

Раздел 3 Электричество и магнетизм.

Курс лекций по общей физике

Кафедра физики
НТУ «ХПИ»



Харьков - 2017 год

3. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

3.1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

3.1.1. Предмет учения об электричестве и магнетизме.

Поле и вещество – основные формы материи.

Электрический заряд, электрическое поле.

Анализ концепции близкодействия и дальнего действия.

Дискретность электрического заряда. Закон сохранения заряда.

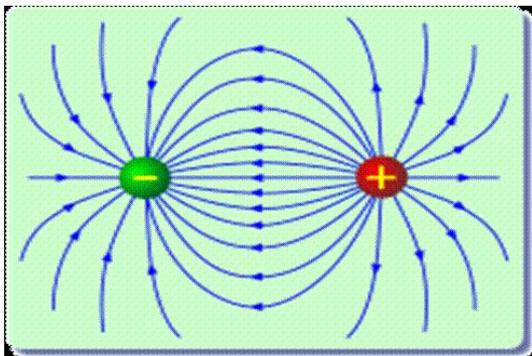
Электромагнитное взаимодействие –

это **одно из четырёх фундаментальных взаимодействий в природе.**

Это взаимодействие между заряженными частицами или телами, движущимися произвольно относительно инерциальной системы отсчёта.

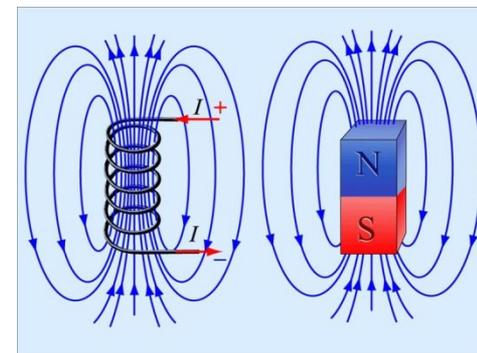
В соответствии с **теорией близкодействия** электромагнитное взаимодействие осуществляется посредством электромагнитного поля с конечной скоростью, равной скорости света в вакууме ($c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$).

Открытие и исследование электромагнитного поля опровергло существовавшую до того **теорию дальнего действия**, согласно которой взаимодействия между телами в природе осуществляется ***через пустое пространство мгновенно*** (то есть с бесконечно большой скоростью).



Электромагнитное поле

представляет собой
совокупность
взаимосвязанных



электрического и магнитного полей.

Электромагнитное поле, как и вещество, является
формой существования материи.

Электрическое поле действует на заряженные частицы или тела с силой, не зависящей от скорости их движения,
а магнитное поле – с силой, пропорциональной скорости движения и направленной перпендикулярно скорости.

Характерным свойством частиц, определяющим их электромагнитное взаимодействие, является их электрический заряд (q).

В природе существует два вида зарядов – положительные и отрицательные.
Одноимённые заряды отталкиваются друг от друга, разноимённые – притягиваются.
Единицей электрического заряда в СИ является 1 Кулон ($[q]=1$ Кл).

Электрический заряд любой заряженной частицы или тела содержит целое число ***элементарных зарядов***, приблизительно равных:

$$e \approx 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$$

Это свойство называется ***дискретностью электрического заряда***.

Отрицательный элементарный заряд (-e) имеет ***электрон***, положительный элементарный заряд (+e) имеют ***протон*** и ***позитрон***.

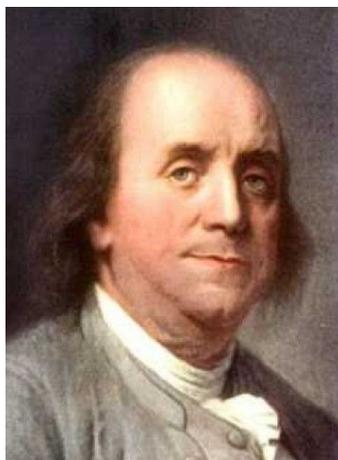
Первое прецизионное измерение заряда электрона осуществил в 1911 году американский физик ***Р.Милликен***

$$e = (1,6021917 \pm 0,0000070) \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$$

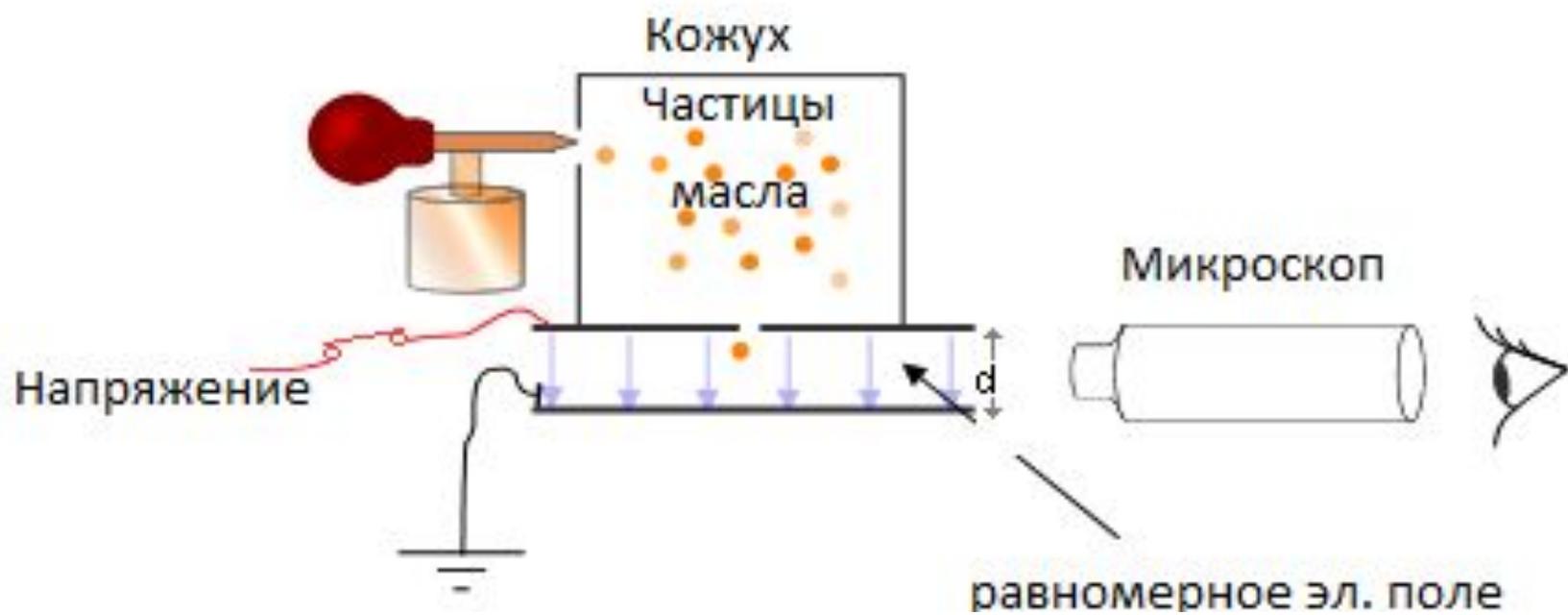


Заряды могут переходить с одних тел на другие при их соприкосновении.

Однако ***алгебраическая сумма электрических зарядов электрически изолированной системы не изменяется при любых процессах, происходящих в этой системе.***



В этом состоит ***закон сохранения электрического заряда***. Впервые этот закон был сформулирован Б.Франклином в 1747 г.



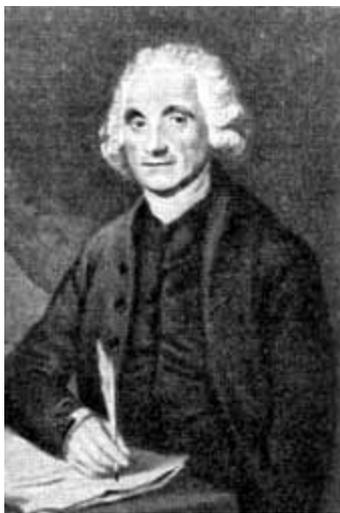


*Законы электромагнитного поля изучает **электродинамика**.*

*Не изменяющиеся во времени поля, осуществляющие взаимодействие неподвижных электрических зарядов изучает **электростатика***



3.1.2. Закон Кулона. Напряжённость электрического поля – его силовая характеристика. Принцип суперпозиции. Расчёт электростатических полей методом суперпозиции.

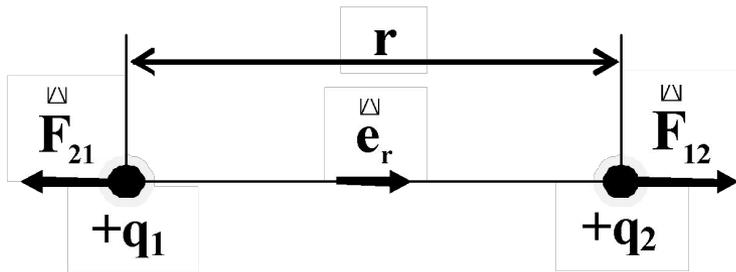


Основной закон электростатики был установлен экспериментально в 1785 году французским физиком Шарлем Кулоном с помощью крутильных весов.

Однако впервые его описал ещё в 1771 году учёный-одиночка английский лорд Генри Кавендиш.



