

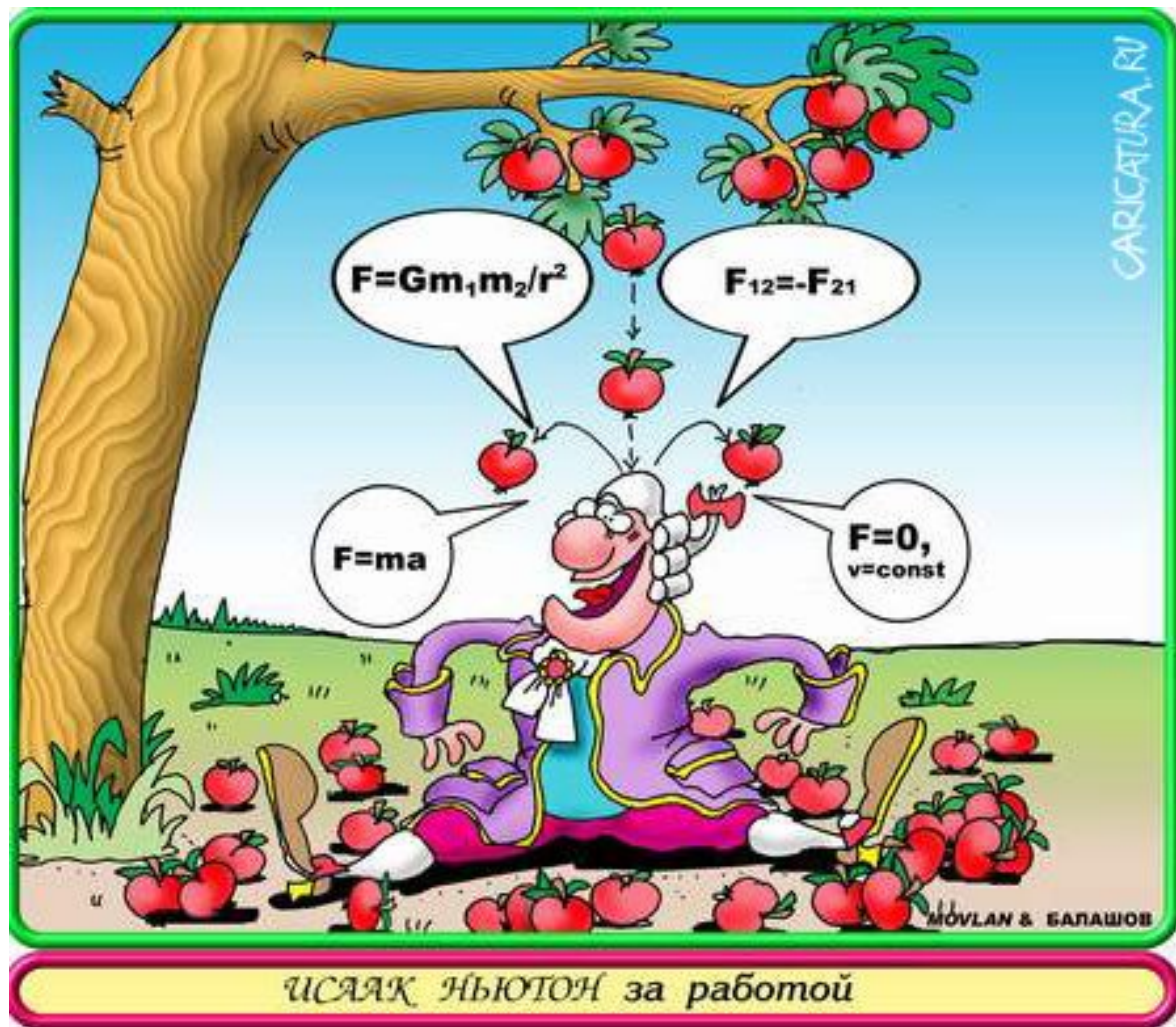
# Гравиметрия

---

Лекция 5.

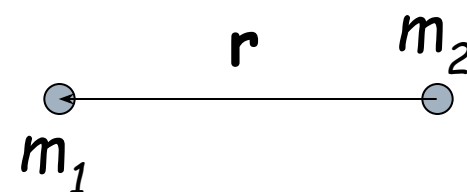
- 
- Гравиметрия, или гравиразведка – метод геофизики, изучающий пространственные изменения силы тяжести.
  - Последние обусловлены многими факторами, но геологов интересуют в основном те, которые связаны с неодинаковой плотностью горных пород.
  - Гравиметрия изучает очень слабые вариации ускорения свободного падения  $g$  (миллионные доли его полной величины)
-

