

## *Лекция 4.*

# Основные законы идеального газа



Движение молекул газа в  
поле сил тяжести

# Молекулярно-кинетические представления

- **Любое тело** - твердое, жидкое или газообразное состоит из большого количества весьма малых обособленных частиц-молекул.
- Молекулы всякого вещества находятся в бесконечном **хаотическом** движении (например, броуновское движение).
- Используется **идеализированная модель идеального газа**, согласно которой:
  - a) Собственный объем молекул газа пренебрежимо мал по сравнению с объемом сосуда (**разреженность**).
  - b) Между молекулами **отсутствуют** силы взаимодействия.
  - c) **Столкновения** молекул газа между собой и со стенками сосуда **абсолютно упругие**.
- **Макроскопические свойства** тел (давление, температура и др.) описываются **с помощью статистических методов**, основным понятием которых является **статистический ансамбль**, т.е. описывается поведения большого числа частиц через введение средних характеристик (средняя скорость, энергия) всего ансамбля, а не отдельной частицы.

# Термодинамические параметры

- **Термодинамическая система** - совокупность макроскопических тел, которые взаимодействуют и обмениваются энергией как между собой, так и с другими телами.
- Состояние системы задается **термодинамическими параметрами** - совокупностью физических величин, характеризующих свойства термодинамической системы
- Обычно в качестве **параметров состояния (термодинамических параметров)** выбирают температуру  $T$ , давление  $p$  и объем  $V$  (молярный объем  $V_M$ ).
- **Температура** - физическая величина, характеризующая состояние термодинамического равновесия макроскопической системы.
  - В СИ температура  $T$  выражается в Кельвинах [K] - термодинамическая (абсолютная) температура
  - внесистемная единица температуры  $t$  - градусы Цельсия [°C] - международная практическая шкала.
  - Связь термодинамической и практической температуры:  
 $T = t + 273$ , например, при  $t = 20$  °C температура  $T = 293$  K.
- **Давление  $p$**  - сила  $F$ , действующая **перпендикулярно** поверхности, на единицу площади  $S$  поверхности:  $p = F/S$ . В паскалях - [Па]
- **Молярный объем  $V_M$**  - это объем одного моля вещества:  $V_M = V/\nu$ . [м<sup>3</sup>/моль]

# Температура и приборы для измерения температуры

- **Тепловое равновесие** – это такое состояние системы тел, находящихся в тепловом контакте, при котором не происходит теплопередачи от одного тела к другому, и **все макроскопические параметры тел остаются неизменными**.
- **Температура** – это физический параметр, **одинаковый для всех тел, находящихся в тепловом равновесии**.
- **Возможность введения понятия температуры** следует из опыта и носит название **нулевого закона термодинамики**.
- Для измерения температуры используются физические приборы – **термометры**, в которых о величине температуры судят по изменению какого-либо физического параметра.
  - Для создания термометра необходимо выбрать **термометрическое вещество** (например, ртуть, спирт) и **термометрическую величину**, характеризующую свойство вещества (например, длина ртутного или спиртового столбика).
  - В различных конструкциях термометров используются разнообразные физические свойства вещества (например, **изменение линейных размеров** твердых тел или **изменение электрического сопротивления** проводников при нагревании).
- **По температурной шкале Цельсия** точке плавления льда приписывается температура **0 °С**, а точке кипения воды – **+100 °С**. Изменение длины столба жидкости в капиллярах термометра на одну сотую длины между отметками **0 °С** и **100 °С** принимается равным **1 °С**.
- Но в ряде стран (США и Канада) широко используется **шкала Фаренгейта ( $T_F$ )**, в которой температура замерзающей воды принимается равной **32 °F**, а температура кипения воды равной **212 °F**.

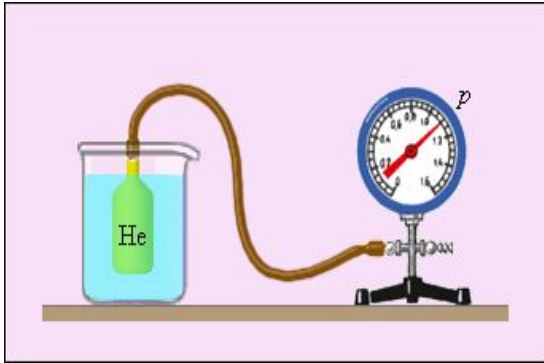
Тогда:

$$T_F = \frac{9}{5}t^0 + 32^0$$

или

$$t^0 = \frac{5}{9}(T_F - 32^0)$$

# Газовые термометры



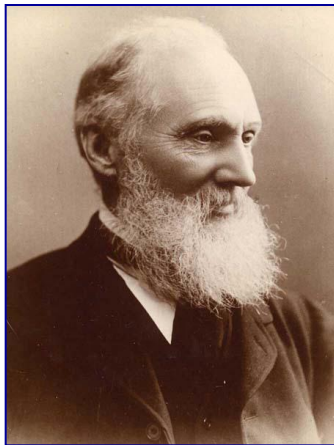
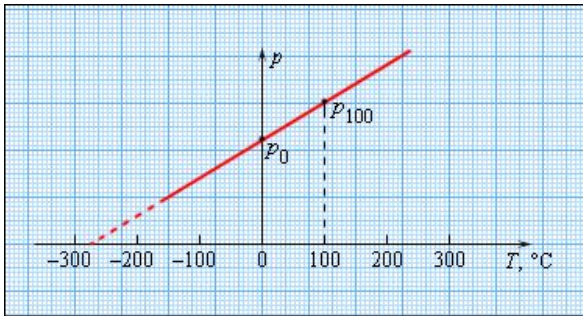
Особое место в физике занимают **газовые термометры**, в которых:

- **термометрическим веществом** является **разреженный газ** (гелий, воздух) в сосуде **неизменного объема** ( $V = \text{const}$ ), а
- **термометрической величиной** – давление газа  $p$ .
- Опыт показывает, что давление газа (при  $V = \text{const}$ ) растет с ростом температуры, измеренной по шкале Цельсия (закон Шарля – разберем ниже).