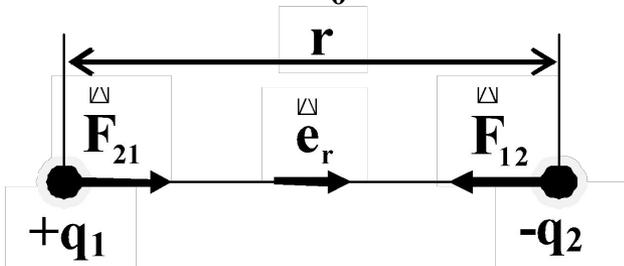
Закон Кулона - два точечные электрические заряды q_1 и q_2 , находящиеся в вакууме, взаимодействуют с силой, **прямо пропорциональной произведению этих зарядов,** **обратно пропорциональной квадрату расстояния r между ними** и направленной вдоль прямой, соединяющей заряды.



$$\mathbf{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \mathbf{e}_r$$

Здесь \mathbf{e}_r - единичный вектор, направленный вдоль прямой, соединяющей заряды от первого заряда ко второму;

$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,98755 \cdot 10^9 \text{ Н}\cdot\text{м}^2/\text{Кл}^2$ - коэффициент пропорциональности в СИ;
 $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ - электрическая постоянная.



Если заряды имеют **разные знаки**, то силы изменят своё направление на **противоположное**.

Таким образом, **одноимённые заряды отталкиваются,** а **разноимённые притягиваются** друг к другу.

Силовой характеристикой электростатического поля является **напряжённость** – векторная величина, равная силе, действующей на *единичный положительный точечный заряд*, помещённый в рассматриваемую точку поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{\text{пр}}}$$

(здесь \vec{F} - сила, действующая на пробный заряд $q_{\text{пр}}$, помещённый в рассматриваемую точку поля).

Если в некоторой точке известна **напряжённость** электростатического поля, то в этой точке можно определить **силу**, действующую на заряд q : $\vec{F} = q \vec{E}$.

Напряжённость электростатического поля, создаваемого **точечным электрическим зарядом** q на расстоянии r от него, равна:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{\text{пр}}} = \frac{1}{q_{\text{пр}}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \cdot q_{\text{пр}}}{r^2} \vec{e}_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{e}_r$$

Единицей напряжённости в СИ является $[E]=1\text{В/м}$.

Для электростатических полей выполняется

принцип суперпозиции –

напряжённость электростатического поля, создаваемого системой точечных зарядов, равна геометрической сумме напряжённости полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i^2} \vec{e}_{ri}$$

Если заряды в системе распределены непрерывно, то напряжённость электростатического поля определяется путём интегрирования:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} \vec{e}_r$$

Пользуясь этой формулой, можно проводить расчёт полей любых заряженных тел и систем.

Такой метод называется **методом суперпозиции**.

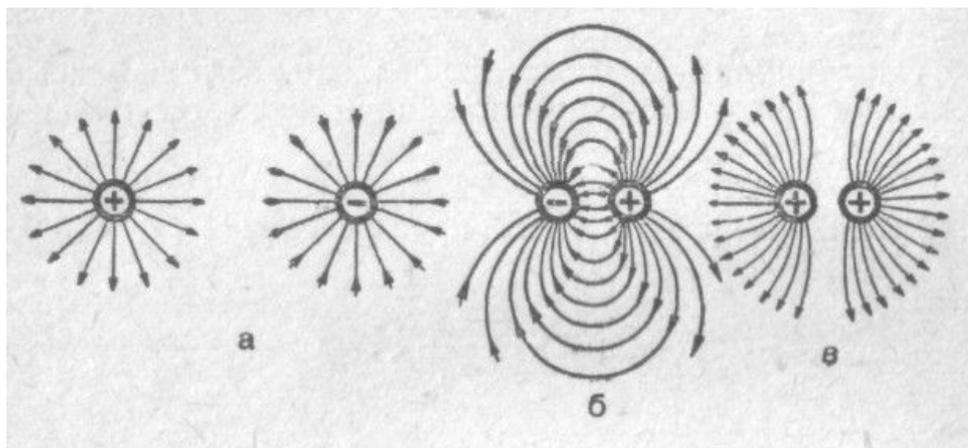
3.1.3. Поток напряжённости электрического поля. Графическое изображение полей. Теорема Остроградского-Гаусса для электрического поля. Применение теоремы Остроградского-Гаусса к расчёту электростатических полей.

Фарадей предложил электростатические поля изображать с помощью **СИЛОВЫХ ЛИНИЙ**, в каждой точке которых

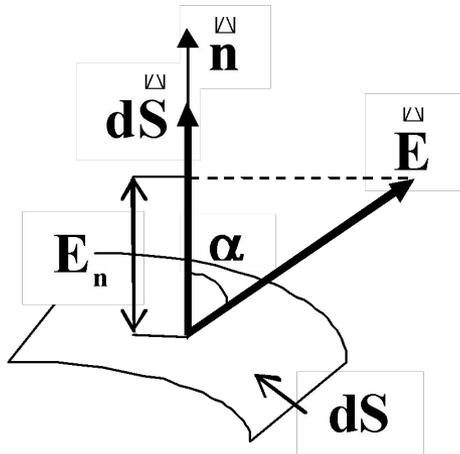
вектор напряжённости направлен по касательной.



Направление силовых линий совпадает с направлением вектора напряжённости, а их густота такова, что **через единичную**



площадку, перпендикулярную силовой линии, проходит количество линий, равное величине напряжённости поля вблизи этой площадки.



Через элементарный участок поверхности dS проходит количество силовых линий dN , равное:

$$dN = E_n \cdot dS = E \cdot \cos \alpha \cdot dS = (\vec{E} \cdot \vec{dS}).$$

Эта величина называется элементарным потоком напряжённости электростатического поля.

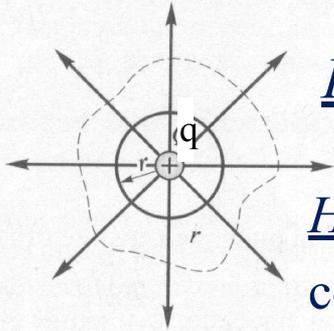
Поток напряжённости электростатического поля сквозь любую поверхность площадью S равен:

$$N = \int_S \vec{E} \cdot \vec{dS} = \int_S E_n dS .$$

Можно доказать, что поток напряжённости поля точечного заряда через сферу равен:

$$N = \frac{q}{\epsilon_0} .$$

Рассчитаем поток напряжённости электростатического поля, создаваемого точечным зарядом q , через сферу радиуса r , в центре которой находится этот заряд.



Количество силовых линий, выходящих из заряда: $N = E_n \cdot S$.

Площадь сферы: $S = 4\pi r^2$.

Направление нормали к поверхности сферы в любой её точке совпадает с направлением вектора напряжённости

электростатического поля, создаваемого зарядом: $E_n = E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$.

Таким образом, поток напряжённости поля точечного заряда через сферу равен: $N = \frac{q}{\epsilon_0}$.

Можно показать, что такой же результат получается *для замкнутой поверхности любой формы*, окружающей точечный заряд.

Тогда вследствие *принципа суперпозиции* для системы n точечных зарядов поток напряжённости электростатического поля через произвольную замкнутую поверхность, охватывающую все эти заряды, равен:

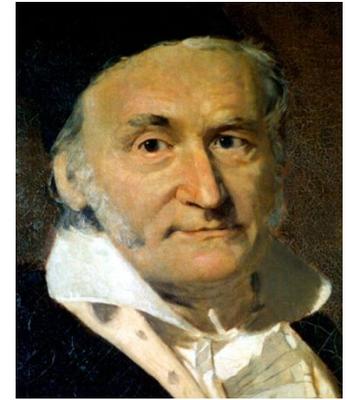
$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i$$

Если заряды распределены в некотором объёме V непрерывно с объёмной плотностью ρ , то $\sum_{i=1}^n q_i \rightarrow \int_V \rho \cdot dV$.



Тогда

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho \cdot dV .$$



Эти уравнения выражают **теорему Остроградского-Гаусса**

для электростатического поля в вакууме —

поток напряжённости электростатического поля

в вакууме сквозь произвольную замкнутую поверхность равен

отношению алгебраической суммы электрических зарядов,

охватываемых этой поверхностью, к электрической постоянной ϵ_0 .

Теорема Остроградского-Гаусса является основой

метода расчёта электростатических полей

различных систем электрических зарядов или заряженных тел различной формы.

Этот метод является значительно *более простым*, чем метод, основанный на применении *принципа суперпозиции* полей.

Пример - расчёт электростатического поля

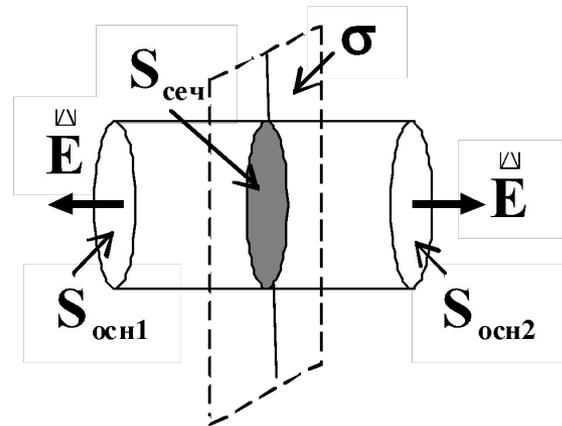
бесконечной однородно положительно заряженной плоскости.

Поверхностная плотность заряда $\sigma = \frac{dq}{dS}$.

В качестве замкнутой поверхности выбран цилиндр, ось которого перпендикулярна заряженной плоскости, а основания находятся на равном от неё расстоянии r .

