ВОЕННАЯ АКАДЕМИЯ СВЯЗИ

22 кафедра (сетей связи и систем коммутации)

Дисциплина

СЕТИ СВЯЗИ И СИСТЕМЫ КОММУТАЦИИ

Раздел 1. ТЕОРИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ

Тема № 1 “Потоки вызовов, нагрузка и качество обслуживания”

Занятие №2(групповое)

“Математические модели систем распределения информации”

Цели и вопросы занятия

Изучить компоненты математических моделей систем распределения информации и их условные обозначения, используемые в технической литературе

Учебные вопросы:

1. Компоненты математических моделей систем распределения информации.

2. Классификация Кендалла-Башарина.

ЛИТЕРАТУРА:

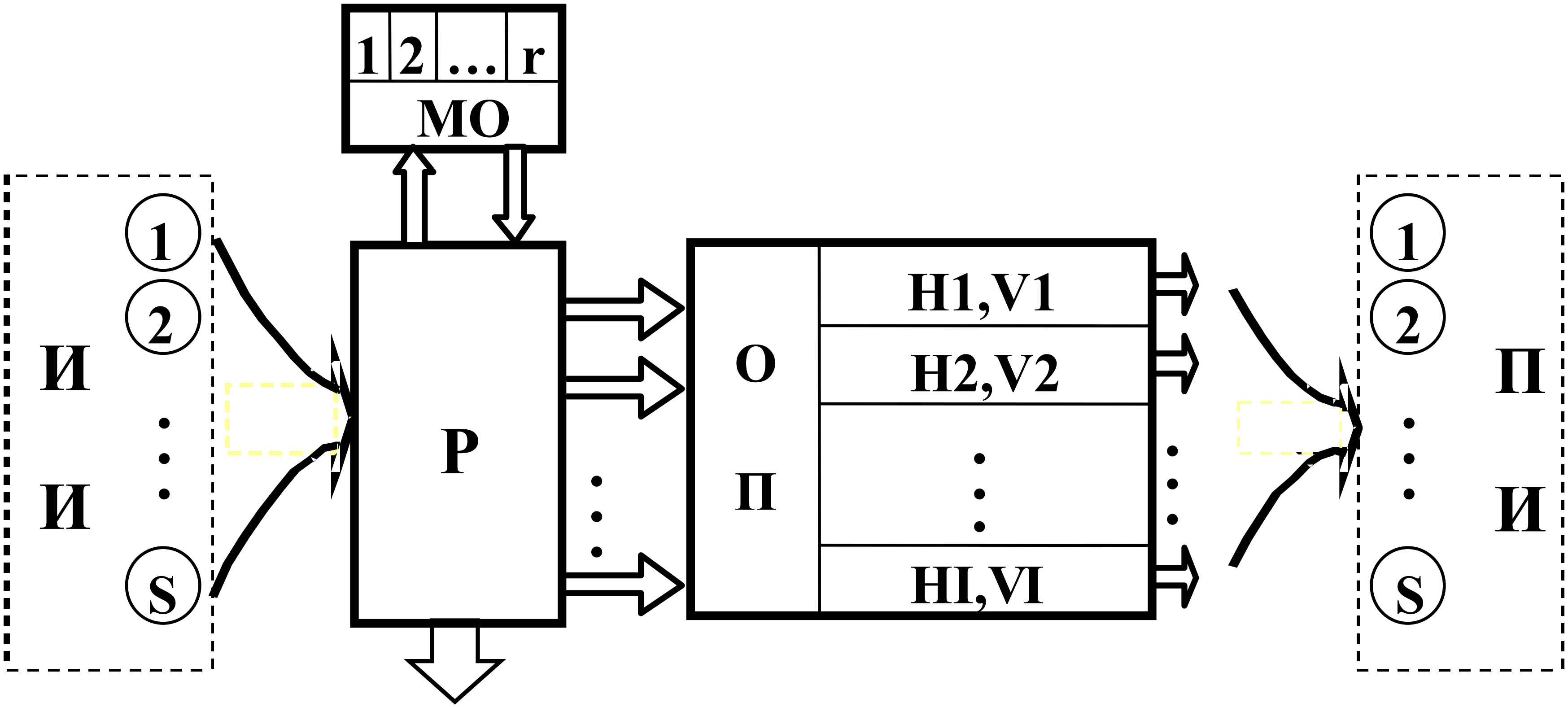
1. Зотов В. М. Основы теории распределения информации. – СПб.: ВАС, 2013 г.