Чтобы **проградировать газовый термометр** постоянного объема, можно измерить давление при двух значениях температуры (например,  $0\text{ }^\circ\text{C}$  и  $100\text{ }^\circ\text{C}$ ), нанести точки  $p_0$  и  $p_{100}$  на график, а затем провести между ними **прямую линию**.

Используя полученный **калибровочный график**, можно определять температуры, соответствующие другим значениям давления.

**Экстраполируя график в область низких давлений**, можно определить некоторую «гипотетическую» температуру, при которой **давление газа стало бы равным нулю**.



Уильям Томсон,  
лорд Кельвин  
1824-1909

- Опыт показывает, что эта температура равна  $-273,15\text{ }^\circ\text{C}$  и **не зависит от свойств газа**.
- На опыте получить путем охлаждения газ в состоянии с нулевым давлением **невозможно**, так как при очень низких температурах **все газы переходят в жидкое или твердое состояние**.
- Английский физик У. Кельвин (Томсон) в 1848 г. предложил использовать точку нулевого давления газа для построения новой температурной шкалы (**шкала Кельвина**). В этой шкале единица измерения температуры такая же, как и в шкале Цельсия, но нулевая точка сдвинута:  $T_K = t^\circ + 273,15$ .
- Температурная шкала Кельвина называется **абсолютной шкалой температур**, а температура в Кельвинах входит в систему СИ.
- Эта шкала оказывается наиболее удобной при построении физических теорий.

# 1. Экспериментальные законы идеального газа

Рассмотрим экспериментальные законы, описывающие **поведение идеального газа**.

Они выполняются при условии **постоянства**:

$$m = const$$

массы газа

$$M = const$$

молярной массы газа

$$\nu = const$$

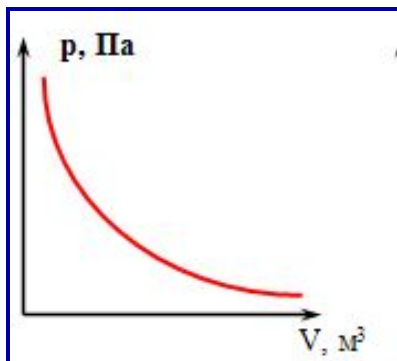
количества молей газа:

$$\nu = \frac{m}{M}$$

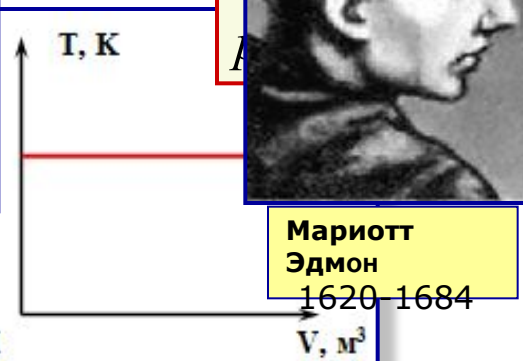
- 1. закон Бойля-Мариотта:** для данной массы газа **при постоянной температуре** произведение давления газа на его объём есть величина постоянная:

**Изопроцесс**  $T = const \rightarrow pV = const$  или  $p_1V_1 = p_2V_2$

- Процесс, протекающий при постоянной температуре называется **изотермическим**.
- Кривая, изображающая зависимость между давлением и объёмом вещества при постоянной температуре называется **изотермой**.

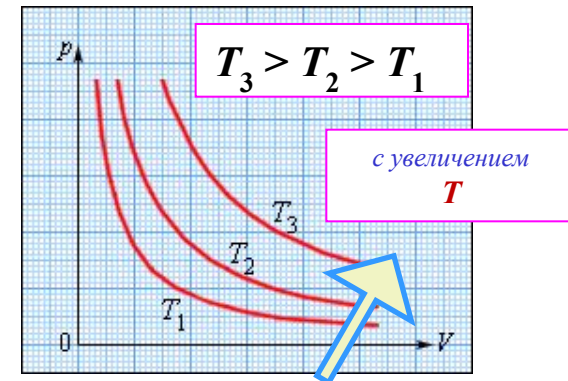


Бойль Роберт  
1627-1691



Мариотт Эдмон  
1620-1684

**В узком смысле**



**Это всё изотермы**

## 2. Закон Гей-Люссака

□ закон Гей-Люссака: **Изопроцесс**  $p = const$  →

$$\frac{V}{T} = const$$

■ **отношение объёма** данной массы газа **к температуре при постоянном давлении** есть величина постоянная:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

■ или **объём** данной массы газа **при постоянном давлении** изменяется **линейно с температурой**:

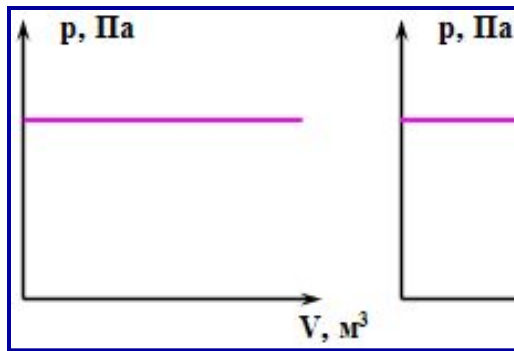
$$V = V_0(1 + \alpha t)$$

где  $V_0$  - объём при  $0^\circ \text{C}$ ;  $t$  - температура по шкале

Цельсия;  $\alpha$  - температурный коэффициент, равный  $1/273 \text{ K}^{-1}$ .