# 5.1 Закон всемирного тяготения



$$\mathbf{F} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}$$

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ кг}^{-2} \text{ с}^{-2}$$

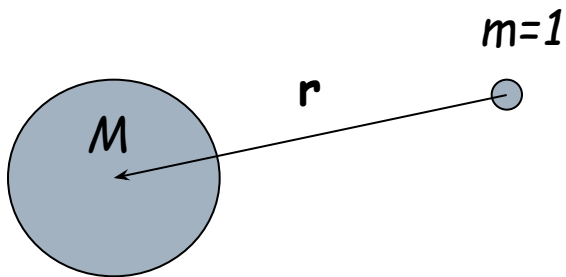


# Если одна из масс - большая

---

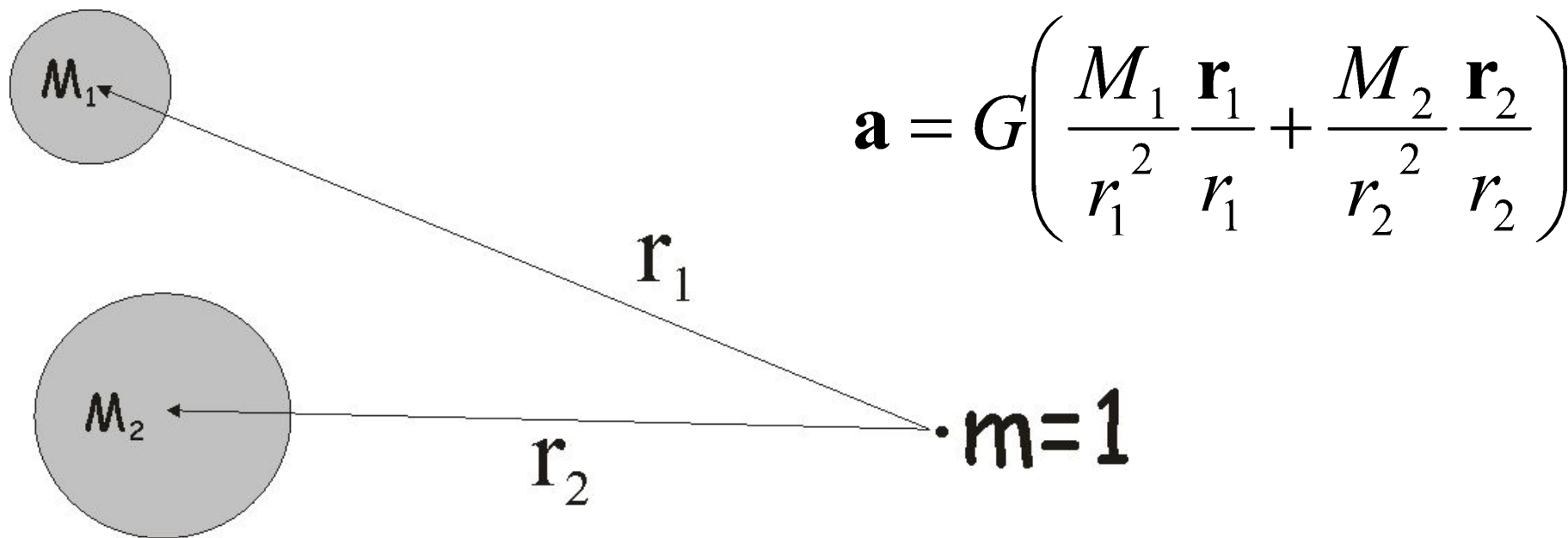
$$\mathbf{a} = G \frac{M}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \quad \text{ускорение}$$

$$(\mathbf{F} = m\mathbf{a})$$



# Если масс (источников гравитационного поля) несколько

---

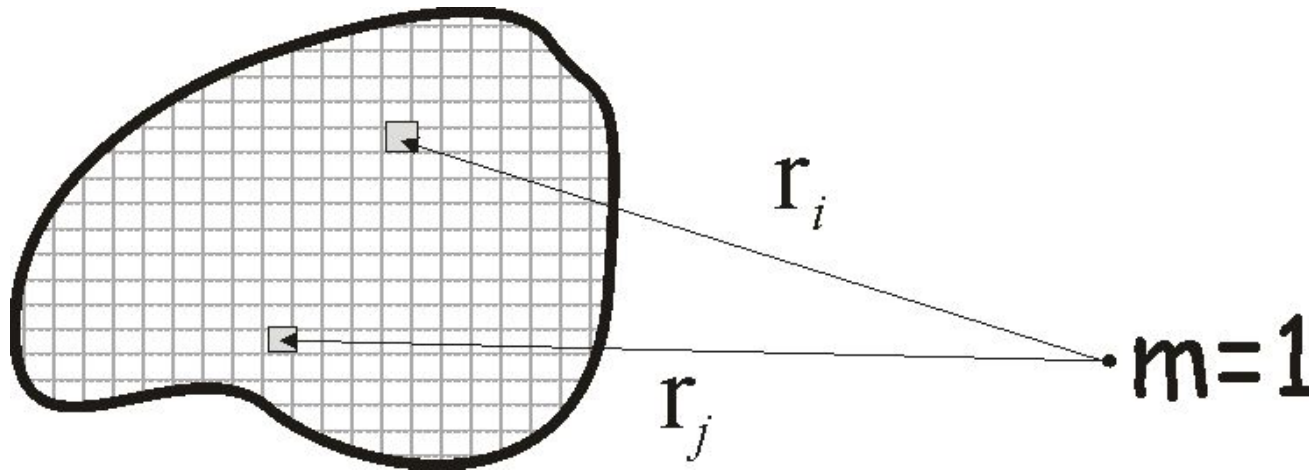


---

Вновь принцип суперпозиции: действие каждого источника - независимо

# Если тело не точка и не шарик?

---



$$\mathbf{a} = G \left( \frac{M_1}{r_1^2} \frac{\mathbf{r}_1}{r_1} + \dots + \frac{M_i}{r_i^2} \frac{\mathbf{r}_i}{r_i} + \dots + \frac{M_j}{r_j^2} \frac{\mathbf{r}_j}{r_j} + \dots \right)$$

