

АЛГЕБРА ЛОГИКИ

*Употребляйте с пользой время.
Учиться надо по системе.
Сперва хочу вам в долг вменить
На курсы логики ходить.*

Гете

АЛГЕБРА ЛОГИКИ

- Логика - наука, изучающая *законы и формы мышления*.
- Название «логика» происходит от древнегреческого многозначного слова *logos* (логос), означающего «мысль, слово, понятие, рассуждение, закон».
- Основоположник логики **Аристотель**. Он подверг анализу человеческое мышление и его формы: *понятие, суждение, умозаключение*.
- **Джордж Буль** вывел для логических построений особую алгебру – *алгебру логики* или *булеву алгебру*.
В ней, в отличие от обычной алгебры, символами обозначают не числа, а *высказывания*.

ПОНЯТИЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ

- *Высказывание* является основным понятием алгебры логики. Высказывание – это конкретное утверждение, по форме являющееся *повествовательным предложением*.
Вопросительные и побудительные предложения высказываниями не являются.
- Примером высказывания может являться такое утверждение:
“Хорошо живет на свете Вини-Пух”.

ПОНЯТИЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ

Задание 1. Пометьте предложения, являющиеся, на ваш взгляд, высказыванием:

Это высказывание?	Предложение	Значение истинности
	Луна - спутник Земли.	
	Внимание !	
	Все ученики нашей школы любят математику.	
	Вы были в театре?	
	Мойте руки перед едой.	
	Число 5 является делителем числа 30.	
	У каждой лошади есть хвост.	
	Чему равно расстояние от Земли до Марса?	
	Листва на деревьях опадает осенью.	
	На яблонях растут бананы.	
	Число 6 - нечетное.	
	Кто отсутствует?	

ПОНЯТИЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ

Задание. Пометьте предложения, являющиеся, на ваш взгляд, высказыванием:

Это высказывание?	Предложение	Значение истинности
да	Луна - спутник Земли.	
	Внимание !	
да	Все ученики нашей школы любят математику.	
	Вы были в театре?	
	Мойте руки перед едой.	
да	Число 5 является делителем числа 30.	
да	У каждой лошади есть хвост.	
	Чему равно расстояние от Земли до Марса?	
да	Листва на деревьях опадает осенью.	
да	На яблонях растут бананы.	
да	Число 6 - нечетное.	
	Кто отсутствует?	

ПОНЯТИЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ

Задание. Пометьте предложения, являющиеся, на ваш взгляд, высказыванием:

Это высказывание?	Предложение	Значение истинности
да	Луна - спутник Земли.	
	Внимание !	
да	Все ученики нашей школы любят математику.	
	Вы были в театре?	
	Мойте руки перед едой.	
да	Число 5 является делителем числа 30.	
да	У каждой лошади есть хвост.	
	Чему равно расстояние от Земли до Марса?	
да	Листва на деревьях опадает осенью.	
да	На яблонях растут бананы.	
да	Число 6 - нечетное.	
	Кто отсутствует?	

ПОНЯТИЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ

Ложное

Истинное

Высказывание –
повествовательное
предложение

ПОНЯТИЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ



Принято считать, что значение истинности высказывания равно *единице*, если оно *истинно*, и равно *нулю*, если оно *ложно*.

*истина – 1,
ложь – 0*

ПОНЯТИЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ

Задание. Пометьте предложения, являющиеся, на ваш взгляд, высказыванием:

Это высказывание?	Предложение	Значение истинности
да	Луна - спутник Земли.	1
	Внимание !	
да	Все ученики нашей школы любят математику.	0
	Вы были в театре?	
	Мойте руки перед едой.	
да	Число 5 является делителем числа 30.	1
да	У каждой лошади есть хвост.	1
	Чему равно расстояние от Земли до Марса?	
да	Листва на деревьях опадает осенью.	1
да	На яблонях растут бананы.	0
да	Число 6 - нечетное.	0
	Кто отсутствует?	