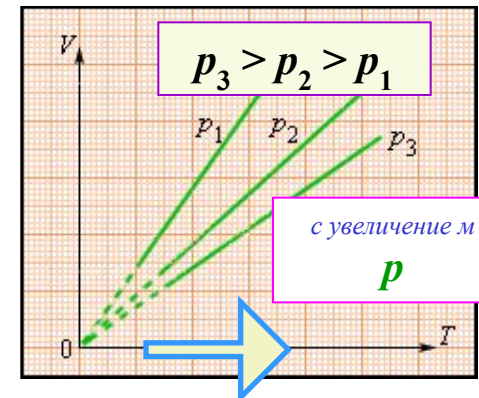
□ Процесс, протекающий при постоянном давлении, называется **изобарным** или **изобарическим**.

□ На диаграмме этот процесс изображается прямой линией, называемой **изобарой**.



Гей-Люссак  
1778-1850

$$\frac{V}{T} = const$$



Это

# 3. Закон Шарля

**Изопроцесс**

$$V = const$$



$$\frac{p}{T} = const$$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

□ закон Шарля:

■ **отношение давления** данной массы газа **к температуре при постоянном объёме** есть величина постоянная:

■ или **давление** данной массы газа **при постоянном объёме** изменяется **линейно с температурой**:

$$p = p_0(1 + \alpha t)$$

где  $p_0$  – давление при  $0^\circ \text{C}$ ;  $t$  – температура по шкале

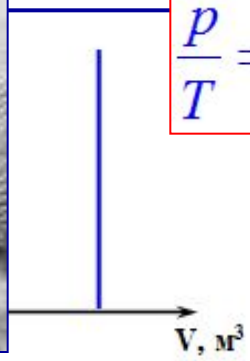
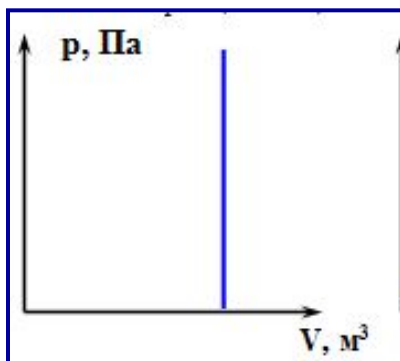
Цельсия;  $\alpha$  – температурный коэффициент, равный  $1/273 \text{ K}^{-1}$ .

□ Процесс, протекающий при постоянном объёме называется **изохорическим**.

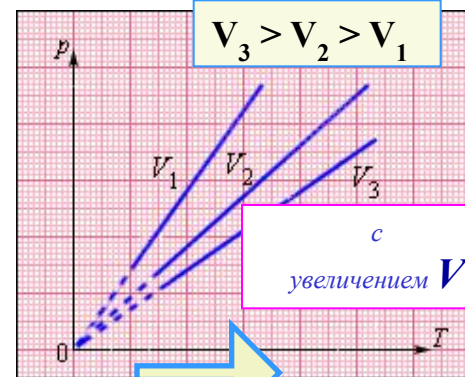
□ На диаграмме это

процесс называется **изохорным** или

прямой линией, называемой **изохорой**.



$$\frac{p}{T} = const$$

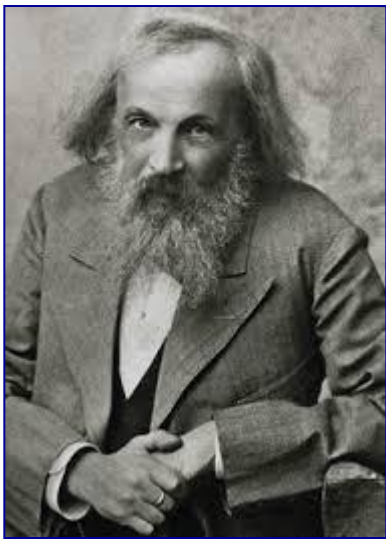


с увеличением  $V$

Этот Шарль Жакоб Шарль  
1746–1823



# Закон Менделеева-Клапейрона



Менделеев Дмитрий  
1834-1907

- Менделеев записал уравнение Клапейрона для одного моля газа и использовал молярный объём  $V_M$  :

$$\frac{pV_M}{T} = const$$

Но, согласно **закону Авогадро**, при одинаковых давлении  $p$  и температуре  $T$  моли всех газов занимают **одинаковый молярный объём  $V_M$** , поэтому эта газовая постоянная **будет одинаковой для всех газов**. Эту общую для всех газов постоянную обозначили  $R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} * \text{К})$  и назвали **универсальной газовой постоянной**.