---

Разделим тело на маленькие области (почти шарики) и просуммируем гравитационный эффект от каждого из них

# Гравитационный потенциал: скаляр вместо вектора

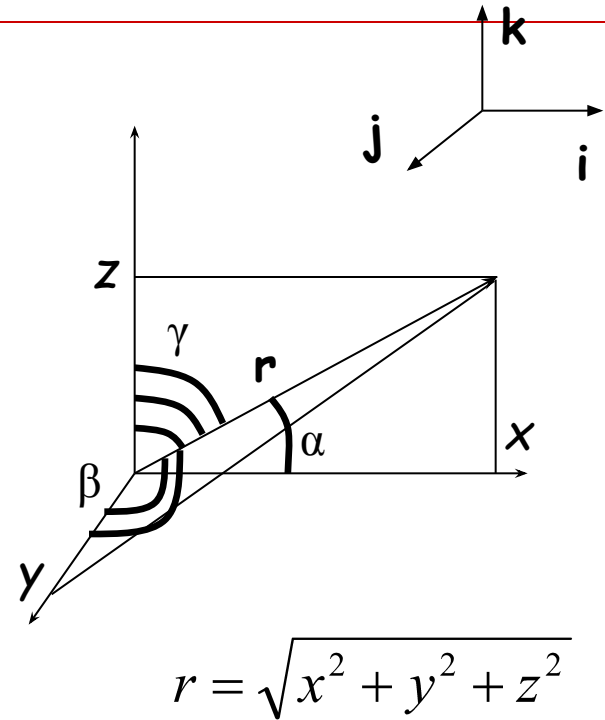
$$V = G \frac{M}{r}$$

$$-\frac{dV}{dr} = G \frac{M}{r^2}$$

$$-\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{\partial V}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} = G \frac{M}{r^2} \frac{x}{r} = a \cos \alpha = a_x$$

$$-\frac{\partial V}{\partial y} = G \frac{M}{r^2} \frac{y}{r} = a \cos \beta = a_y$$

$$-\frac{\partial V}{\partial z} = G \frac{M}{r^2} \frac{z}{r} = a \cos \gamma = a_z = g \quad \mathbf{a} = -\left( \frac{\partial V}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \mathbf{k} \right) = -grad(V)$$

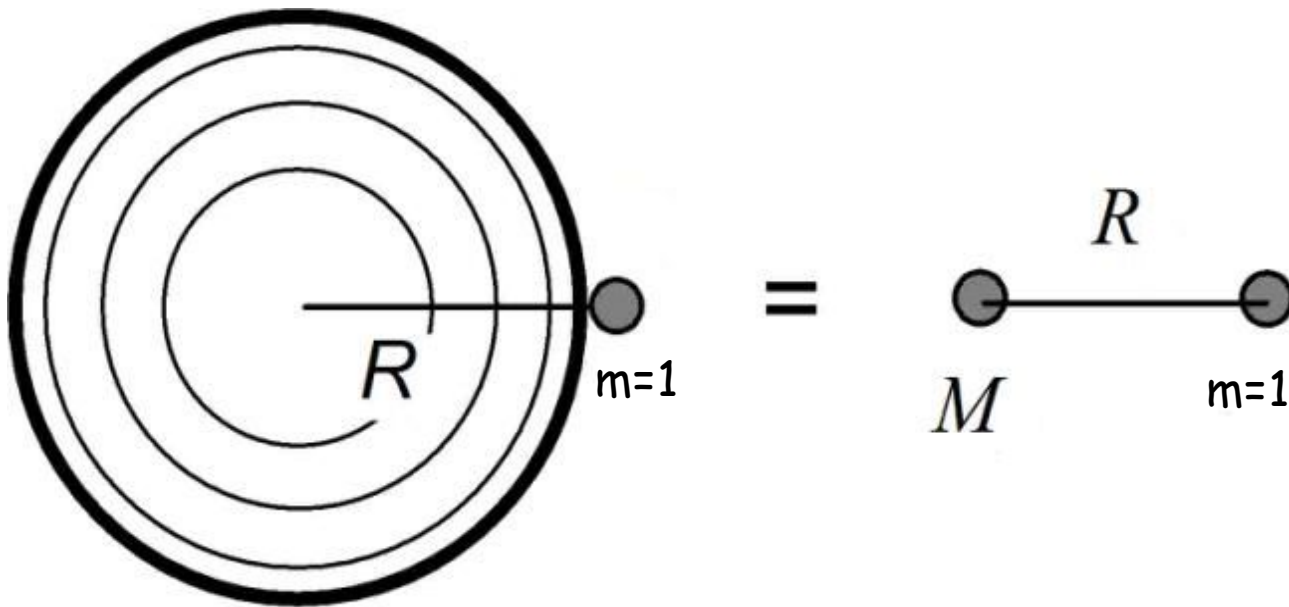


Скалярный потенциал удобнее суммировать, чем векторное ускорение

# Притяжение слоистой сферической Земли

---

$$g = G \frac{M}{R^2}$$





## 5.2 Плотность минералов и горных пород

---

$$\sigma = \frac{m}{V} = \frac{m_T + m_{Ж} + m_{Г}}{V} = \frac{\sigma_T V_T + \sigma_{Ж} V_{Ж} + \cancel{\sigma_{Г} V_{Г}}}{V}$$