Величина заряда, находящегося внутри поверхности,

равна: $\sum_{i=1}^n q_i = \sigma \cdot S_{\text{сеч}}$, где $S_{\text{сеч}} = S_{\text{осн1}} = S_{\text{осн2}}$.



Полный поток вектора напряжённости через поверхность цилиндра равен

$$N = N_{\text{бок}} + N_{\text{осн1}} + N_{\text{осн2}}.$$

Поскольку поток через боковую поверхность $N_{\text{бок}} = 0$ и $N_{\text{осн1}} = N_{\text{осн2}} = E \cdot S_{\text{сеч}}$, то $N = 2E \cdot S_{\text{сеч}}$.

Согласно теореме Остроградского-Гаусса, полный поток напряженности поля

через замкнутую поверхность цилиндра равен: $N = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{\epsilon_0} = \frac{\sigma \cdot S_{\text{сеч}}}{\epsilon_0}$.

Отсюда следует, что напряжённость электростатического поля

бесконечной заряженной плоскости равна:

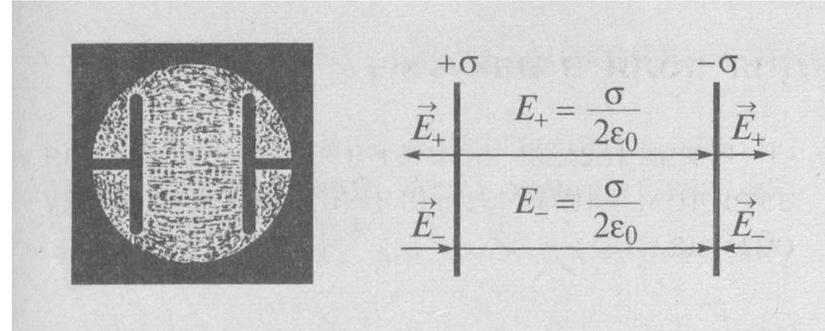
$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$$

и не зависит от расстояния до плоскости.

С помощью теоремы Остроградского-Гаусса можно определить:

а) напряжённость поля между двумя бесконечными противоположно и однородно заряженными плоскостями
(например, внутри плоского конденсатора):

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

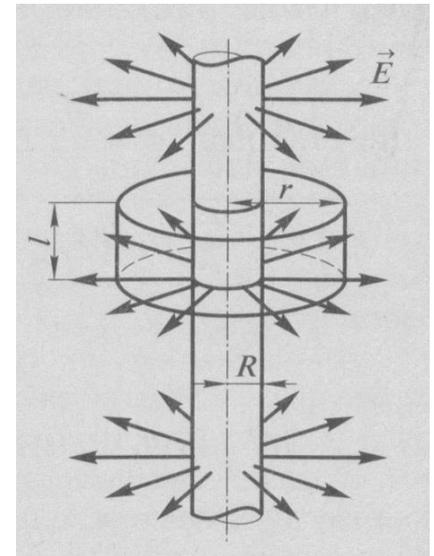


б) напряжённость поля вблизи бесконечно длинной однородно заряженной нити (или цилиндра с малым по сравнению с длиной радиусом $R \ll \ell$):

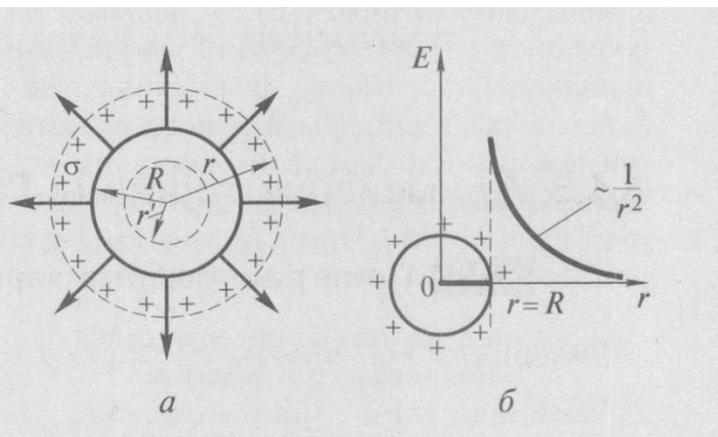
где $\tau = \frac{dq}{d\ell}$ - линейная плотность электрического заряда,

$$\mathbf{E} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}$$

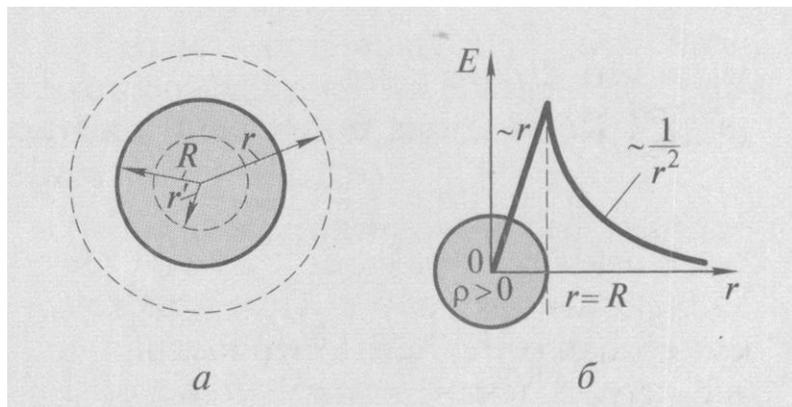
r - расстояние от нити до точки, в которой определяется напряжённость поля;



в) напряжённость поля на расстоянии r от центра однородно заряженных сферы или шара, имеющих радиус R :



$$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2} \quad \text{- при условии } r \gg R \quad \text{(вне сферы или шара);}$$



$$\mathbf{E} = \frac{q \cdot r}{4\pi\epsilon_0 R^3} \quad \text{- при условии } r < R \quad \text{(внутри шара);}$$

$$\mathbf{E} = 0 \quad \text{- при условии } r < R \quad \text{(внутри сферы).}$$

3.1.4. Работа сил поля при перемещении заряда.

Циркуляция напряжённости электростатического поля.

Электрический потенциал - энергетическая характеристика поля.

Связь электрического потенциала с напряжённостью электростатического поля.

Точечный электрический заряд q создаёт вокруг себя электростатическое поле, являющееся центральным, а следовательно, потенциальным полем.

На пробный электрический заряд $q_{\text{пр}}$, помещённый в некоторую точку 1 электростатического поля на расстоянии r от заряда q , в соответствии с законом Кулона действует сила, направленная вдоль прямой, соединяющей заряды, равная:

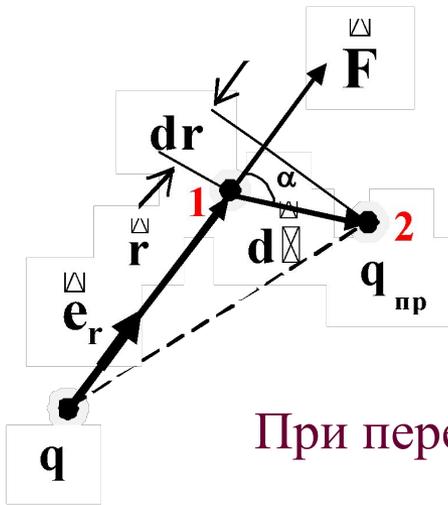
$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \cdot q_{\text{пр}}}{r^2} \mathbf{e}_r .$$

При перемещении $d\mathbf{l}$ пробного заряда из точки 1 в точку 2

эта сила совершает работу: $A_{12} = \int_1^2 \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = \int_1^2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q_{\text{пр}}}{r^2} \cdot \mathbf{e}_r \cdot d\mathbf{l} .$

Поскольку $\mathbf{e}_r \cdot d\mathbf{l} = dl \cdot \cos\alpha \approx dr$, то:

$$A_{12} = \frac{q \cdot q_{\text{пр}}}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{q \cdot q_{\text{пр}}}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) .$$



Работа A_{12} совершается за счёт изменения потенциальной энергии $\Delta W_{\text{п}}$ пробного заряда $q_{\text{пр}}$ при перемещении его из точки 1 в точку 2: $A_{12} = \Delta W_{\text{п}}$.

Отсюда следует, что потенциальная энергия взаимодействия зарядов q и $q_{\text{пр}}$ на расстоянии r друг от друга равна: $W_{\text{п}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q_{\text{пр}}}{r} + \text{const.}$

Если принять $W_{\text{п}} = 0$ при $r \rightarrow \infty$, то $\text{const} = 0$.

Тогда потенциальная энергия пробного электрического заряда $q_{\text{пр}}$, помещённого в поле, создаваемое точечным зарядом q на расстоянии r от него, равна:

$$W_{\text{п}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q_{\text{пр}}}{r} .$$

Поскольку для электростатических полей выполняется принцип суперпозиции, то потенциальная энергия пробного заряда, помещённого в электростатическое поле, созданное системой электрических зарядов, равна:

$$W_{\text{п}} = \frac{q_{\text{пр}}}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i} .$$

Если заряды располагаются в некотором объёме непрерывно, то

$$W_{\text{п}} = \frac{q_{\text{пр}}}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r} .$$

Величина $W_{\text{п}}/q_{\text{пр}}$ является характеристикой поля, создаваемого зарядом q на расстоянии r от него и называется **потенциалом электростатического поля**:

$$\varphi = \frac{W_{\text{п}}}{q_{\text{пр}}}$$

Потенциал поля, создаваемого точечным зарядом q на расстоянии r от него, равен:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Работа по перемещению пробного заряда $q_{\text{пр}}$ из точки **1** в точку **2**, может быть выражена через **разность потенциалов** этих точек электростатического поля: $A_{12} = W_{\text{п1}} - W_{\text{п2}} = q_{\text{пр}} (\phi_1 - \phi_2) = q_{\text{пр}} \Delta\phi$.