- Тогда **для 1 моля** уравнением состояния идеального газа или уравнением Менделеева – Клапейрона:

$$pV_M = RT \quad \text{для } \nu \text{ молей:} \quad pV = \nu RT$$

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

уравнение состояния идеального газа или уравнение **Менделеева – Клапейрона**

- Вспомним, что **молярной массой  $M$**  называется **масса 1 моля** вещества :  $M = N_A m_0$

По определению постоянная Больцмана:

где  $m_0$  - массы одной молекулы

$$k = \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$$

$$pV = \nu RT = \nu N_A kT = NkT$$

$N$  – количество молекул в газе

## Представление уравнения состояния идеального газа в другом виде

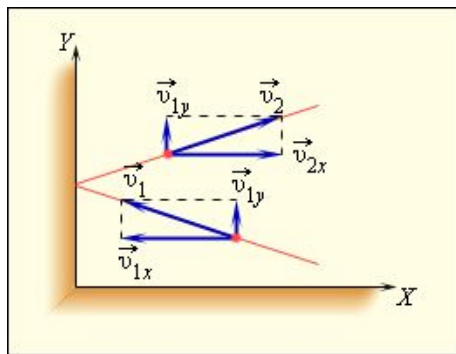
Таким образом

$$pV = NkT \rightarrow p = \frac{N}{V}kT \rightarrow \boxed{p = nkT}$$

$n$  - концентрации молекул

Связь давления и температуру через концентрацию молекул в газе

### Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа



- Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа – это **зависимость** давления  $p$  от **среднеквадратичной скорости** движения молекул  $v_{кв} = \langle v^2 \rangle$ .

$$\boxed{p = \frac{1}{3} m_0 n \langle v^2 \rangle}$$

$n$  - концентрации молекул газа:  $n = N/V$

Выразим в другом виде:

$$p = \frac{2}{3} \cdot \frac{m_0 \langle v^2 \rangle}{2} \cdot n$$



$$\boxed{p = \frac{2}{3} n \langle E_{кин} \rangle}$$

где

$$\langle E_{кин} \rangle = \frac{m_0 \langle v^2 \rangle}{2}$$

- **среднее значение кинетической энергии** поступательного движения одной молекулы.

- Формула связывает давление газа со **средней кинетической энергией** молекул идеального газа.

# Внутренние степени свободы молекул

Сравним две формулы:

$$p = nkT$$

уравнение состояния идеального газа

и

$$p = \frac{2}{3} n \langle E_{\text{кин}} \rangle$$

основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов

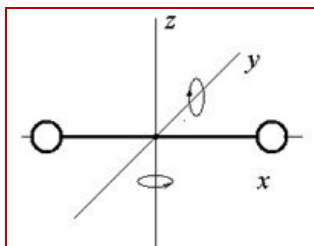
Тогда **средняя кинетическая энергия молекул газа** равна:

$$\langle E_{\text{кин}} \rangle = \frac{3}{2} kT$$

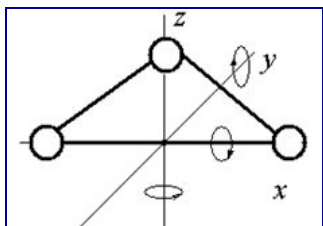
**Вывод:** абсолютная температура  $T$  есть величина, пропорциональная средней энергии поступательного движения молекул.

**Число степеней свободы** – это число независимых координат (переменных), которые полностью определяют положение системы в пространстве. Обозначают  $i$

**Молекулу одноатомного газа** рассматривают как материальную точку, которой приписывают **три степени свободы** поступательного движения:  $i=3$



**Молекула двухатомного газа** рассматривается как совокупность двух материальных точек, жестко связанных **недеформированной связью**. Эта система **кроме трёх степеней свободы** поступательного движения имеет **ещё две степени свободы** вращательного движения:  $i=5$



**Трёхатомная молекула** имеет **шесть степеней свободы**: три поступательные и три вращательные. Столько же степеней свободы будут иметь и **многоатомные молекулы** (четырёх, пяти и т.д.):  $i=6$

# Закон распределения энергии молекулы по степеням свободы

- Итак, на **поступательное движение** приходится три степени свободы, то:

$$\langle E_{\text{кин}} \rangle = \frac{3}{2} kT$$



на одну поступательную степень свободы в среднем приходится энергия:

$$\langle E_{\text{кин}0} \rangle = \frac{1}{2} kT$$

- Возникает вопрос:** Какая энергия в среднем приходится на вращательную степень свободы?
- В классической статистической физике выводится **закон (теорема) Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы:**
  - для статистической системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия, **на каждую поступательную и вращательную степени свободы** приходится в среднем одинаковая кинетическая энергия, равная  **$(1/2)kT$** .
- Тогда **кинетическая энергия одной молекулы, с жестко связанными атомами:**

$$\langle E_{\text{кин}} \rangle = \frac{i}{2} kT$$

где  **$i$**  – число степеней свободы.