$$n = \frac{V_{пор}}{V}, S = \frac{V_{Ж}}{V_{пор}} \quad n - \text{пористость, } S - \text{насыщенность}$$

$$\sigma = (1 - n)\sigma_T + \sigma_{Ж} n S$$

T - твердая, ж - жидкая, г - газовая фазы

---

# Жидкая фаза

---

Вода:  $1.010 - 1.240 \text{ г/см}^3$

Нефть:  $0.72 - 1 \text{ г/см}^3$

---

# Минералы: плотность зависит от

---

- Пористости;
  - Средней атомной массы;
  - Упаковки (ионный радиус, валентность, тип связи)
  - *Плотность рудных минералов определяется в большей степени атомной массой, а породообразующих – упаковкой*
-

# Классификация минералов по плотности

---

Плотные:  $\sigma > 4.0 \text{ г/см}^3$  -

Ау (21.3), уранинит (9.0), касситерит (7.03), гематит (5.2), магнетит (5.1), пирит (4.9), циркон (4.7), хромит (4.4), барит (4.5)

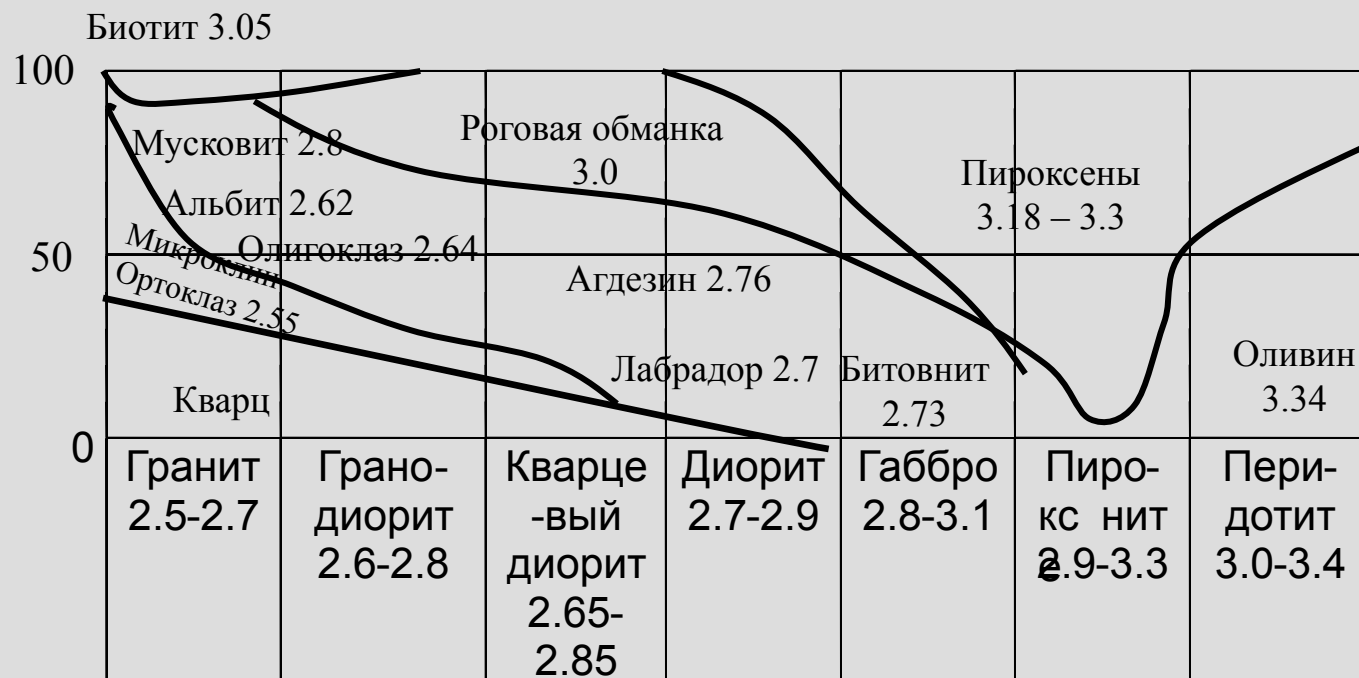
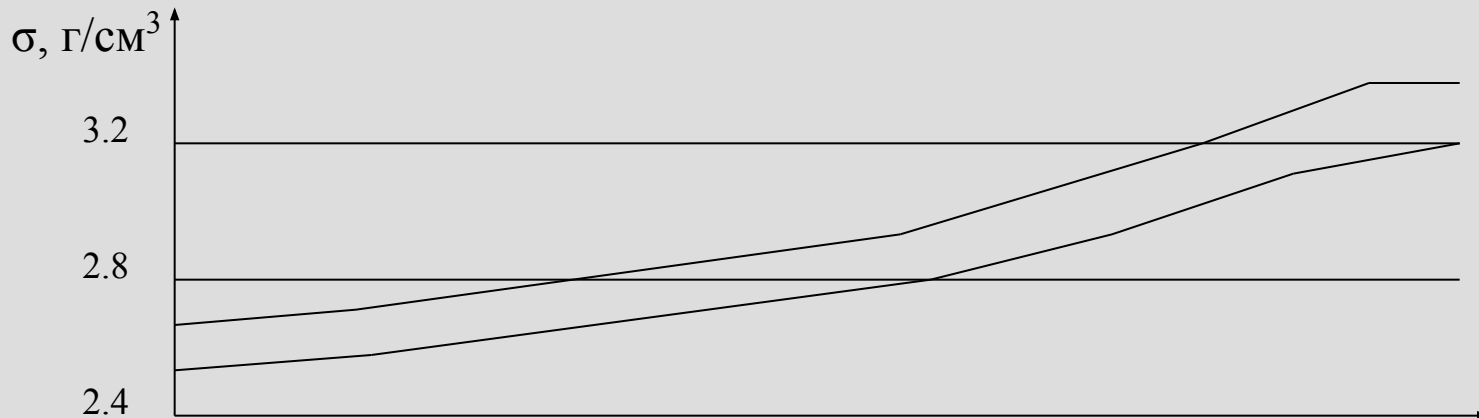
Средней плотности:  $\sigma = 2.5 \dots 4.0 \text{ г/см}^3$  -