ПРОСТЫЕ И СЛОЖНЫЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ

Витя



приехал
в Москву

*Простое
высказывание*

Вася



приехал
в Москву

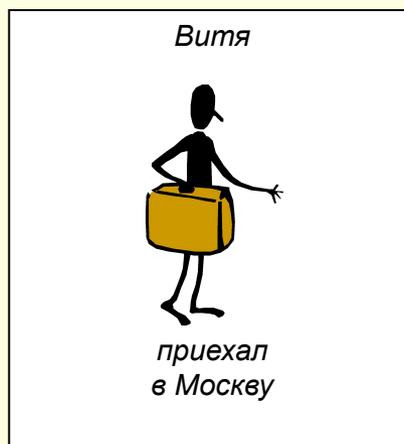
*Простое
высказывание*

ПРОСТЫЕ И СЛОЖНЫЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ



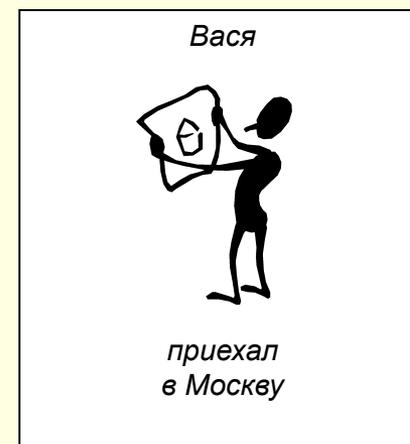
**Сложное
высказывание**

=



**Простое
высказывание**

И



**Простое
высказывание**

ПРОСТЫЕ И СЛОЖНЫЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ

Задание. Определите, сложным или простым является следующее высказывание:

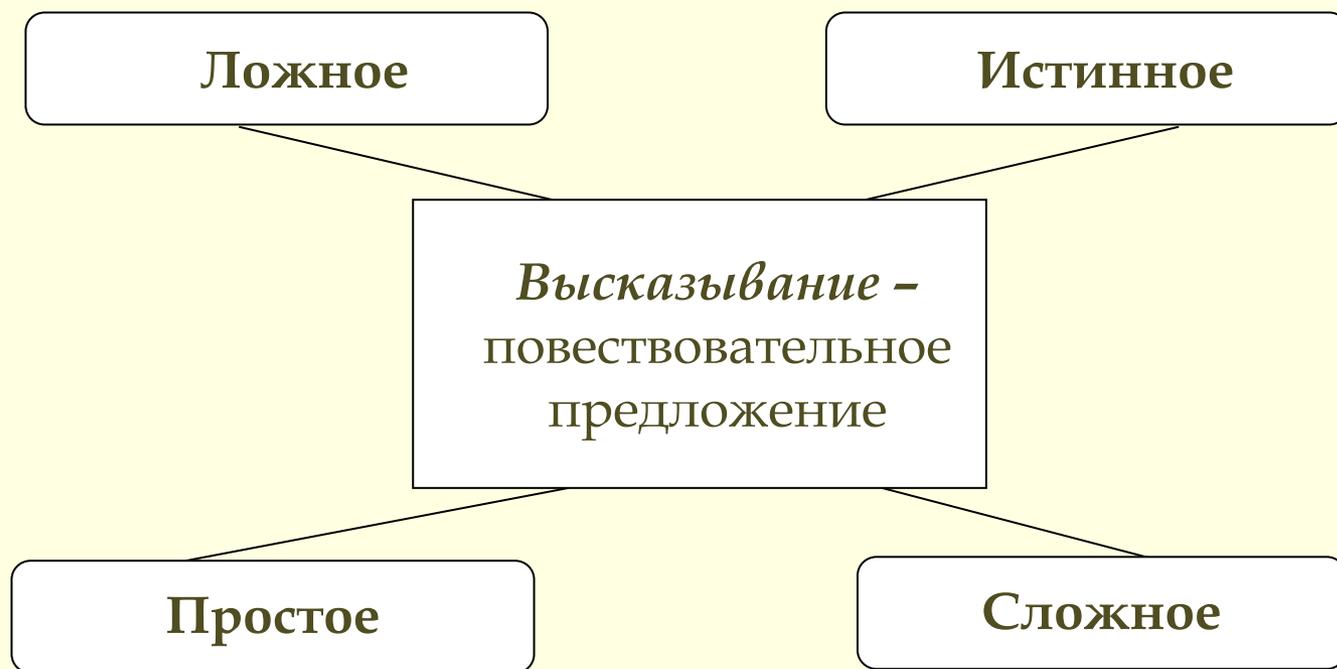
Высказывание	Тип высказывания
Идёт дождь	
Сегодня дежурит Саша или Катя	
Наполеон был китайским императором	
Электрон – элементарная частица	
Суффикс есть часть слова, и он стоит после корня	
Если смешать эти растворы, то получится токсичное вещество	