- Естественно, что **жесткой связи между атомами не существует**, поэтому **для реальных молекул** необходимо учитывать также **степени свободы колебательного движения**.
- Колебательная степень** обладает **вдвое большей энергией** потому, что на неё приходится не только кинетическая, но и потенциальная энергия, причём средние значения кинетической и потенциальной энергий одинаковы.
- Поэтому на каждую **колебательную** степень свободы – в среднем приходится энергия равная  **$kT$** .
- Тогда **полное число степеней свободы** для молекулы газа:

$$i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} + 2i_{\text{колеб}}$$

# Внутренняя энергия идеального газа

- В середине XIX в. было доказано, что кроме механической энергии **макроскопические тела** обладают ещё и энергией, заключённой внутри самих тел.
- С точки зрения молекулярно-кинетической теории **внутренняя энергия  $U$  макроскопического тела** равна **сумме кинетических энергий** теплового движения всех молекул и **потенциальных энергий** взаимодействия всех молекул друг с другом.
- **Внутренняя энергия идеального газа** равна сумме кинетических энергий теплового движения всех молекул газа, т.к. потенциальная энергия взаимодействия равна нулю (**отсутствуют силы взаимодействия**):

$$U = N \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} k N_A T \frac{N}{N_A} = \frac{i}{2} \left( \frac{N}{N_A} \right) k N_A T = \frac{i}{2} \nu R T = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R T$$

количество молей  $\nu$   $R = k N_A$

универсальная газовая постоянная

Малое изменение внутренней энергии:

$$dU = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R dT = \frac{i}{2} \nu R dT$$

Конечное изменение внутренней энергии:

$$\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R \Delta T = \frac{i}{2} \nu R \Delta T$$

**Вывод:** изменение внутренней энергии  $\Delta U$  зависит прямо пропорционально от изменения температуры  $\Delta T$

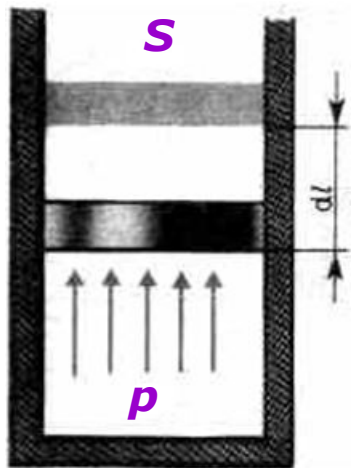
## 4. Количество теплоты и теплообмен

- **Теплообмен** - процесс передачи внутренней энергии от одного тела к другому **без совершения работы** (без изменения объема).
- **Количество теплоты  $Q$**  – это количество энергии, передаваемое системе внешними телами при теплообмене.
  - Сообщение системе теплоты  $Q$  не связано с макроскопическими перемещениями тел системы.
  - **Изменение внутренней энергии** при теплообмене состоит в том, что отдельные молекулы более нагретого тела в процессе неупругих столкновений **передают часть своей кинетической энергии** молекулам менее нагретого тела.
- Существует три вида **теплообмена**: теплопроводность, конвекция, излучение.
- **Теплопроводность** – это процесс теплообмена между телами при их непосредственном контакте, обусловленный хаотическим движением частиц тела.
- **Конвекция** - процесс переноса энергии, который осуществляется перемещением слоев жидкости и газа от места с более высокой температурой к месту с более низкой температурой. Конвекция наблюдается только в жидкостях и газах.
- **Излучение** - перенос энергии от одного тела к другому (а также между частями одного и того же тела) путем обмена электромагнитным излучением, т.е. теплообмен, обусловленный процессами испускания, распространения, рассеяния и поглощения электромагнитных волн.
  - **Передача энергии излучением** может осуществляться **при отсутствии** материальной среды, разделяющей поверхности теплообмена, т.е. в полном вакууме.

# Работа и внутренняя энергия

- Внутреннюю энергию можно также изменить путем **совершения работы**. Передача внешними телами энергии в форме работы сопровождается макроскопическими перемещениями внешних тел.
- Например:
  1. Если внешняя сила **вызывает деформацию тела**, то при этом изменяются расстояния между частицами, из которых оно состоит, а следовательно, **изменяется потенциальная энергия** взаимодействия частиц.
    - При неупругих деформациях, кроме того, изменяется температура тела, то есть изменяется кинетическая энергия теплового движения частиц.
    - Но при деформации тела совершается работа, которая и является **мерой изменения внутренней энергии тела**.
  2. Внутренняя энергия тела изменяется также при его **неупругом соударении** с другим телом.
    - При неупругом соударении тел их кинетическая энергия уменьшается, она превращается во внутреннюю.
    - **Мерой изменения кинетической энергии** тела, согласно теореме о кинетической энергии, является **работа действующих сил**.
  3. Изменение внутренней энергии тела происходит **под действием силы трения**, поскольку, как известно из опыта, трение всегда сопровождается изменением температуры трущихся тел.
    - Работа силы трения может служить **мерой изменения внутренней энергии**.

# Работа термодинамической системы



- Рассмотрим термодинамическую систему, для которой механическая энергия **не изменяется**, а изменяется лишь её внутренняя энергия.
- Допустим, что некоторая система (газ, заключённый в цилиндр под поршнем), обладая внутренней энергией  $U_1$ , получила некоторое **количество теплоты  $Q_1$** , и перейдя в новое состояние, которое характеризуется внутренней энергией  $U_2$  совершила работу  $A$  над внешней средой.
  - Количество теплоты  $Q_1$  считается **положительным**, когда оно **подводится** к системе,
  - а работа  $A$  – **положительной**, когда система совершает её **против** внешних сил.
- Определим в общем виде **внешнюю работу**, совершаемую газом при малом изменении его объёма.
- Пусть газ заключён в цилиндрический сосуд, закрытый плотно пригнанным легко скользящим поршнем. Если по каким – либо причинам газ **станет расширяться**, он будет перемещать поршень и **совершать над ним работу**.