Отсюда следует, что **разность потенциалов** между двумя точками электростатического поля равна **работе** перемещения единичного пробного положительного заряда между этими точками:

$$\Delta\varphi = \frac{A_{12}}{q_{\text{пр}}}$$

Потенциал электростатического поля **на бесконечности** (то есть при $\mathbf{r} \rightarrow \infty$) равен нулю. Потенциал поля в некоторой точке равен работе сил поля, совершаемой при удалении единичного пробного положительного заряда из данной точки на ∞ :

$$\varphi = \frac{A_{\infty}}{q_{\text{пр}}} .$$

За единицу потенциала в СИ принят 1 Вольт: $[\varphi] = 1\text{В} = 1\text{Дж/Кл}$.

При обходе замкнутого контура $\phi_2 = \phi_1$ и $\Delta\phi = 0$ и работа сил электростатического поля равна: $A_{1 \rightarrow 2 \rightarrow 1} = q_{\text{пр}} \Delta\phi = 0$.

С другой стороны $A_{1 \rightarrow 2 \rightarrow 1} = \oint \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{l}} = q_{\text{пр}} \oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{l}}$.

Отсюда следует, что $\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{l}} = 0$

Эта формула выражает

теорему о циркуляции вектора напряжённости электростатического поля.

Для электростатических полей, как и для других потенциальных полей, справедливо **соотношение между силой**, действующей на частицу в поле, и **её потенциальной энергией**:

$$\vec{F} = - \text{grad } W_{\text{п}} = - \nabla W_{\text{п}} .$$

Поскольку $\vec{F} = q_{\text{пр}} \vec{E}$ и $W_{\text{п}} = q_{\text{пр}} \phi$,

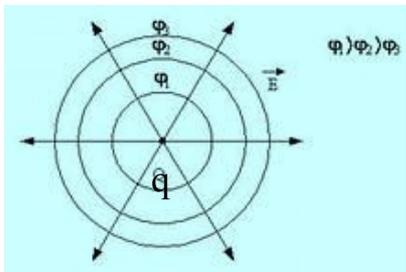
то **связь напряжённости электростатического поля с его потенциалом** определяется **векторным уравнением**:

$$\vec{E} = - \text{grad } \phi = - \nabla \phi .$$

В скалярной форме это соотношение может быть представлено в виде:

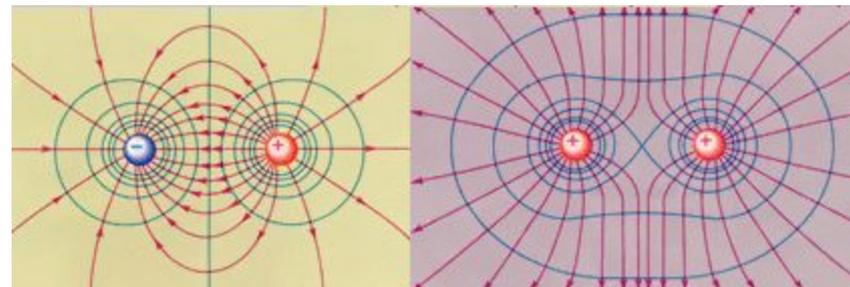
$$E_x = - \frac{\partial \phi}{\partial x}; \quad E_y = - \frac{\partial \phi}{\partial y}; \quad E_z = - \frac{\partial \phi}{\partial z}$$

Электростатические поля, как и любые потенциальные поля, графически можно изображать в виде **эквипотенциальных поверхностей**, во всех точках которых потенциал ϕ поля имеет одно и то же значение.



Эквипотенциальные поверхности точечного заряда – сферы.

Линии напряжённости
всегда перпендикулярны
эквипотенциальным
поверхностям.



3.2. ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ПРОВОДНИКИ И ДИЭЛЕКТРИКИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

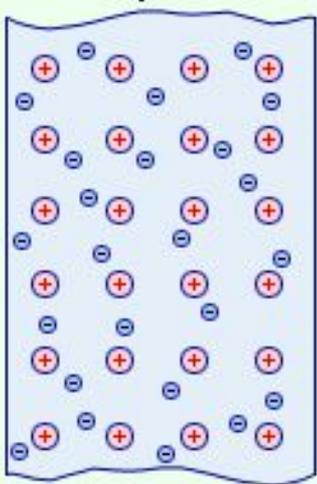
3.2.1. Проводник в электрическом поле. Идеальный проводник.

Распределение зарядов в проводниках, которые находятся в электростатическом поле. Поверхностная плотность зарядов.

Граничные условия на границе "проводник-вакуум".

Электростатическое поле в вакууме. Явление электростатической индукции. Электростатическая защита.

Основная особенность **проводников** – наличие **свободных зарядов (электронов)**, которые участвуют в тепловом движении и могут перемещаться по всему объему проводника.



Типичные проводники – металлы.

В отсутствие внешнего поля в любом элементе объема проводника отрицательный свободный заряд **компенсируется** положительным зарядом ионной решетки.

Если на проводник перенесены избыточные электрические заряды,
то они располагаются на его поверхности
на максимально далёком расстоянии друг от друга.

Плотность зарядов больше на выпуклых поверхностях, меньше - на вогнутых.



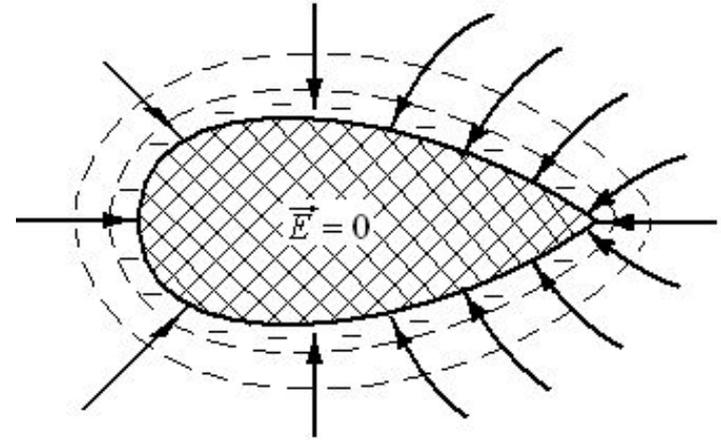
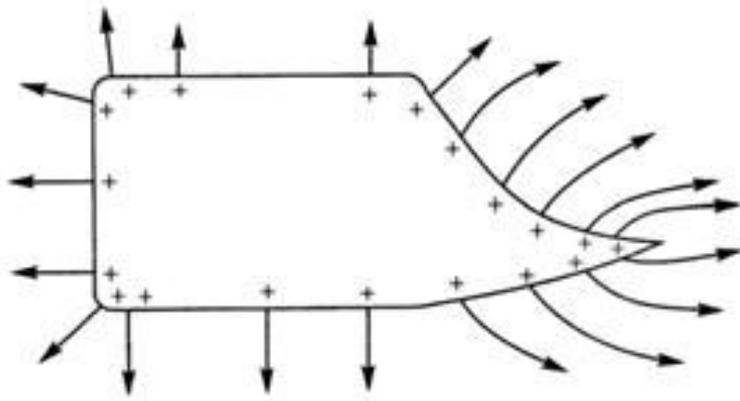
*После установления равновесия все заряды неподвижны,
электрические токи отсутствуют (это условие электростатичности поля).*

Во всех точках внутри проводника напряжённость поля равна нулю:

$$\mathbf{E} = \mathbf{0} \quad .$$

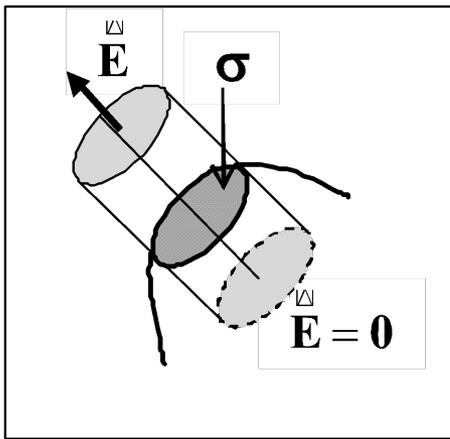
На границе раздела "проводник-вакуум" напряжённость электростатического поля, создаваемая избыточными зарядами, направлена по нормали к поверхности проводника $\mathbf{E} = \mathbf{E}_n$

(поскольку заряды неподвижны, то тангенциальная составляющая поля отсутствует $\mathbf{E}_\tau = \mathbf{0}$).



Поскольку известно, что $\vec{E} = -\text{grad}\phi$, то внутри проводника $\phi = \text{const}$, то есть поверхность проводника в электростатическом поле является

эквипотенциальной.



Напряжённость электростатического поля вблизи поверхности проводника можно определить с помощью теоремы Остроградского-Гаусса.

Выделим малый объём ΔV вблизи поверхности проводника в виде цилиндра с осью, параллельной нормали к поверхности проводника.

Площадь основания цилиндра равна ΔS .

Нижнее основание находится внутри проводника, а верхнее – снаружи.