ПРОСТЫЕ И СЛОЖНЫЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ

Задание. Определите, сложным или простым является следующее высказывание:

Высказывание	Тип высказывания
Идёт дождь	<i>Простое</i>
Сегодня дежурит Саша или Катя	Сложное
Наполеон был китайским императором	<i>Простое</i>
Электрон – элементарная частица	<i>Простое</i>
Суффикс есть часть слова, и он стоит после корня	Сложное
Если смешать эти растворы, то получится токсичное вещество	Сложное

ПОНЯТИЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ



ЛОГИЧЕСКАЯ ПЕРЕМЕННАЯ

- В булевой алгебре *простому* высказыванию ставится в соответствие *логическая переменная*, подобно переменным в обычной алгебре.

Например,

$A = \{\text{Витя приехал в Москву}\};$

$B = \{\text{Вася приехал в Москву}\}.$

- Читать приведенные записи необходимо так:
A есть высказывание «Витя приехал в Москву».
B есть высказывание «Вася приехал в Москву».

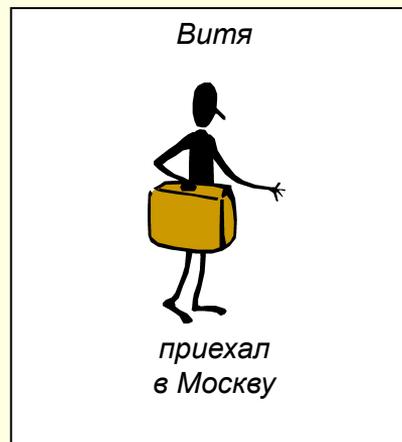
ПРОСТЫЕ И СЛОЖНЫЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ



*Сложное
высказывание*

А и В

=



*Простое
высказывание*

А

И



*Простое
высказывание*

В

Простые высказывания являются «кирпичиками», из которых строятся **сложные** высказывания с помощью **логических операций**.

ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

Операция	Обозначение	Перевод на естественный язык		
Отрицание (инверсия, НЕ)	$\text{not } A,$ $\bar{A}, \neg A, \text{ не } A$	Не А;	неверно, что А	
Конъюнкция (логическое произведение, И)	$A \text{ and } B,$ $AB, A \wedge B, A \cdot B,$ $A \text{ и } B,$ $A \times B, A \& B$	Союзы “и”, “а”, “но”, “да”, “хотя”, “который”, “зато”, “однако”; Не только А, но и В; В, несмотря на А; А, в то время как В	В, хотя и А; и А, и В;	как А, так и В; А вместе с В;
Дизъюнкция (логическая сумма, ИЛИ)	$A \text{ or } B,$ $A + B, A \vee B,$ $A \text{ или } B$	А или В;	А либо В;	то ли А то ли В
Неравнозначность (исключающее ИЛИ, строгая дизъюнкция)	$A \oplus B, A \nabla B$	либо А, либо В;	или А, или В	
Импликация	$A \rightarrow B, A \supset B$	если А, то В; В необходимо для А; когда А, имеет место В; из А следует В;	А, только если В; все А есть В; В, если А; В влечет А	когда скоро А, то В; А достаточно для В; В тогда, когда А
Эквивалентность (равнозначность)	$A \leftrightarrow B, A \equiv B$	В необходимо и достаточно для А; если А, то и В, и наоборот; А тогда и только тогда, когда В; А равносильно В	А эквивалентно В; А, если В, и В, если А; А, если и только если В;	

ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

Логическая операция: **КОНЪЮНКЦИЯ**
(лат. conjunctio «связываю»)

- в естественном языке соответствует союзам **и, а, но, хотя**
- обозначение: **and, \wedge , &**
- иное название: **логическое произведение**
- пример: **$A \wedge B$**