Элементарная работа  $dA$ , совершаемая газом при перемещении поршня на отрезок  $dl$ :

$$dA = Fdl$$

где  $F = pS$  – сила давления, с которым газ действует на поршень

Произведем замену:

$$dA = pSdl = pdV$$

Тогда  
работа

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} dA = \int_{V_1}^{V_2} pdV$$



# Первое начало термодинамики

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} dA = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

Выражение справедливо при любых изменениях объёма твёрдых, жидких и газообразных тел.

- В соответствии с законом сохранения энергии при любом способе перехода системы из одного состояния в другое изменение внутренней энергии  $\Delta U$  будет одинаковым.
- Это изменение будет равно разности между количеством теплоты  $Q$ , полученной системой, и работой  $A$ , совершенной системой против внешних сил:

$$Q = \Delta U + A$$

- **Первое начало термодинамики:** теплота  $Q$ , сообщаемая системе, расходуется на изменение её внутренней энергии  $\Delta U$  и на совершение ею работы  $A$  против внешних сил.
- В дифференциальной форме первое начало термодинамики имеет вид:

$$\delta Q = dU + \delta A$$

- Если система периодически возвращается в первоначальное состояние, то изменение её внутренней энергии равно **нулю** ( $\Delta U=0$ ).
- Тогда согласно первому началу термодинамики  $A=Q$ , т.е. **невозможен вечный двигатель первого рода** – периодически действующий двигатель, **который совершал бы большую работу**, чем сообщённая ему извне энергия.

## 5. Теплоемкость. Виды теплоемкостей

- **Теплоёмкость тела** - величина, равная количеству теплоты  $Q$ , которое нужно сообщить телу, чтобы **повысить** его температуру **на один Кельвин**.
- Если при сообщении телу количества теплоты  $dQ$ , его температура повышается на  $dT$ , то его теплоемкость равна:
- Единица измерения теплоёмкости в СИ: [Дж/К]

$$C = \frac{dQ}{dT}$$

- Из определения следует, что теплоемкость тела будет зависеть от химического состава, массы, температуры, а также **от вида процесса**, определяющего изменение состояния тела при сообщении ему теплоты  $dQ$ .
- **Теплоёмкость моля вещества = молярная теплоёмкость** – величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания одного моля вещества на один Кельвин:

$$C^M = \frac{dQ}{\nu dT} \quad \left[ \frac{\text{Дж}}{(\text{моль} \cdot \text{К})} \right]$$

- **Удельная теплоёмкость** – это теплоёмкость единицы массы вещества – величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания одного килограмма вещества на один Кельвин:

$$c^{уд} = \frac{dQ}{m dT} \quad \left[ \frac{\text{Дж}}{(\text{кг} \cdot \text{К})} \right]$$

- Получим **связь** между молярной и удельной теплоёмкостями одного и того же вещества:

$$\frac{C^M}{c^{уд}} = \frac{m}{\nu} \quad \longrightarrow \quad C^M = c^{уд} M \quad \text{где } M \text{ – молярная масса вещества}$$

# Теплоемкости при постоянных $V$ и $p$

- Величина теплоёмкости **зависит от условий**, при которых происходит нагревание тела.
- Если нагревание происходит при постоянном объёме ( $V = \text{const}$  – изохорный процесс), то **теплоёмкость** называется **теплоёмкостью при постоянном объёме** и обозначается:

$$C_V^M = \left( \frac{dQ}{\nu dT} \right)_{V=\text{const}}$$

**Молярная теплоёмкость** при постоянном **объёме**

и

$$c_V^{y\partial} = \left( \frac{dQ}{m dT} \right)_{V=\text{const}}$$

**Удельная теплоёмкость** при постоянном **объёме**

- Если нагревание происходит при постоянном давлении ( $p = \text{const}$  – изобарный процесс), то **теплоёмкость** называется **теплоёмкостью при постоянном давлении** и обозначается:

$$C_p^M = \left( \frac{dQ}{\nu dT} \right)_{p=\text{const}}$$

**Молярная теплоёмкость** при постоянном **давлении**

и

$$c_p^{y\partial} = \left( \frac{dQ}{m dT} \right)_{p=\text{const}}$$

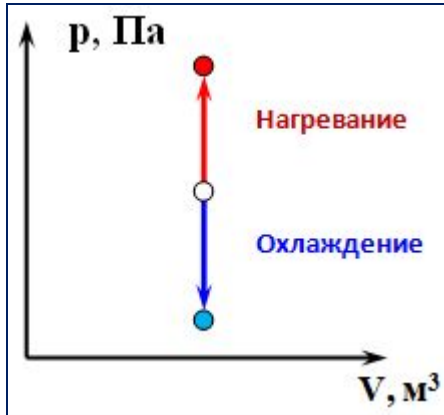
**Удельная теплоёмкость** при постоянном **давлении**

# Применение 1-го начала термодинамики в изопроцессах

## 1. Изохорический процесс $V = const$



$$\frac{p}{T} = const$$



### Изопроцесс

- Если газ нагревается или охлаждается при постоянном объёме, то  $dV=0$  и работа внешних сил равна нулю:

$$\delta A = p dV = 0 \quad \Rightarrow \quad A_{12} = \int_1^2 \delta A = 0$$

Сообщаемая газу извне теплота  $Q$  пойдёт только на увеличение его внутренней энергии  $U$ :

$$\delta Q = dU + \delta A \quad \Rightarrow \quad \delta Q = dU$$

Но  $C_V^M = \left( \frac{dQ}{v dT} \right)_{V=const} \quad \Rightarrow \quad C_V^M = \frac{dU}{v dT} \quad \Rightarrow \quad dU = v C_V^M dT$