Поток вектора напряжённости электростатического поля через боковую поверхность цилиндра и через нижнее основание равен нулю, а через верхнее основание:

$$N = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_S \vec{E}_n \cdot d\vec{S} = E \cdot \Delta S.$$

Согласно теореме Остроградского-Гаусса этот поток равен:

$$N = \oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i = \frac{\sigma \cdot \Delta S}{\epsilon_0},$$

Здесь $\sigma = dq/dS$ - поверхностная плотность свободных электрических зарядов.

Приравняв правые части этих уравнений получаем:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

В электрически нейтральном проводнике, помещённом во внешнее электростатическое поле \vec{E}_0 , происходит *перераспределение электрических зарядов*.

Свободные электроны смещаются против направления поля.

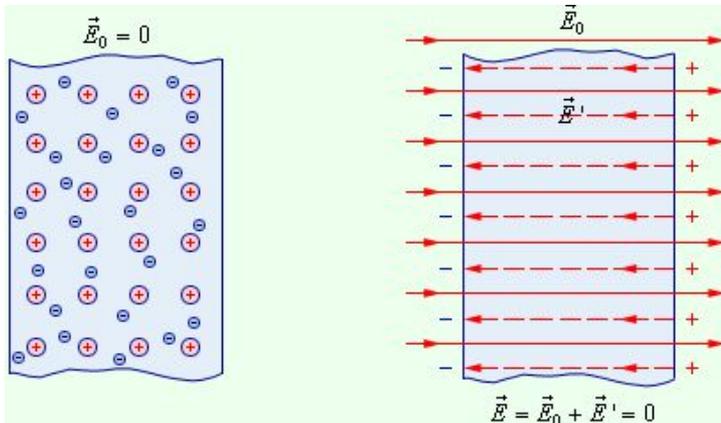
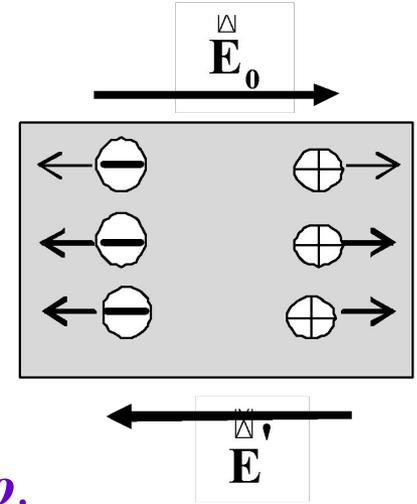
Обогащённая электронами сторона проводника заряжается отрицательно,

а сторона, *обеднённая электронами* – положительно.

Индукцированные таким образом на противоположных поверхностях проводника заряды численно равны друг другу и противоположны по знаку. Это явление называется электростатической индукцией.

При удалении проводника из поля индукцированные заряды исчезают.

Индукцированные в проводнике заряды создают собственное поле \vec{E}' , которое компенсирует внешнее поле \vec{E}_0 .

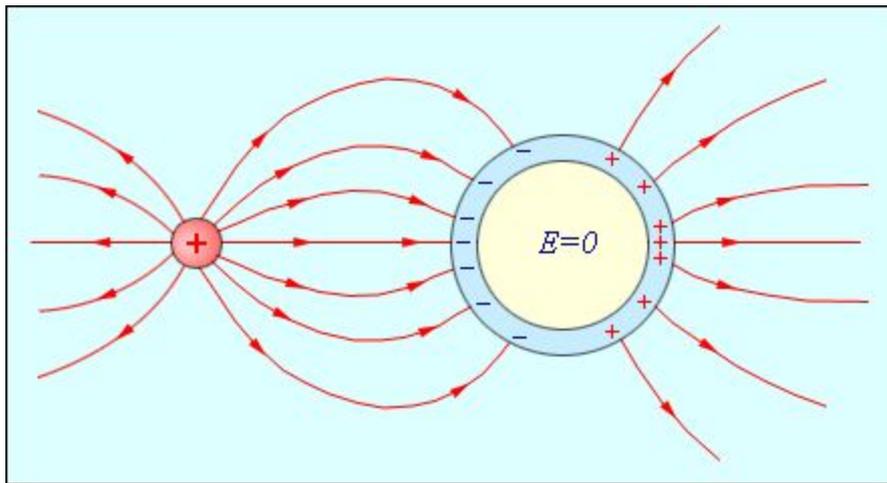


Полное электрическое поле складывается в соответствии с принципом суперпозиции из внешнего и внутреннего полей:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' = \mathbf{0} .$$

Во всех точках внутри проводника напряжённость поля равна нулю.

Все внутренние области проводника, внесенного в электрическое поле, остаются электронейтральными.



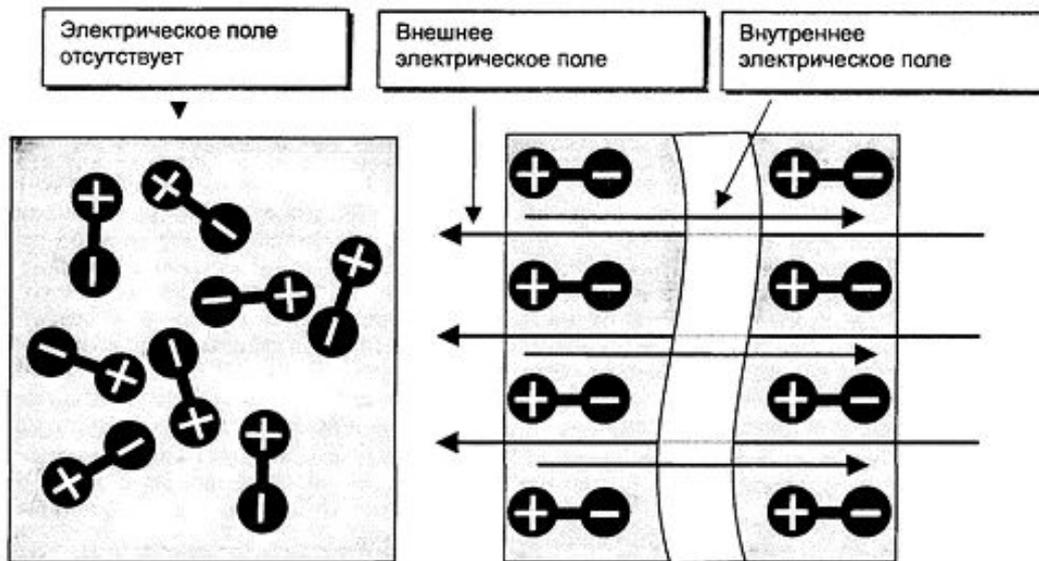
Если удалить некоторый объем, выделенный внутри проводника, и образовать пустую полость, то электрическое поле внутри полости будет равно нулю.

На этом основана электростатическая защита — экранирование электрических полей.

Чувствительные к электрическому полю приборы для исключения влияния поля помещают в металлические ящики.

3.2.2. Диэлектрики. Электрический диполь. Диполь во внешнем электрическом поле. Поляризация диэлектриков в электрическом поле. Свободные и связанные (поляризационные) заряды. Поляризованность (вектор поляризации).

Диэлектрики – это вещества, которые при обычных условиях практически *не проводят электрический ток* (удельное электросопротивление у диэлектриков равно $\rho \sim 10^6 \div 10^{15}$ Ом·м, у металлов $\rho \sim 10^{-8} \div 10^{-6}$ Ом·м).
У диэлектриков практически нет свободных электрических зарядов.



Молекулы диэлектрика электрически нейтральны.

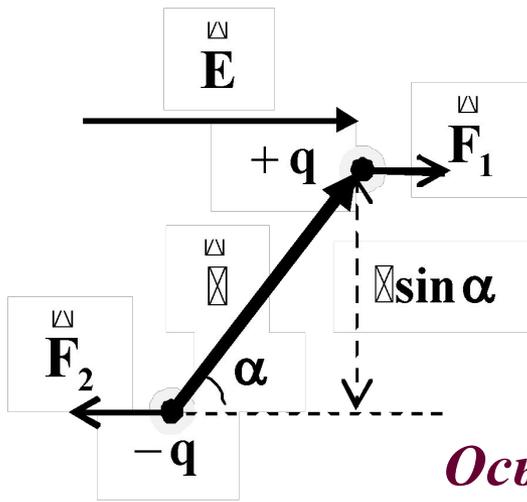
Электроны в них прочно связаны с ядрами, но могут смещаться внутри молекулы.

Поведение молекулы диэлектрика во внешнем электрическом поле подобно поведению

электрического диполя.

Электрический диполь –

система *двух одинаковых по величине разноимённых точечных зарядов +q и -q*, расстояние между которыми \square значительно меньше, чем расстояние до тех точек, в которых определяется поле.



Ось диполя называется прямая, соединяющая заряды.

Во внешнем электрическом поле на заряды +q и -q действуют равные по величине и противоположные по направлению силы: $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1 = -q\vec{E}$
Эти силы образуют пару сил с плечом $\square_F = \square \cdot \sin\alpha$.

Момент пары сил равен: $M = F \cdot \square \cdot \sin\alpha = q \cdot E \cdot \square \cdot \sin\alpha = p \cdot E \cdot \sin\alpha$

Вектор $\vec{p} = q \vec{\square}$ называется дипольным моментом электрического диполя (здесь $\vec{\square}$ - вектор соединяющий отрицательный заряд диполя с положительным).

