифмы с одинаковыми основаниями равны, значит равны выражения, стоящие под знаком

логарифма:

$$x+3=4x-15$$

$$-3x=-18$$

$$x=6$$

Ответ:6

Решение

Задания для самостоятельного решения

$$1) \log_9(x + 6) = \log_9(4x - 9)$$

$$2) \log_4(x + 8) = \log_4(5x - 4)$$

$$3) \log_7(x + 9) = \log_7(5x - 7)$$

$$4) \log_8(x + 9) = \log_8(2x - 17)$$

$$5) \log_5(x + 6) = \log_5(4x - 3)$$

Проверка

Ответ:

1)5

2)3

3)4

4)26

5)3

Прототип задания В3 (№ 26659)

Найдите корень уравнения

$$\log_5(5 - x) = 2\log_5 3$$

Чтобы опустить логарифмы, нам мешает 2, поэтому 3 возводим во вторую степень и опускаем логарифмы:

$$5 - x = 9$$

$$-x = 4$$

$$x = -4$$

Решение

Ответ: -4

Задания для самостоятельного решения

1) $\log_9(8 - x) = \log_9 5$

2) $\log_3(13 + x) = \log_3 2$

3) $\log_2(4 - x) = \log_2 11$

4) $\log_{13}(4 - x) = \log_{13} 10$

5) $\log_7(8 + x) = \log_7 10$

..

Ответ:

1)3

2)-11

3)-7

4)-6

5)2

Проверка

Прототип задания В3 (№ 26660)

Найдите корень уравнения

$$\sqrt{\frac{6}{4x-54}} = \frac{1}{7}$$

Обе части уравнения возводим в квадрат.

$$4x-54=49 \cdot 6$$

$$4x-54=294$$

$$4x=348$$

$$x=87$$

Ответ:87

Решение

Задания для самостоятельного решения

$$1) \sqrt{\frac{20}{3x-13}} = \frac{1}{2}$$

$$4) \sqrt{\frac{3}{5x-30}} = \frac{1}{5}$$

$$2) \sqrt{\frac{2}{7x-31}} = \frac{1}{4}$$

$$5) \sqrt{\frac{12}{2x-14}} = \frac{1}{10}$$

$$3) \sqrt{\frac{10}{4x-58}} = \frac{1}{7}$$

Ответ:

1)31

2)9

3)137

4)21

5)607

Проверка

Прототип задания В3 (№ 26662)

Найдите корень уравнения:

$$\frac{4}{7}x = 7\frac{3}{7}.$$

Решение

Ответ:13

Задания для самостоятельного решения

1. $-\frac{5}{7}x = 12\frac{6}{7}$.

3. $\frac{3}{7}x = 3\frac{3}{7}$.

2. $\frac{4}{9}x = 4\frac{4}{9}$.

4. $-\frac{8}{9}x = 21\frac{1}{3}$.

5. $\frac{3}{4}x = -19\frac{1}{2}$.

Ответ:

1)-21

2)10

3)8

4)-24

5)-26

Проверка

Прототип задания В3 (№ 26664)

Найдите корень уравнения:

$$\frac{x - 119}{x + 7} = -5.$$

$$x - 119 = -5(x + 7)$$

$$x - 119 = -5x - 35$$

$$6x = 84$$

$$x = 14$$

Ответ: 14

Задания для самостоятельного решения

1. $\frac{x-87}{x+3} = -5.$

4. $\frac{x+3}{x-7} = -4.$

2. $\frac{x+2}{x-6} = 2.$

5. $\frac{x+19}{x+1} = 3.$

3. $\frac{x+39}{x+3} = -2.$

Ответ:

1)12

2)14

3)-15

4)5

5)8

Проверка

Прототип задания В3 (№ 26665)

Найдите корень уравнения:

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

$$x = \frac{6x - 15}{x - 2}.$$

$$x^2 - 2x = 6x - 15$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$x = 5$$

$$x = 3$$

Нам нужен наибольший корень

Ответ: 5

Задания для самостоятельного решения

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

1. $x = \frac{-4x + 40}{x - 1}$.

3. $x = \frac{2x - 21}{x + 12}$.

2. $x = \frac{-7x + 40}{x - 10}$.

4. $x = \frac{8x + 10}{x + 11}$.

5. $x = \frac{2x + 28}{x + 5}$.