Серпентин (2.55), кварц (2.6) плагиоклазы (2.62 Ab) (2.76 An), амфиболы (2.85-3.6), пироксены (3.18-3.3) алмаз (3.5\*)

Малой плотности:  $\sigma < 2.5 \text{ г/см}^3$  -

Янтарь (1.6), опал (2.0\*), графит (2.2), гипс (2.3) ортоклаз (2.47), галит (2.17)

# Магматические породы



# Осадочные породы

---

Песчаники	Сланцы	Известняки	Доломиты	Каменная соль
1.6 - 2.7	1.6 - 2.7	1.9 - 2.9	2.0 - 2.9	2.12 - 2.22

$\sigma = 2.72 - 2.5 \cdot n$  - для терригенных пород (по экспериментальным данным)

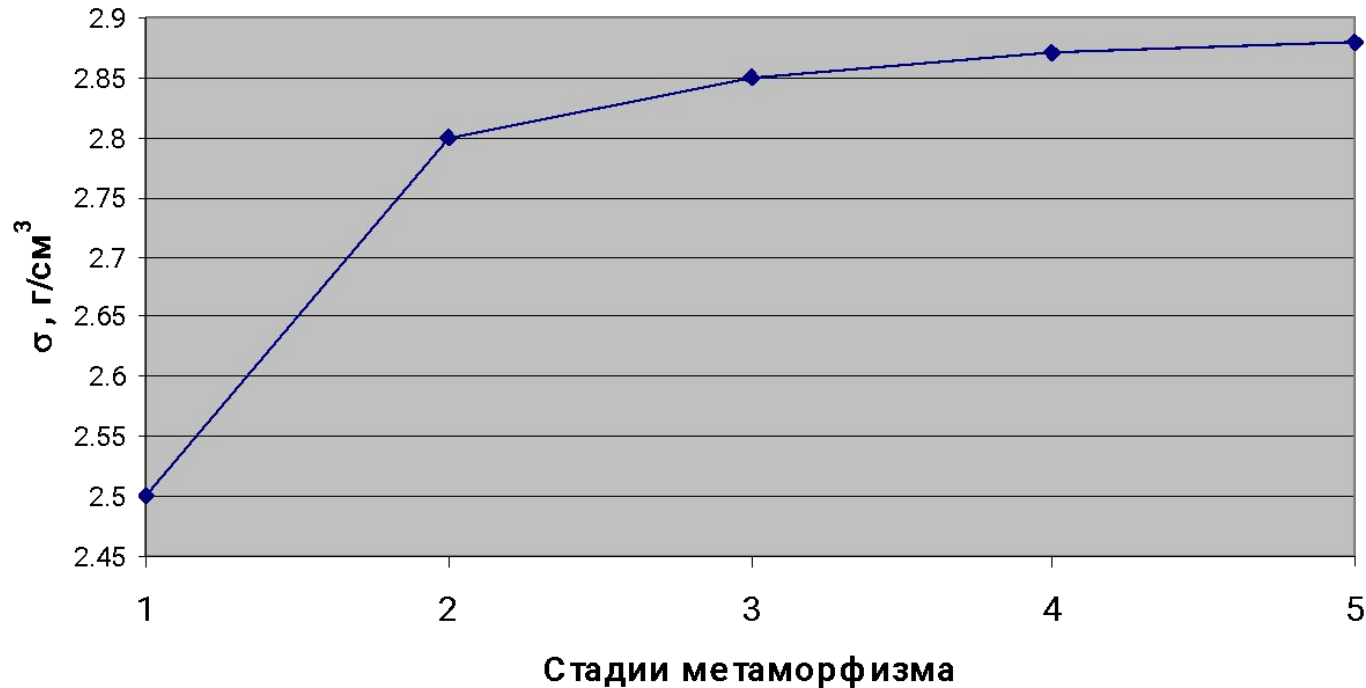
$n = n_0 \exp(-0.45h)$  - экспериментальная зависимость пористости песчаников от глубины залегания