1. Зотов В. М. Основы теории телетрафика. – СПб.: ВАС, 2004 г.

3. Теория телетрафика / Корнышев Ю.Н., Пшеничников А. П., Харкевич А.Д. Учебник для вузов. – М.: Радио и связь, 1996 г.

1.Компоненты математических моделей систем распределения информации

Обобщенная модель СРИ



поток поступающих на обслуживание требований

дисциплина обслуживания поступающих сообщений

длительность обслуживания, схема системы обслуживания

характеристики качества обслуживания поступающих сообщений

Основные понятия

Вероятность *события есть численная мера степени объективной возможности этого события.*

$$P(A) = n / m$$

Вероятность может принимать значения от 0 до 1.

Основные понятия

Случайные величины могут быть двух типов:

- ***дискретные*** (прерывные), принимающие только отделённые друг от друга значения, которые можно пронумеровать;
- ***непрерывные*** (аналоговые), которые могут принимать любое значение из некоторого промежутка.

Основные понятия

Математическое описание случайных величин предполагает задание ***закона распределения, устанавливающего соответствие между значениями случайной величины и вероятностью их появления.***

Способы задания закона распределения

а) аналитически в виде математического выражения, отражающего зависимость вероятности от значения случайной величины: $p_i = f(x_i) \quad (i = \overline{1,n});$

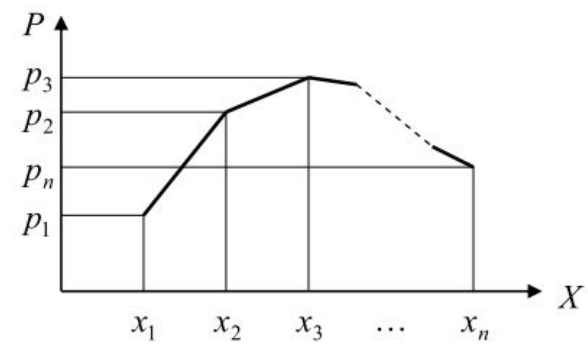
$$P_n(X=k) = C_n^k\, p^k\, q^{n-k},\ 0<p<1,\ k = 0, 1, 2, \dots, n;$$

$$P_i(\tau) = \frac{(\lambda\tau)^i}{i!} e^{-\lambda\tau}.$$

б) таблично в виде ряда распределения случайной величины, в котором перечислены возможные значения случайной величины и соответствующие им вероятности:

Значения случайной величины X	x_1	x_2	…	x_n
Вероятности P	p_1	p_2	…	p_n

в) графически в виде многоугольника распределения, где по оси абсцисс откладываются возможные значения случайной величины, а по оси ординат – вероятности этих значений



Непрерывные случайные величины

Функция распределения вероятностей *F(x) случайной величины X представляет собой вероятность того, что случайная величина X примет значение меньшее, чем некоторое заданное значение x*:

$$F(x) = P(X < x)$$

Вероятность того, что случайная величина примет значение из некоторого интервала (a, b), определяется через функцию распределения как