**Молярная теплоёмкость** при постоянном **объёме**

Изменение внутренней энергии газа:

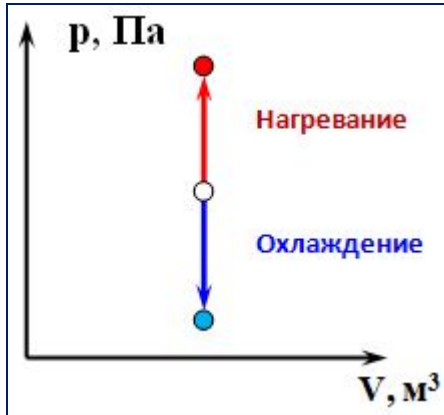
$$\Delta U = \int_{T_1}^{T_2} C_V^M v dT$$

# Применение 1-го начала термодинамики в изопроцессах

## 1. Изохорический процесс $V = const$



$$\frac{p}{T} = const$$



### Изопроцесс

- Если газ нагревается или охлаждается при постоянном объёме, то  $dV=0$  и работа внешних сил равна нулю:

$$\delta A = p dV = 0 \quad \rightarrow \quad A_{12} = \int_1^2 \delta A = 0$$

Сообщаемая газу извне теплота  $Q$  пойдёт только на увеличение его внутренней энергии  $U$ :

$$\delta Q = dU + \delta A \quad \rightarrow \quad \delta Q = dU$$

Но  $C_V^M = \left( \frac{dQ}{v dT} \right)_{V=const} \quad \rightarrow \quad C_V^M = \frac{dU}{v dT} \quad \rightarrow \quad dU = v C_V^M dT$

**Молярная теплоёмкость** при постоянном **объёме**

Изменение внутренней энергии газа:

$$\Delta U = \int_{T_1}^{T_2} C_V^M v dT$$

## Теплоемкости при изохорическом процессе

**Изопроцесс**

$$V = const$$

$$\frac{p}{T} = const$$

Если  $C_V^M = const$  (для идеального газа справедливо)

$$\Delta U = \nu C_V^M \int_{T_1}^{T_2} dT = C_V^M \nu (T_2 - T_1)$$

Получим выражения для молярной и удельной теплоемкостей идеального газа **при постоянном объеме.**

Вспомним, что для идеального газа изменение внутренней энергии зависит от количества степеней свободы  $i$ :

$$dU = \frac{i}{2} \nu R dT$$

Тогда **молярная теплоёмкость** при постоянном **объёме**

$$C_V^M = \frac{dU}{\nu dT} = \frac{i}{2} \frac{\nu R dT}{\nu dT} = \frac{i}{2} R$$

Удельная **теплоёмкость** при постоянном **объёме**

$$c_V^{\nu\partial} = \frac{C_V^M}{M} = \frac{i}{2} \frac{R}{M}$$

## Теплоемкости при изохорическом процессе

**Изопроцесс**

$$V = const$$

$$\frac{p}{T} = const$$

Если  $C_V^M = const$  (для идеального газа справедливо)

$$\Delta U = \nu C_V^M \int_{T_1}^{T_2} dT = C_V^M \nu (T_2 - T_1)$$



$$\Delta U = \nu C_V^M \Delta T$$



$$Q = \nu C_V^M \Delta T$$

Получим выражения для молярной и удельной теплоемкостей идеального газа **при постоянном объеме.**

Вспомним, что для идеального газа изменение внутренней энергии зависит от количества степеней свободы  $i$ :

$$dU = \frac{i}{2} \nu R dT$$

Тогда **молярная теплоёмкость** при постоянном **объёме**

$$C_V^M = \frac{dU}{\nu dT} = \frac{i}{2} \frac{\nu R dT}{\nu dT} = \frac{i}{2} R$$

Удельная **теплоёмкость** при постоянном **объёме**

$$c_{V,yd} = \frac{C_V^M}{M} = \frac{i}{2} \frac{R}{M}$$

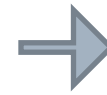
Аналогично находится работа, теплота и изменение внутренней энергии для изобарного процесса.

# Применение 1-го начала термодинамики в изопроцессах

## 2. Изобарический процесс

**Изопроцесс**

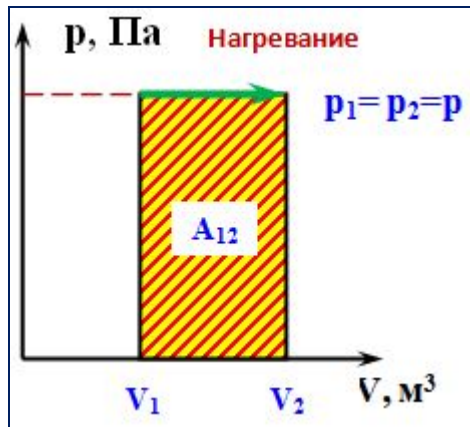
$$p = const$$



$$\frac{V}{T} = const$$

- Работа при постоянном давлении:

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p \int_{V_1}^{V_2} dV = p(V_2 - V_1) = pV_2 - pV_1 = \nu RT_2 - \nu RT_1 = \nu R(T_2 - T_1)$$



1-е начало термодинамики в данном случае:

$$\delta Q = dU + \delta A$$

$$C_p^M = \left( \frac{dQ}{\nu dT} \right)_{p=const}$$

**Молярная теплоёмкость** при постоянном **давлении**

$$C_p^M \nu dT = dU + p dV$$

$$p dV = \nu R dT$$

Продифференцируем при  **$p=const$** :

$$C_p^M \nu dT = \frac{i}{2} \nu R dT + \nu R dT$$

$$Q = \nu C_p^M \Delta T = \nu \frac{i+2}{2} R \Delta T$$

уравнение состояния идеального газа или уравнение Менделеева – Клапейрона.