---

# Метаморфические породы

---

Изменение плотности глинистых сланцев при региональном метаморфизме

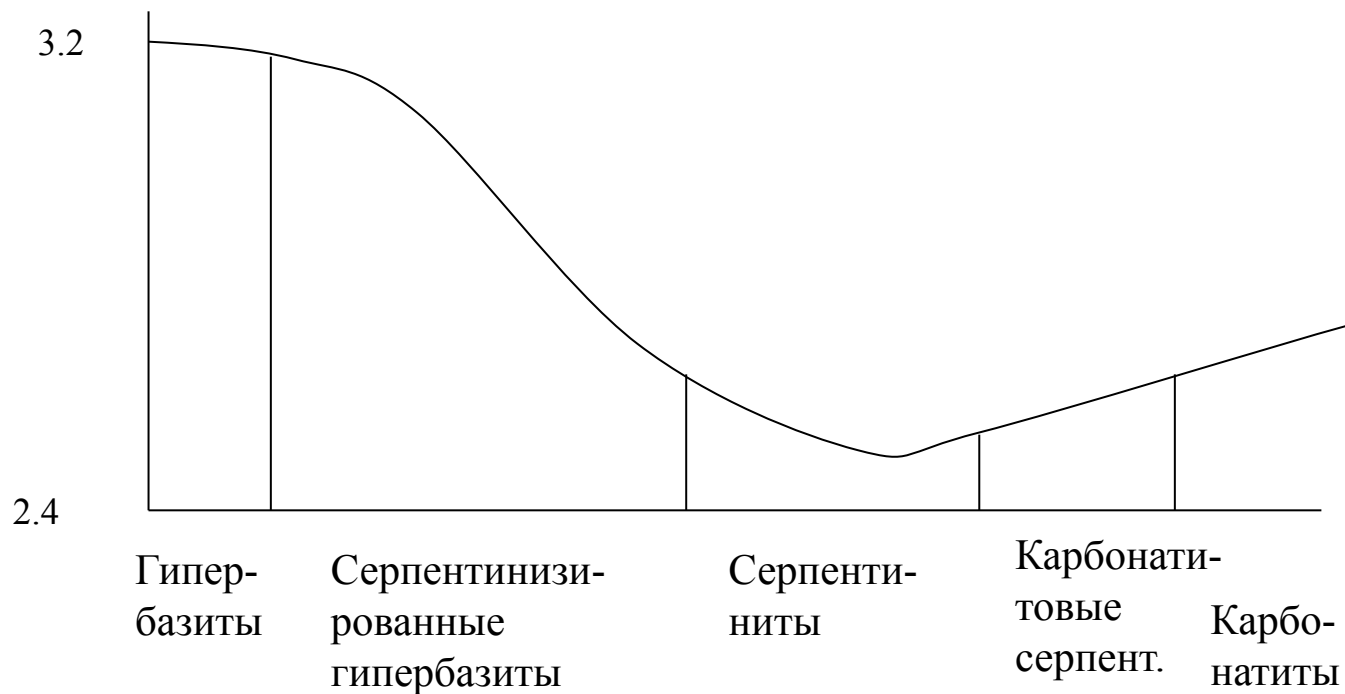


---

1 - глинистый сланец, 2 - филлиты, 3 - уплотненные филлиты,  
4 - биотитовые гнейсы, 5 - кордиерит-биотитовые гнейсы

# Метаморфические породы

---





# Метаморфические породы: как правило

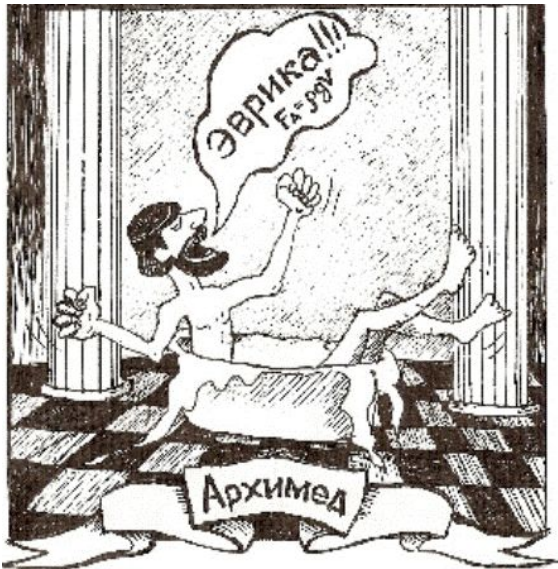
---

- Первично осадочные породы уплотняются
  - Магматические породы становятся легче
  - Бывают и исключения: (рассланцевание магматических пород без их перекристаллизации и изменения химического состава при слабом динамометаморфизме)
-

# Измерение плотности

Гидростатическое  
взвешивание  
образцов

$$\sigma = \frac{P_1}{P_1 - P_2}$$



$P_2$  - вес в воде  
 $P_1$  - вес в воздухе

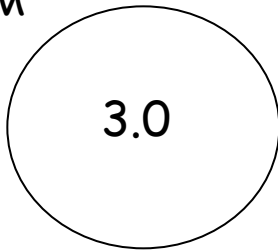
Использование гамма-излучения  
(раздел о радиометрии)