$$P(a < x < b) = F(b) - F(a).$$

Функция распределения случайной величины

$$F\left(t\right) = \mathrm{P}\left(\mathrm{T} < t\right)$$, где $t \geq 0$

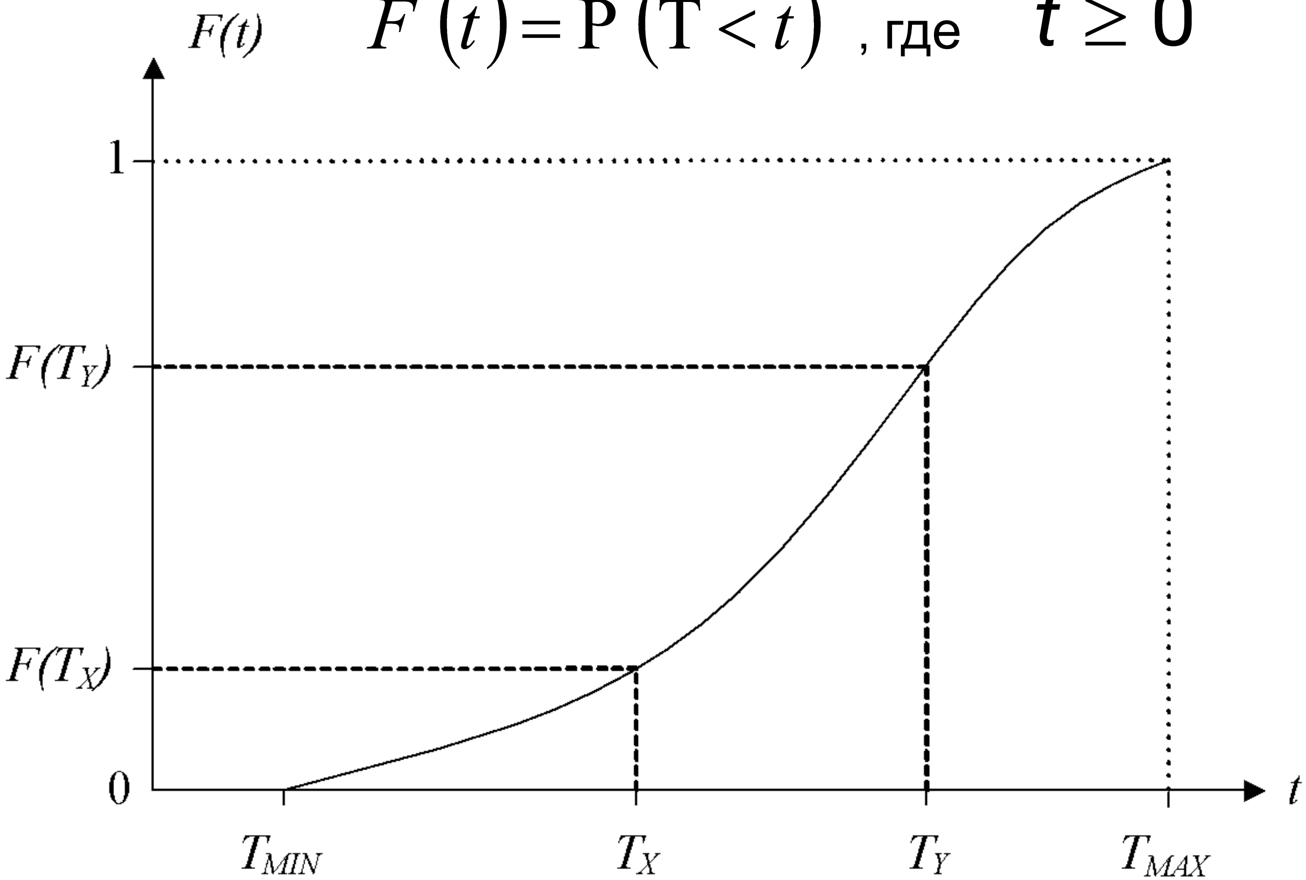


Рис.1. Функция распределения случайной величины

Числовые характеристики случайной величины

- среднее значение, около которого группируются возможные значения случайной величины;
- степень разбросанности этих значений относительно среднего;
- асимметрию (или «скошенность») плотности распределения и так далее.

***Начальные моменты рассматриваются относительно начала координат*.**

***Центральные моменты рассматриваются относительно математического ожидания, то есть центра распределения*.**

Начальный момент *s*-го порядка

$$\alpha_s[X] = \begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n} x_i^{\,s} p_i & \text{– для дискретной случайной величины;} \\ \int\limits_{-\infty}^{+\infty} x^s f(x)\,dx & \text{– для непрерывной случайной величины.} \end{cases}$$

Первый начальный момент $\alpha_1[X]$ случайной величины X называется математическим ожиданием или средним значением случайной величины и обозначается $M[X] = \alpha_1[X]$.