Момент пары сил *стремится повернуть диполь по полю.*

В векторной форме его можно представить в виде векторного произведения:

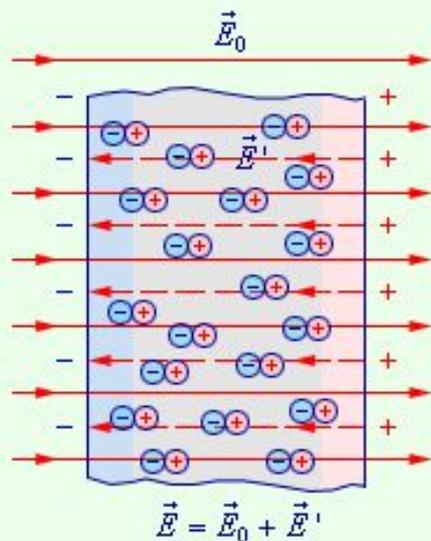
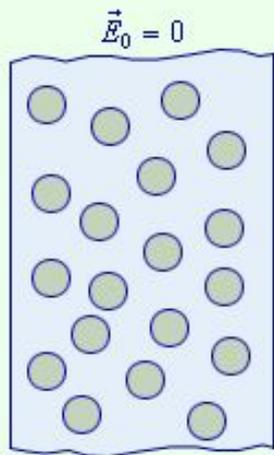
$$\vec{M} = [\vec{p} \times \vec{E}]$$

Существует два типа диэлектриков, которые ведут себя по-разному во внешнем электрическом поле.

Неполярные диэлектрики

Молекулы таких диэлектриков симметричны – "центры тяжести" положительных и отрицательных зарядов внутри молекул совпадают.

Дипольный момент у таких молекул в отсутствие внешнего поля равен нулю.

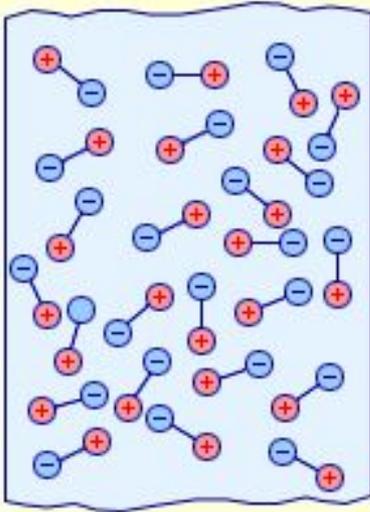


В электрическом поле "центры тяжести" положительных и отрицательных зарядов смещаются друг относительно друга.

Молекулы приобретают индуцированный дипольный момент, пропорциональный напряжённости электрического поля \mathbf{E} .

Такой тип поляризации диэлектриков называется электронной поляризацией.

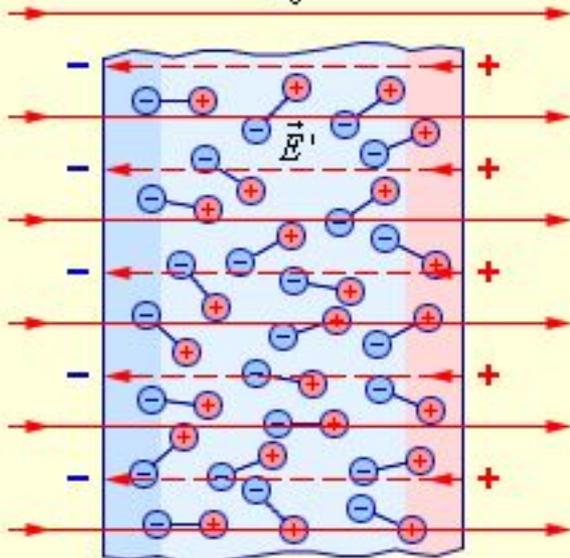
$$\vec{E}_0 = 0$$



Полярные диэлектрики

Молекулы таких диэлектриков *несимметричны* и в отсутствии внешнего поля обладают дипольными моментами, однако они разориентированы друг относительно друга и диэлектрик в целом не поляризован.

$$\vec{E}_0$$



$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

При внесении полярного диэлектрика в электрическое поле дипольные моменты молекул ориентируются по полю.

Такой тип поляризации диэлектриков называется ориентационной поляризацией.

Дипольный момент единицы объёма диэлектрика называется
поляризованностью или **вектором поляризации**:

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_i}{\Delta V}$$

У **изотропных диэлектриков поляризованность**
пропорциональна напряжённости электрического поля:

$$\vec{P} = \chi \cdot \epsilon_0 \cdot \vec{E}$$

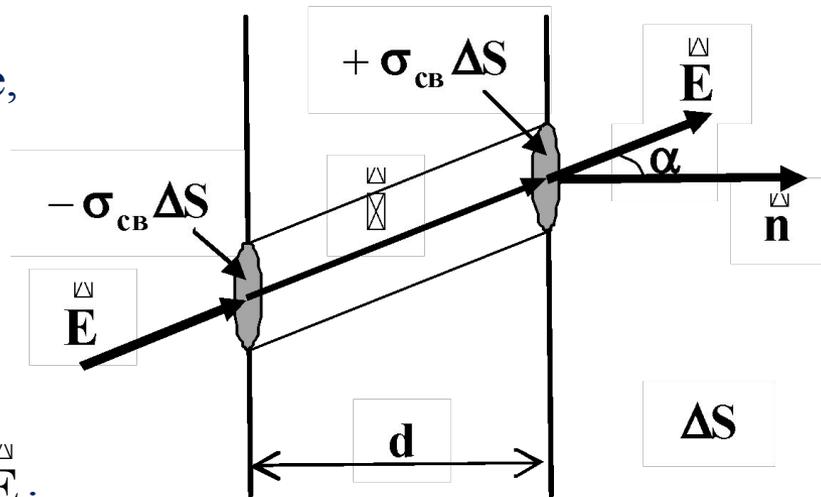
где $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная; χ - **диэлектрическая восприимчивость**.

У **неполярных диэлектриков** χ не зависит от температуры, а у **полярных диэлектриков** в слабых полях - обратно пропорциональна температуре.

При поляризации диэлектриков поверхностная плотность связанных зарядов становится отличной от нуля

(заряды одного знака уходят вглубь, а другие - на поверхность диэлектрика).

Рассмотрим тонкую пластину диэлектрика толщиной d , помещённую в электрическое поле, напряжённость которого \vec{E} составляет угол α с нормалью \vec{n} к поверхности диэлектрика. Поверхностная плотность связанных электрических зарядов на пластине равна $\sigma_{св}$. Выделим в пластинке тонкий наклонный цилиндр с площадью оснований ΔS , ось которого параллельна вектору напряжённости \vec{E} .



Этот цилиндр можно представить как *диполь* с зарядами $q_1 = -\sigma_{\text{св}} \Delta S$ и $q_2 = +\sigma_{\text{св}} \Delta S$, находящимися на расстоянии $\square = d/\cos\alpha$ друг от друга.

Его дипольный момент равен: $p = q\square = \sigma_{\text{св}} \Delta S \square$.

Поляризованность диэлектрика равна: $P = \frac{p}{\Delta V} = \frac{\sigma_{\text{св}}}{\cos\alpha}$

(здесь $\Delta V = \Delta S \cdot d = \Delta S \cdot \square \cdot \cos\alpha$ - объём цилиндра, $p = q\square = \sigma_{\text{св}} \Delta S \square$ - его дипольный момент).

Проекция вектора поляризации на направление нормали к поверхности диэлектрика равна: $P_n = P \cos\alpha = \sigma_{\text{св}}$.

Отсюда следует, что, *поверхностная плотность связанных зарядов* в диэлектрике, помещённом *в электростатическое поле*, равна проекции вектора поляризации на направление нормали к поверхности диэлектрика:

$$\sigma_{\text{св}} = P_n = \chi \cdot \epsilon_0 \cdot E_n.$$

На поверхности, *в которую входит вектор напряжённости*, $E_n < 0$ и $P_n < 0$.

Здесь возникают *отрицательные связанные заряды*.

На поверхности, *из которой выходит вектор напряжённости*, $E_n > 0$ и $P_n > 0$.

Здесь возникают *положительные связанные заряды*.

3.2.3. Диэлектрическая проницаемость, диэлектрическая восприимчивость.

Электрическое смещение. Основные уравнения электростатики диэлектриков.

Первичным источником электрического поля являются свободные электрические заряды. Напряжённость первичного поля обозначим \vec{E}_0 .

В диэлектрике на это поле накладывается поле связанных зарядов, его напряжённость обозначим \vec{E}' .

Напряжённость результирующего поля равна векторной сумме этих полей:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' .$$

Рассмотрим плоско параллельную пластину диэлектрика, к которой плотно прилегают две противоположно заряженные металлические пластины с поверхностной плотностью зарядов $+\sigma$ и $-\sigma$. Эти заряды создают первичное электростатическое поле.

Эти заряды создают первичное электростатическое поле.

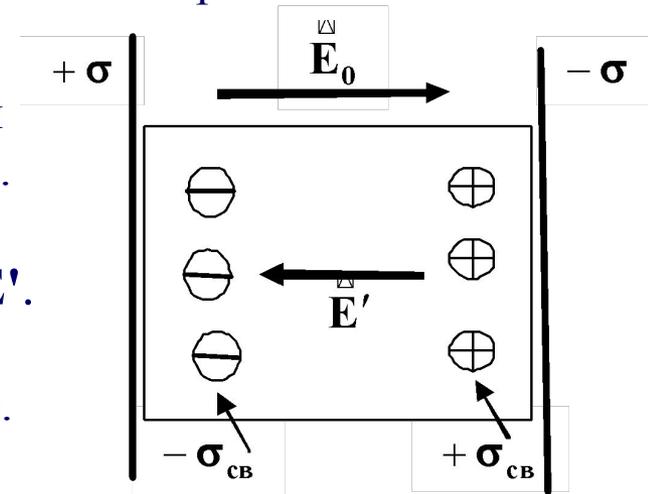
На поверхности диэлектрической пластины индуцируются связанные заряды с поверхностной плотностью $-\sigma_{св}$ и $+\sigma_{св}$.