## Теплоемкости при изобарическом процессе

**Изопроцесс**

$$p = \text{const}$$

$$\frac{V}{T} = \text{const}$$

Получим выражения для молярной и удельной теплоемкостей идеального газа **при постоянном давлении**.

$$C_p^M \nu dT = \frac{i}{2} \nu R dT + \nu R dT$$

$$C_p^M = \frac{i\nu R dT + 2\nu R dT}{2\nu dT} = \frac{i+2}{2} R$$

$$C_p^M = \frac{i+2}{2} R$$

Удельная **теплоёмкость** при постоянном **давлении**:

$$c_p^{уд} = \frac{C_p^M}{M} = \frac{i+2}{2} \frac{R}{M}$$

Тогда **молярная теплоёмкость** при постоянном **давлении**

$$C_p^M = \frac{i+2}{2} R = \frac{i}{2} R + R = C_V^M + R$$

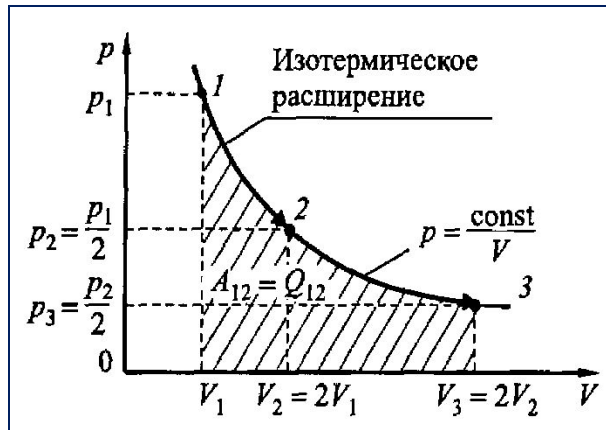
$$C_p^M = C_V^M + R$$

**Вывод:** Молярная теплоемкость  $C_p$  газа в процессе с постоянным давлением всегда больше молярной теплоемкости  $C_V$  в процессе с постоянным объемом

Мы получили **формулу Майера для молярных теплоемкостей**

# Применение 1-го начала термодинамики в изопроцессах

## 3. Изотермический процесс $T = const \rightarrow pV = const$

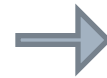


**Изопроцесс**

□ Работа равна:

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

$$pV = \frac{m}{M} RT$$



$$p = \frac{\nu RT}{V}$$

из уравнения Менделеева-Клапейрона

Работа при **постоянной** температуре:

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} \nu RT \frac{dV}{V} = \nu RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

где

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

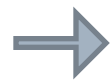
из уравнения Бойля-Мариотта

Тогда 
$$A_{12} = \nu RT \ln \frac{p_1}{p_2}$$

**1-е начало термодинамики** в данном случае:

$$\delta Q = dU + \delta A$$
 где  $dU = 0$  так как температура не изменялась

$$\delta Q = \delta A$$

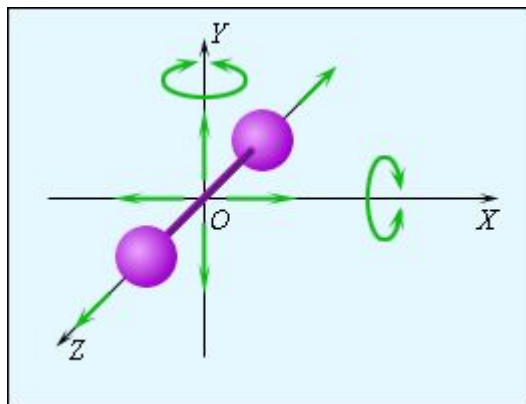


$$Q_{12} = A_{12} = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu RT \ln \frac{p_1}{p_2}$$

## Подитожим для изопроцессов

1-е начало термодинамики $Q = \Delta U + A$	Изохорный процесс $V = \text{const}$	Изобарный процесс $p = \text{const}$	Изотермический процесс $T = \text{const}$
Работа $A$	ноль	$A = \nu R \Delta T$	$A = \nu R T \ln \frac{V_2}{V_1}$ $A = \nu R T \ln \frac{p_1}{p_2}$
Изменение внутренней энергии $\Delta U$	$\Delta U = \nu C_V^M \Delta T$	$\Delta U = \nu C_V^M \Delta T$	ноль
Теплота $Q$	$Q = \nu C_V^M \Delta T$ $Q = \nu \frac{i}{2} R \Delta T$	$Q = \nu C_p^M \Delta T$ $Q = \nu \frac{i+2}{2} R \Delta T$	$Q = \nu R T \ln \frac{V_2}{V_1}$ $Q = \nu R T \ln \frac{p_1}{p_2}$

# Спасибо за внимание!



**Двухатомная молекула**, которая имеет 3 поступательных и 2 вращательных степени свободы.

Итого  $i=5$