Центральный момент *s*-го порядка

$$\beta_s[X] = \begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n} (x_i - \mathrm{M}[X])^s p_i & \text{– для дискретной случайной величины;} \\ \int\limits_{-\infty}^{+\infty} (x - \mathrm{M}[X])^s f(x)\,dx & \text{– для непрерывной случайной величины.} \end{cases}$$

Разность между значениями случайной величины и ее математическим ожиданием (X – M[X]) представляет собой отклонение случайной величины X от ее математического ожидания и называется центрированной случайной величиной.

$$\beta_s[X] = \mathrm{M}[(X - \mathrm{M}[X])^s].$$

Дисперсия

Второй центральный момент называется дисперсией случайной величины и обозначается D[X]= β_2[X].

$$
\mathrm{D}[X] = \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mathrm{M}[X])^2 p_i & \text{– для дискретной случайной величины;} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mathrm{M}[X])^2 f(x)\,dx & \text{– для непрерывной случайной величины.} \end{cases}
$$

Среднее квадратическое отклонение (стандартное отклонение)

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}.$$

О схеме системы обслуживания

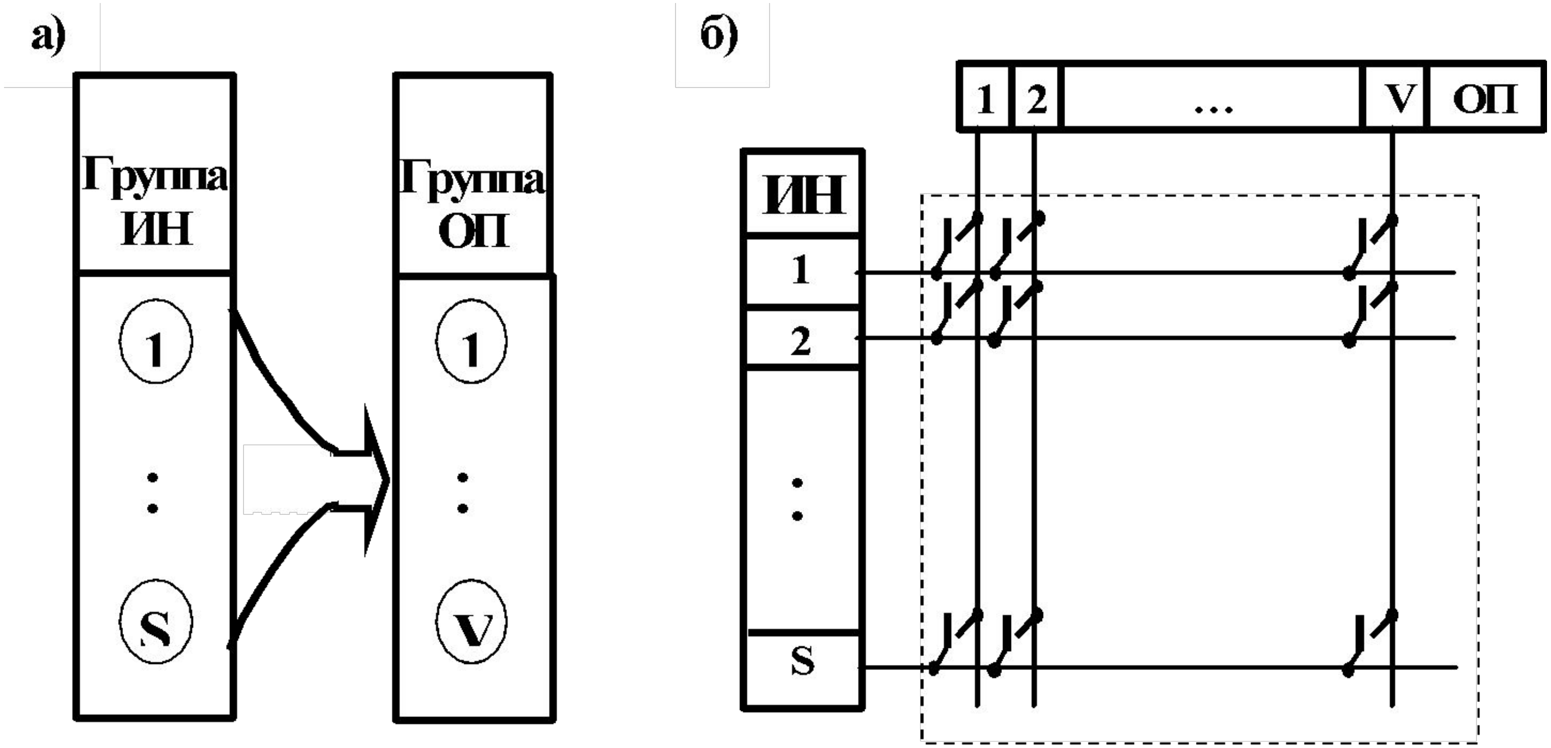
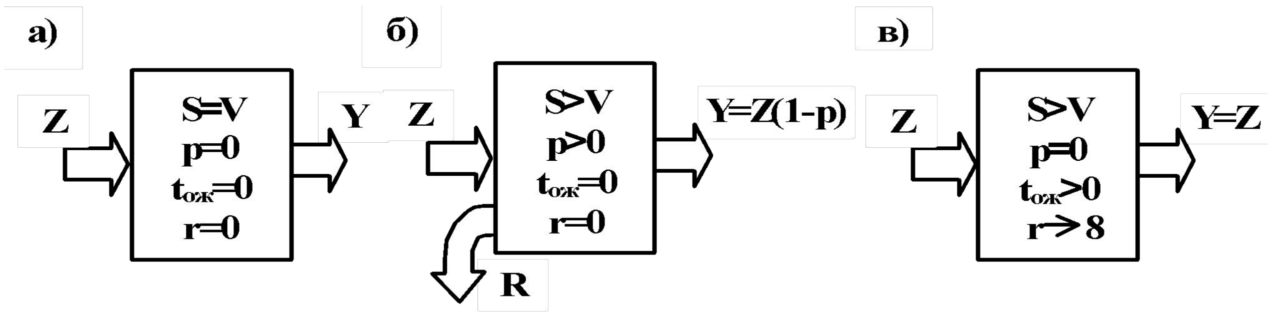