Логическая операция: **ДИЗЪЮНКЦИЯ**
(лат. disjunctio «различаю»)

- в естественном языке соответствует союзу **или**
- обозначение: **or, \vee**
- иное название: **логическая сумма**
- пример: **$A \vee B$**

Логическая операция: **ИНВЕРСИЯ**
(лат. inversio «переворачиваю»)

- в естественном языке соответствует словам **неверно, что...** и частице **не**
- обозначение: **\neg , -**
- иное название: **отрицание**
- пример: **$\neg A$**

ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

Попробуйте закончить предложение:

Логическая операция служит для...

объединения простых высказываний в сложное.

Задание:

Из двух простых высказываний постройте сложное высказывание, используя логические связки «И» (конъюнкция), «ИЛИ» (дизъюнкция):

Например:

*Все ученики изучают математику
Все ученики изучают литературу*



*Все ученики изучают
математику и литературу.*

1. Марина старше Светы. Оля старше Светы.

Марина и Оля старше Светы.

2. Часть туристов любит чай. Остальные туристы любят молоко.

Туристы любят чай или молоко.

3. В кабинете есть учебники. В кабинете есть справочники.

В кабинете есть учебники и справочники.

Логическая операция ОТРИЦАНИЕ

Отрицание — это полная *противоположность* высказывания.

Рассмотренные ранее логические операции называются *бинарными*, так как выполняются над двумя высказываниями. Отрицание применяется к *одному* высказыванию и потому называется *унарной* операцией.

- 1) Отрицание можно выразить с помощью *противоположных по смыслу слов* - “слов-наоборот” (антонимов).

Пример: истина — ложь.

Закончите:

Если стол ВЫШЕ стула, то стул...

Если сестра СТАРШЕ брата, то брат...

Если два БОЛЬШЕ одного, то один...

Логическая операция ОТРИЦАНИЕ

2) Отрицание можно выразить с помощью связок “не”, “неверно, что...”.

Пример: красивый — некрасивый.

Задание:

Строим отрицание высказывания с помощью связок:

Высказывание	Отрицание
Винтик и Шпунтик сделали автомобиль.	
Все дети любят хорошие отметки.	
Иногда во время дождя бывает радуга.	
НЕ все птицы улетают зимой на юг. (НЕКОТОРЫЕ птицы НЕ улетают зимой на юг.)	

Логическая операция ОТРИЦАНИЕ

2) Отрицание можно выразить с помощью связок “не”, “неверно, что...”.

Пример: красивый — некрасивый.

Задание:

Строим отрицание высказывания с помощью связок:

Высказывание	Отрицание
Винтик и Шпунтик сделали автомобиль.	Винтик и Шпунтик НЕ сделали автомобиль.
Все дети любят хорошие отметки.	НЕ все дети любят хорошие отметки. (НЕКОТОРЫЕ дети любят плохие отметки.)
Иногда во время дождя бывает радуга.	Во время дождя НИКОГДА НЕ бывает радуги.
НЕ все птицы улетают зимой на юг. (НЕКОТОРЫЕ птицы НЕ улетают зимой на юг.)	Все птицы улетают зимой на юг.

Логическая операция ОТРИЦАНИЕ

Задание:

Из каждых трех выберите пару высказываний, являющихся отрицаниями друг друга:

- а) {Мишень поражена первым выстрелом}, {Мишень поражена не первым выстрелом}, {Неверно, что мишень поражена не первым выстрелом}.
- б) {Луна – спутник Земли}, {Неверно, что Луна спутник Земли}, {Неверно, что Луна не является спутником Земли}.

Одна московская газета в свое время назвала известного политика, назовем его Х. *"очень расчетливым сумасшедшим"*. Он обиделся и потребовал напечатать опровержение. Тогда журналисты написали так: *"Х. – не очень расчетливый сумасшедший"*, а когда подобный вариант его не устроил, заменили другим: *"Х. – очень не расчетливый сумасшедший"*. Все это, конечно, шутки; но как же должно было выглядеть строгое логическое отрицание данного высказывания?

- *"Неверно, что Х. – очень расчетливый сумасшедший"*.