Эти заряды создают противоположно направленное поле.

Результирующее поле имеет напряжённость $\vec{E} = \vec{E}_0 - \vec{E}'$.

Напряжённость поля связанных зарядов равна по модулю:
 $E' = \sigma_{св} / \epsilon_0 = \chi \cdot \epsilon_0 \cdot E_n / \epsilon_0 = \chi \cdot E_n = \chi \cdot E$ (здесь учтено, что $E_n = E$).

Таким образом, $\vec{E} = \vec{E}_0 - \chi \vec{E}$ или $\vec{E}(1 + \chi) = \vec{E}_0$.



Т.о., напряжённость электростатического поля в диэлектрике равна:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{E}_0}{1 + \chi} = \frac{\mathbf{E}_0}{\epsilon_r},$$

а поскольку векторы коллинеарные,
то в векторной форме напряжённость равна:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_r} \mathbf{E}_0.$$

Здесь ϵ_r - относительная диэлектрическая проницаемость – величина, равная отношению напряжённости электростатического поля в вакууме к напряжённости поля в диэлектрике:

$$\epsilon_r = \frac{\mathbf{E}_0}{\mathbf{E}} = 1 + \chi.$$

Относительная диэлектрическая проницаемость характеризует *количественно* свойство диэлектриков поляризоваться *в электрическом поле* и показывает во сколько раз поле ослабляется в диэлектрике.

Формула верна только для изотропных диэлектриков.

Потенциал электростатического поля в диэлектрике равен:

$$\varphi = \frac{W_{\text{п}}}{\epsilon_r q_{\text{ип}}} .$$

Напряжённость и потенциал электростатического поля, создаваемого точечным зарядом в диэлектрике, равны соответственно:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\epsilon_r r^2} \vec{e}_r , \quad \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\epsilon_r r} .$$

Закон Кулона, определяющий силу взаимодействия между двумя точечными зарядами в диэлектрике имеет вид:

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{\epsilon_r r^2} \vec{e}_r .$$

Для характеристики электрического поля в диэлектрике, создаваемого только свободными зарядами

вводится вектор электрического смещения \vec{D} :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0 = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon_0 \chi \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} .$$

Единицей электрического смещения в СИ является $[\vec{D}] = 1 \text{ Кл/м}^2$.

В диэлектрике результирующее поле создаётся
и ***свободными***, и ***связанными*** зарядами.

Связанные заряды, возникающие в диэлектрике, ***вызывают перераспределение свободных зарядов, создающих поле.***

Поэтому хотя вектор \vec{D} характеризует поле, создаваемое свободными зарядами (то есть в вакууме),

но при таком их распределении в пространстве, какое имеется в каждом конкретном диэлектрике.

Электрическое поле в диэлектрике может изображаться с помощью
как **линий напряжённости** \vec{E} ,

так и **линий электрического смещения** \vec{D} ,

направление и **густота** которых определяется так же,
как и для линий напряжённости.

Линии вектора \vec{E} могут начинаться и заканчиваться
на свободных и связанных зарядах,

а **линии вектора** \vec{D} - только **на свободных зарядах.**

Теорема Остроградского-Гаусса
для электростатического поля в диэлектрике

может быть представлена в виде:

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \sum_{i=1}^n q_i ,$$

то есть поток вектора смещения электростатического поля через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключённых внутри этой поверхности свободных электрических зарядов.

В такой форме эта теорема справедлива для электростатического поля в любой среде, в том числе неоднородной и анизотропной.

3.2.4. Условия на границе раздела двух диэлектрических сред.

На границе раздела двух диэлектриков линии напряжённости и смещения электростатического поля преломляются.

Рассмотрим границу раздела двух однородных изотропных диэлектриков с относительной диэлектрической проницаемостью ϵ_{r1} и ϵ_{r2} при условии отсутствия свободных электрических зарядов на границе.

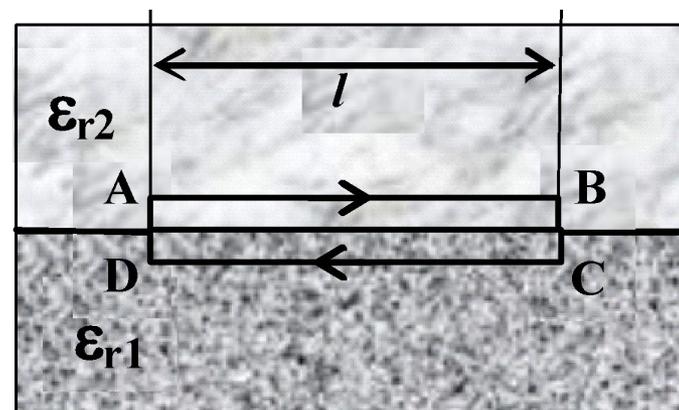
Построим вблизи границы раздела диэлектриков небольшой замкнутый прямоугольный контур ABCDA ($AB=DC=l$; $AD=BC \ll l$). Согласно теореме о циркуляции вектора напряжённости:

$$\oint_{ABCD} \vec{E} d\vec{l} = 0.$$

Отсюда следует $E_{\tau1} l - E_{\tau2} l = 0$ и $E_{\tau1} = E_{\tau2}$ (знаки интегралов на участках AB и CD разные, а на участках BC и CD ничтожно малы).

Поскольку $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$, то

$\frac{D_{\tau1}}{D_{\tau2}} = \frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}}.$
--



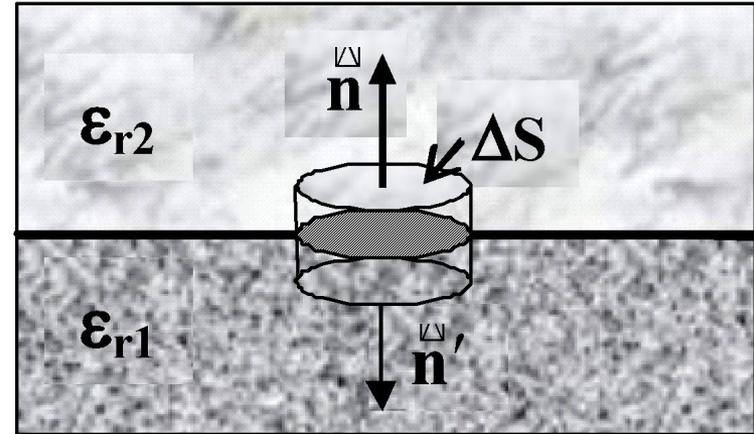
Построим *вблизи границы раздела диэлектриков* небольшой прямой цилиндр ничтожно малой высоты, одно основание которого находится в первом диэлектрике, а второе – во втором.

Площадь оснований ΔS настолько мала, что вектор \mathbf{D} в пределах каждого из них одинаков.

Согласно теореме Остроградского-Гаусса:

$$\oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = 0$$

(внутри цилиндра свободных зарядов нет).



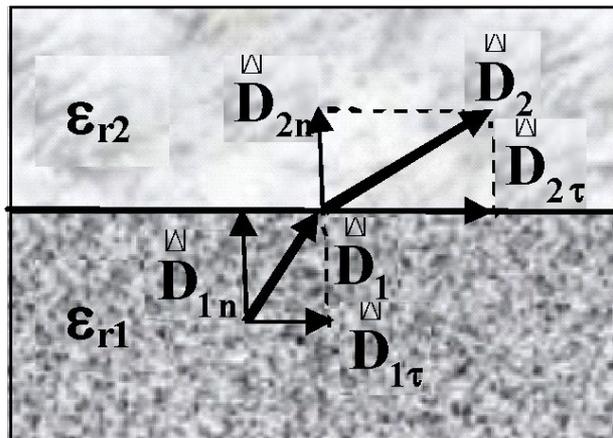
Отсюда для нормальной составляющей вектора смещения выполняется равенство: $\mathbf{D}_{n1} \Delta S - \mathbf{D}_{n2} \Delta S = 0$ и $\mathbf{D}_{n1} = \mathbf{D}_{n2}$ (нормали и к основаниям цилиндра направлены противоположно). Поскольку $\mathbf{D}_n = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E}_n$, то

$$\frac{\mathbf{E}_{n1}}{\epsilon_{r1}} = \frac{\mathbf{E}_{n2}}{\epsilon_{r2}}$$

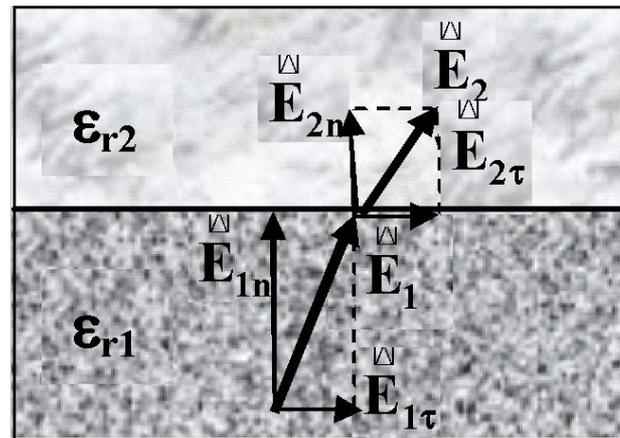
Таким образом, при переходе через границу раздела двух диэлектриков тангенциальная составляющая вектора напряжённости \mathbf{E}_τ и нормальная составляющая вектора индукции \mathbf{D}_n изменяются непрерывно (не претерпевают скачка), а нормальная составляющая вектора напряжённости \mathbf{E}_n и тангенциальная составляющая вектора индукции \mathbf{D}_τ претерпевают скачок:

$$\frac{D_{\tau 1}}{D_{\tau 2}} = \frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}}; \quad D_{n1} = D_{n2}$$

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}; \quad \frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}}$$



a)



б)

3.2.5. Электростатическая ёмкость. Конденсаторы.