Рис. 2. Полнодоступное включение:
а - условное изображение;
б - схема, реализующая ПД включение

О дисциплине обслуживания

- способы обслуживания вызовов (без потерь, с потерями, с ожиданием)



- **порядок обслуживания вызовов системой РИ** (в порядке очередности, в случайном порядке, с приоритетами);

- **режимы искания выходов схемы** (свободное, групповое, вынужденное, серийное и т.д.)

О характеристиках качества обслуживания

Показатели качества обслуживания для систем с потерями:

потери по вызовам – $p_в$, потери по нагрузке – $p_н$, потери по времени – p_t .

Показатели качества обслуживания для систем с ожиданием:

вероятность ожидания начала обслуживания – $p\ (t_{ож} > 0)$;

вероятность ожидания сверх допустимого времени ожидания – $p\ (t_{ож} > \tau)$; среднее время ожидания начала обслуживания – $\bar{T}_{ож}$; средняя длина очереди – $\bar{r}$.

2.Классификация Кендалла-Башарина

Цель: компактная запись математических моделей

Первый символ условной записи обозначает **функцию распределения промежутков между вызовами, второй - функцию распределения длительности обслуживания, третий и последующие - схему и дисциплину обслуживания.**

Конкретные виды распределений получили следующие обозначения:

M – показательное (экспоненциальное) распределение;

E – эрланговское (гамма) распределение;