Ответ:

1)5

2)8

3)-3

4)2

5)4

Проверка

Список рекомендуемой литературы

- Математика: тематическое планирование уроков подготовки к экзамену / Белошистая.В. А. –М: Издательство «Экзамен», 2007. – 478 (2) с. (Серия «ЕГЭ 2007. Поурочное планирование»)
- Математика: самостоятельная подготовка к ЕГЭ / Л.Д. Лаппо, М.А. Попов. – 3-е изд., перераб. И дополн. - М.: Издательство «Экзамен», 2009. – 381, (3) с. (Серия «ЕГЭ. Интенсив»)
- ЕГЭ 2009. Математика: Сборник экзаменационных заданий / Авт.-сост. Л.О.Денищева, А.Р. Рязановский, П.В.Семенов, И.Н.Сергеев. -М.:Эксмо, 2009. -288с. – (Федеральный банк экзаменационных материалов)
- Самое полное издание типовых вариантов реальных заданий ЕГЭ: 2010: Математика / авт.-сост. И.Р.Высоцкий, Д.Д.Гущин, П.И.Захаров и др.; под ред. А.Л.Семенова, И.В.Яценко. – М.:АСТ:Астрель, 2010. – 93, (3)с. – (Федеральный институт педагогических измерений)
- Математика. Решение задач группы В / Ю.А.Глазков, И.А.Варшавский, М.Я. Гаиашвилли. – М.: Издательство «Экзамен», 2009. – 382 (2) с. (Серия «ЕГЭ. 100 баллов»)
- ЕГЭ. Математика. Задания типа С /И.Н.Сергеев. – М.: Издательство «Экзамен», 2009. _318 (2) с. (Серия «ЕГЭ. 100 баллов»)
- Единый государственный экзамен 2009. Математика. Универсальные материалы для подготовки учащихся /ФИПИ – М.: Интеллект-Центр, 2009. – 272 с. Авторы-составители: Денищева Л.О., Глазков Ю.А., Краснянская К.А., Рязановский А.Р., Семенов П.В.
- Математика: тренировочные тематические задания повышенной сложности с ответами для подготовки к ЕГЭ и к другим формам выпускного и вступительного экзаменов /сост Г.И. Ковалева, Т.И.Бузулина, О.Л.Безрукова, Ю.А. Розка. _ Волгоград: Учитель, 20089, - 494 с.
- М.Б.мельникова и др. Геометрия: Дидакт. Материалы для 7-9 кл.: Учеб. Пособие / М.: Мнемозина, 1997. – 272 с.: ил.

Адреса сайтов в сети Интернет

- www.fipi.ru – Федеральный институт педагогических измерений (ФИПИ). Особенно обратите внимание на раздел «Открытый сегмент ФБТЗ» – это система для подготовки к ЕГЭ - в режиме on-line. Вы можете отвечать на вопросы банка заданий ЕГЭ по различным предметам, а так же по выбранной теме.
- <http://mathege.ru> - [Открытый банк задач ЕГЭ по математике](http://mathege.ru). Главная задача открытого банка заданий **ЕГЭ по математике** – дать представление о том, какие задания будут в вариантах Единого государственного экзамена **по математике** в 2010 году, и помочь выпускникам сориентироваться при **подготовке к экзамену**. Здесь же можно найти все пробные ЕГЭ по математике, которые уже прошли.
- <http://ege-trener.ru/> - математика: видеоуроки, решение задач ЕГЭ.
- <http://ege-trener.ru/> - очень увлекательная и эффективная подготовка к ЕГЭ по математике. Зарегистрируйтесь и попытайтесь попасть в 30-ку лучших!
- uztest.ru – бесплатные материалы для подготовки к ЕГЭ (и не только к ЕГЭ) по математике: интерактивные тематические тренажеры, возможность записи на бесплатные on-line курсы по подготовке к ЕГЭ.
- www.ege.edu.ru – официальный информационный портал единого государственного экзамена.
- [On-line видеолекции "Консультации по ЕГЭ" по всем предметам.](#)
- [Ролики категории ЕГЭ. Лекции по математике](#)
- <http://www.alexlarin.narod.ru/ege.html> - материалы для подготовки к ЕГЭ по математике (сайт Ларина Александра Александровича).
- <http://www.diary.ru/~eek/> - сообщество, оказывающее помощь в решении задач по математике, здесь же можно скачать много полезных книг по математике, в том числе для подготовки к ЕГЭ.
- <http://4ege.ru/> - [ЕГЭ портал, всё последнее к ЕГЭ. Вся информация о егэ. ЕГЭ 2010.](http://4ege.ru/)