Плоский конденсатор с диэлектриком. Электрическая ёмкость конденсаторов разной геометрической формы.

Перенос электрического заряда на проводник сопровождается увеличением его потенциала. Перенос каждой новой порции заряда требует совершения всё большей работы ($A = q\phi$).

Свойство проводника приобретать определённый потенциал ϕ при передаче ему определённого заряда q называется электроёмкостью:

$$C = \frac{q}{\phi}$$

Единицей электроёмкости в СИ является 1 Фарад: $[C] = 1\text{Ф} = 1\text{Кл/В}$.

Электроёмкость проводника зависит от его формы и размеров, а также диэлектрических свойств окружающей его среды.

Ёмкость уединённых проводников невелика.

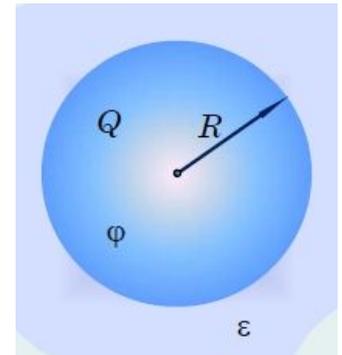
Например, электроёмкость уединённого шара с радиусом R равна:

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r R$$

где $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{Ф/м}$ – электрическая постоянная,

ϵ_r – относительная диэлектрическая проницаемость среды.

Так электроёмкость Земного шара равна $C = 0,7 \cdot 10^{-3} \text{Ф}$.



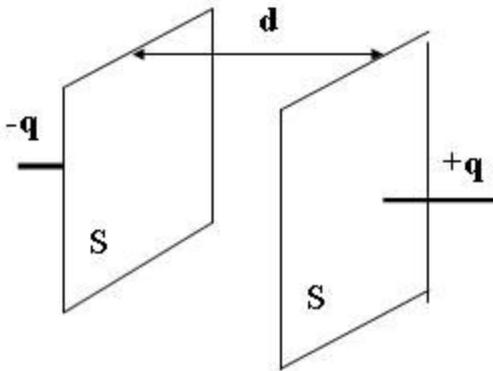
При сближении проводников их ёмкость возрастает.

Если два проводника имеют *одинаковые по величине и противоположные по знаку электрические заряды*, а другие проводники бесконечно удалены, то их взаимная ёмкость равна:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{\Delta\varphi}$$

где φ_1 и φ_2 потенциалы этих проводников, $\Delta\varphi$ - разность их потенциалов.

Два проводника, форма которых обеспечивает локализацию электрического поля в ограниченной области пространства, называются конденсатором, а сами проводники – обкладками конденсатора.



Плоский конденсатор представляет собой две металлических пластины площадью S , расположенные на расстоянии d друг от друга, значительно меньшем линейных размеров пластин. Пространство между пластинами заполнено диэлектриком с относительной диэлектрической проницаемостью ϵ_r .

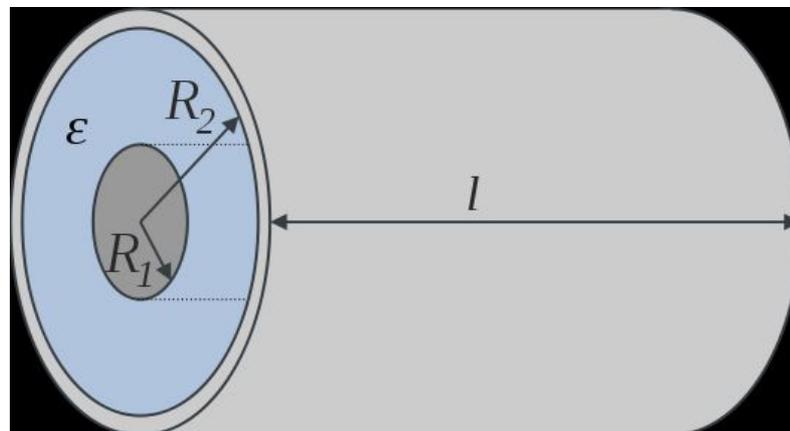
Ёмкость плоского конденсатора равна:

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{d}$$

Ёлектроёмкость цилиндрического конденсатора равна:

$$C = \frac{2\pi \epsilon_0 \epsilon_r \square}{\ln(R_2/R_1)},$$

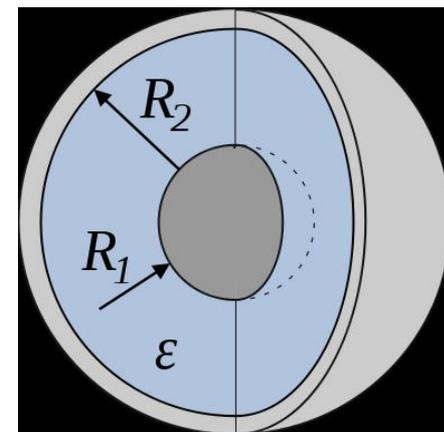
где \square - длина, R_1 и R_2 - радиусы цилиндрических обкладок, ϵ_r - относительная диэлектрическая проницаемость среды между обкладками конденсатора.



Ёлектроёмкость сферического конденсатора равна:

$$C = \frac{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r R_1 R_2}{R_2 - R_1},$$

где R_1 и R_2 - радиусы сферических обкладок, ϵ_r - относительная диэлектрическая проницаемость среды между обкладками конденсатора.



3.1.6. Энергия взаимодействия электрических зарядов.

Энергия заряженных проводников: одного и системы проводников.

Энергия заряженного конденсатора.

Энергия электрического поля.

Объёмная плотность энергии электрического поля в диэлектрике.

Электрическое поле, как и любая другая форма материи, обладает энергией.

Потенциальная энергия взаимодействия двух точечных зарядов

q_i и q_k , расположенных в диэлектрике с относительной диэлектрической проницаемостью ϵ_r на расстоянии r друг от друга, равна:

$$W_{\text{э}} = \frac{q_i \cdot q_k}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r} = q_i \phi_k ,$$

где ϕ_{ki} - потенциал поля, создаваемого k -ым зарядом в точке, где находится i -ый заряд.

Потенциальная энергия взаимодействия

системы N точечных зарядов равна:

$$W_{\text{э}N} = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i,k=1, i \neq k}^N q_i \cdot \varphi_{ki} \quad .$$

Если **N** зарядов находятся на поверхности проводника, и поскольку потенциал на всей поверхности проводника одинаков ($\varphi = \text{const}$), то потенциальная энергия заряженного проводника, равна:

$$W_{\text{э}} = \frac{1}{2} \varphi \sum_{i=1}^N q_i = \frac{q\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{C\varphi^2}{2} \quad .$$

Потенциальная энергия системы N заряженных проводников

равна:
$$W_{\text{э}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i \varphi_i \quad ,$$

где φ_i – потенциал **i**-го проводника, находящегося в поле, созданном всеми проводниками, в том числе и **i**-ым проводником.

Электрический конденсатор представляет собой **систему двух проводников**, имеющих *одинаковые по величине и противоположные по знаку* заряды ($q_1 = +q$; $q_2 = -q$).

Потенциальная энергия заряженного конденсатора равна:

$$W_э = \frac{1}{2} (q_1 \varphi_1 + q_2 \varphi_2) = \frac{q}{2} (\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{q^2}{2C} = \frac{C \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2} .$$

Внутри плоского заряженного конденсатора вдали от краёв его обкладок электростатическое поле **однородное**.

Разность потенциалов между обкладками можно выразить *через напряжённость поля* формулой $\varphi_1 - \varphi_2 = E \cdot d$.

Тогда **потенциальная энергия заряженного конденсатора** может быть выражена **через характеристики электрического поля** внутри него:

$$W_э = \frac{C(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S \cdot E^2 d^2}{2d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r E^2}{2} V ,$$

где $V = Sd$ – объём конденсатора.

Эта **формула справедлива** не только для поля плоского конденсатора, но и **для любого однородного электростатического поля**.

Энергия однородного электростатического поля

с напряжённостью \vec{E} в произвольном объёме V равна:

$$W_э = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r E^2}{2} V .$$

Энергия поля единицы объёма называется объёмной плотностью энергии электростатического поля

и определяется формулой:

$$w_э = \frac{dW_э}{dV} .$$

Объёмная плотность энергии однородного электростатического поля в диэлектрике равна:

$$w_э = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r E^2}{2} = \frac{\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}}{2} = \frac{\mathbf{D}^2}{2\epsilon_0 \epsilon_r} .$$

Энергия неоднородного электростатического поля в диэлектрике определяется путём *интегрирования* объёмной плотности энергии по объёму:

$$W_э = \int_V w_э dV = \int_V \frac{\epsilon_0 \epsilon_r E^2}{2} dV .$$