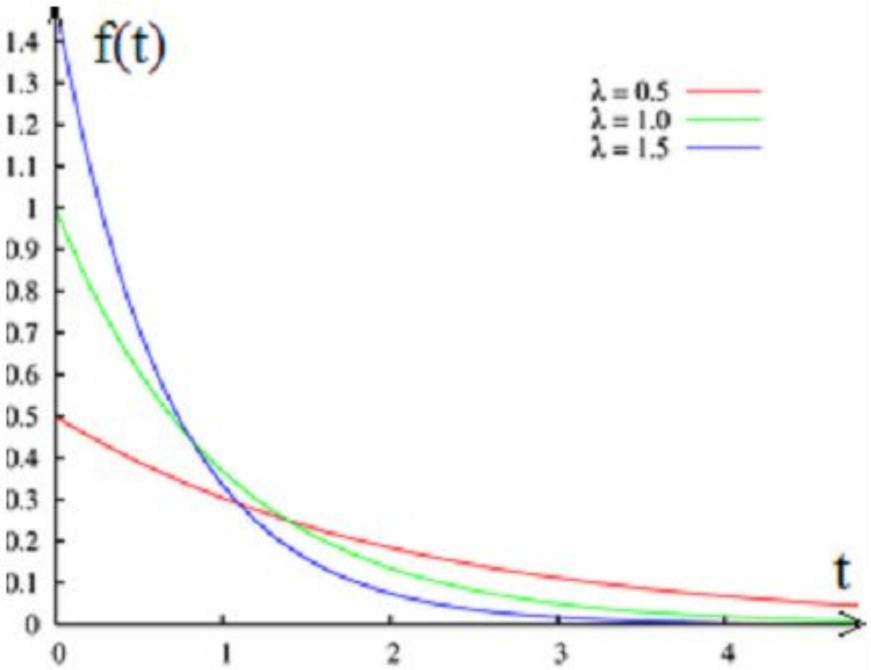
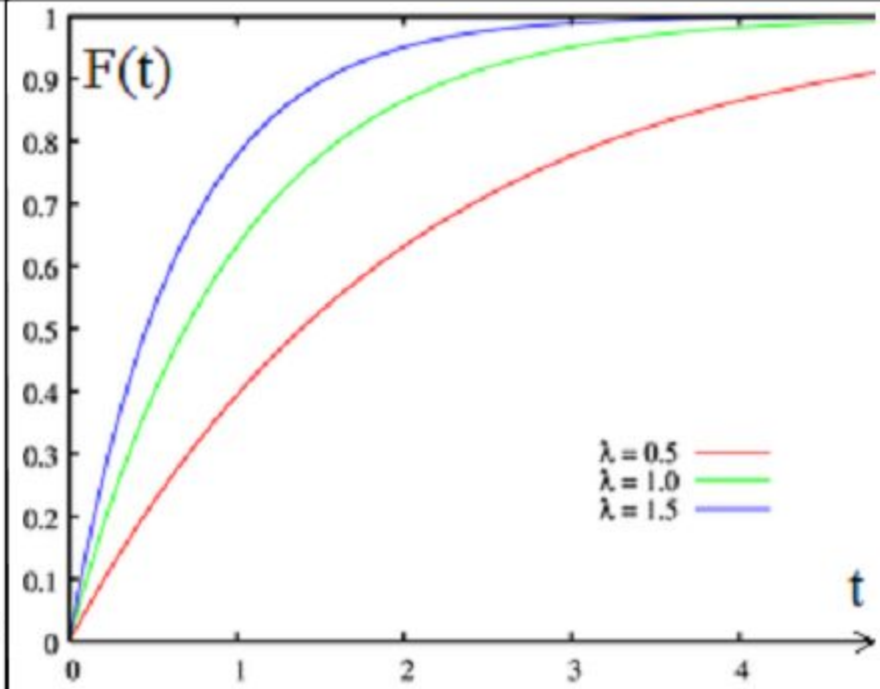
D – детерминированное (регулярное), что соответствует постоянным интервалам между вызовами или постоянной длительности обслуживания;

G – произвольное распределение.