# Избыточная плотность

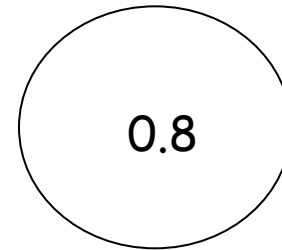
---

---

$$\sigma = 2.2 \text{ г/см}^3$$

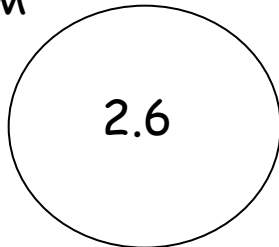


=

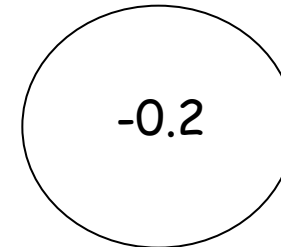


---

$$\sigma = 2.8 \text{ г/см}^3$$



=



## 5.3 Редукции силы тяжести

---

Единицы измерения:

- $\text{м/с}^2$  – слишком много
  - $\text{см/с}^2 = 10^{-2} \text{ м/с}^2 = \text{Гал}$  - тоже слишком много
  - $10^{-5} \text{ м/с}^2 = 10^{-3} \text{ Гал} = \text{мГал}$
-

# Зависимость силы тяжести от широты: теоретическое описание на основе эллипсоида вращения

---

- Референц-эллипсоид – эллипсоид вращения с экваториальным радиусом 6378 км и полярным радиусом 6357 км (сжатие  $3.3 \cdot 10^{-3}$ );
- Зависимость поля референц-эллипсоида от широты:

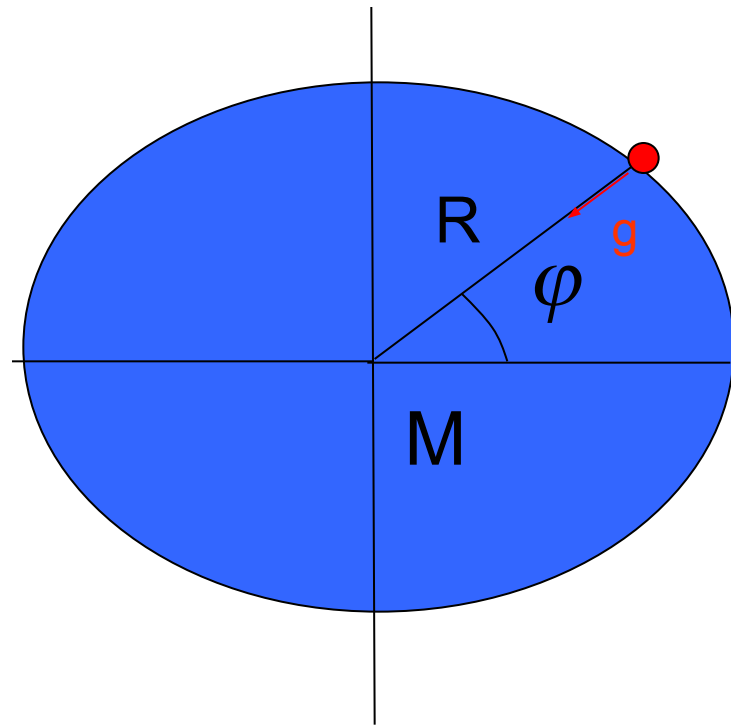
$$\gamma = \gamma_0(1 + c_1 \sin^2(\varphi) + c_2 \sin^4(\varphi)),$$