Примеры записи: **M / M / S**

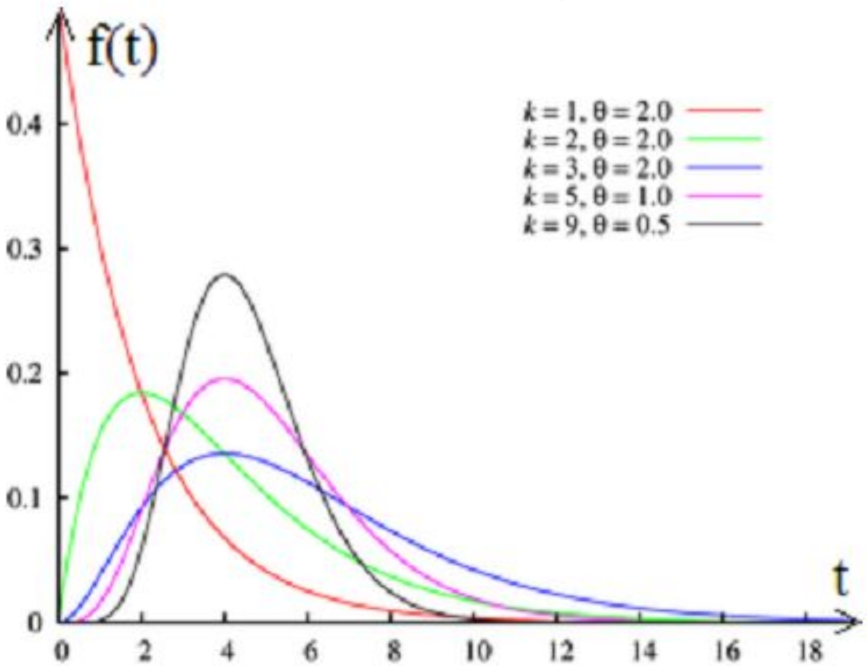
M / M / V $< \infty$

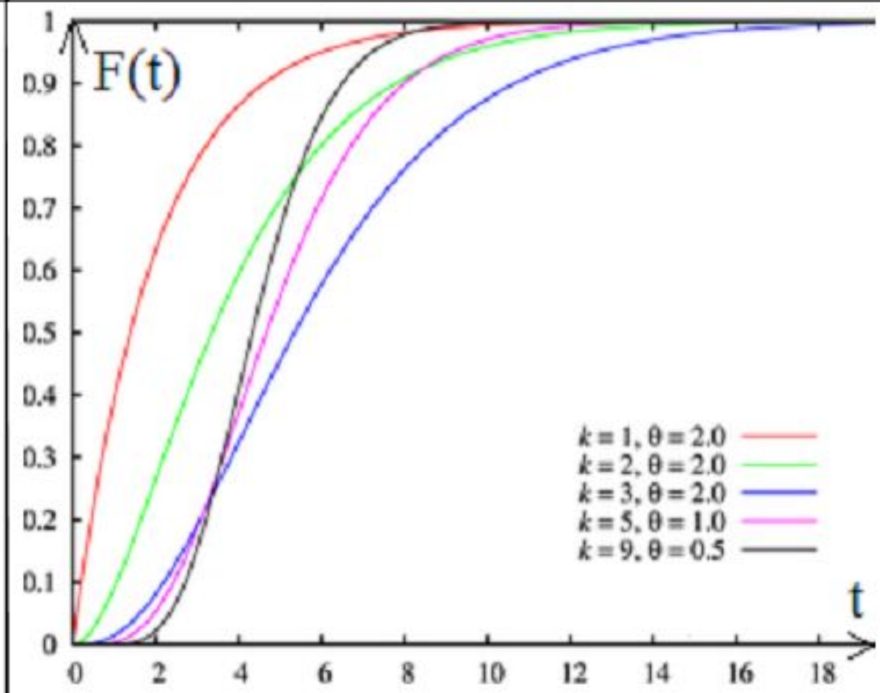
Показательное распределение:

Плотность вероятности $f(t) = \beta \cdot e^{-\beta \cdot t}$	Функция распределения $F(t) = 1 - e^{-\beta \cdot t}$
	

Эрланговское распределение

Плотность вероятности	Функция распределения
$f(t)=t^{k-1}\cdot\dfrac{e^{-x/\theta}}{\Gamma(k)\cdot\theta^{k}}$	$F(t)=\dfrac{\gamma(k,t/\theta)}{\Gamma(k)}$





Регулярное распределение	
Плотность вероятности	Функция распределения
$$f(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a}, & a\leqslant t\leqslant b\\ 0, & t<a,\ \ t>b\end{cases}$$	$$F(t)=\begin{cases}0, & t<a\\ \dfrac{t-a}{b-a}, & a\leqslant t<b\\ 1, & t\geqslant b\end{cases}$$