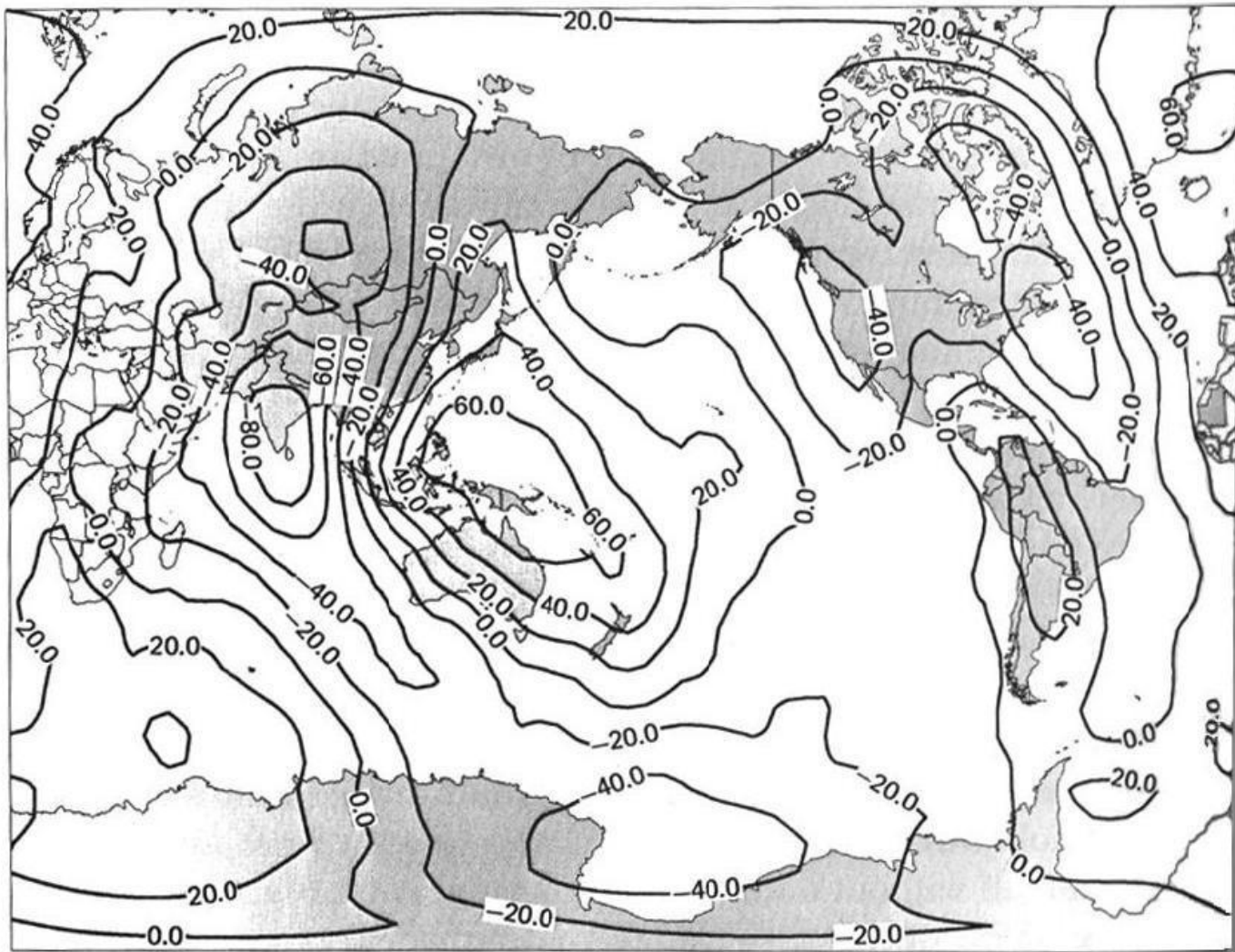
$$\gamma_0 = 9.78031846 \text{ м/с}^2,$$

$$c_1 = 0.005278895,$$

$$c_2 = 0.000023462$$

(модель GRS 1967 г.)





### Высотные аномалии геоида

Геоид: Геоид: экспериментальное описание поверхности Земли - эквипотенциальная поверхность поля силы тяжести, совпадающая с невозмущенной поверхностью Мирового океана

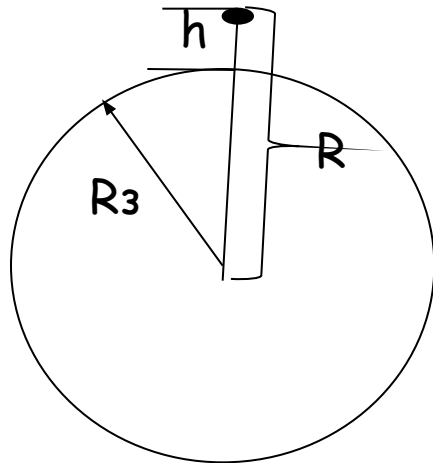
# Аномалия силы тяжести

$$\Delta g = g - \gamma$$

Правильно характеризовала бы гравитационное поле, если бы оно было измерено на уровне моря

Внимание:

Разновысотные измерения!



$$g = G \frac{M}{R^2}$$

$$R = R_3 + h$$

$$\begin{aligned} \frac{dg}{dh} &= \frac{dg}{dR} = -2G \frac{M}{R^3} \\ &= -\frac{2}{R} G \frac{M}{R^2} = -2 \frac{g}{R} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \delta g_h = -2 \frac{g}{R} h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \delta g_h = -0.3086h$$

Аномалия Фая  
(в свободном воздухе)

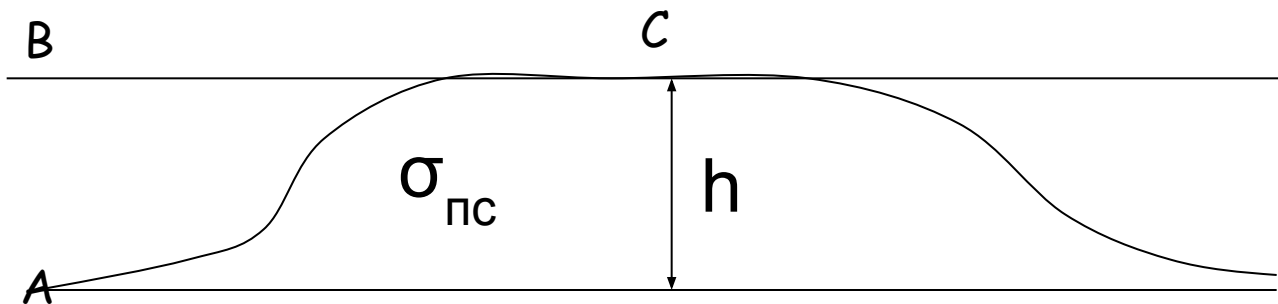
## Редукция Фая

---

$$\Delta g = g - (\gamma + \delta_h) = g - \gamma + 0.3086h$$

Внимание!

Что не учитывается в редукции Фая?



$$\delta g_{nc} = 2\pi G \sigma_{nc} h = 0.0419 \sigma_{nc} h$$

Притяжение промежуточного слоя

---

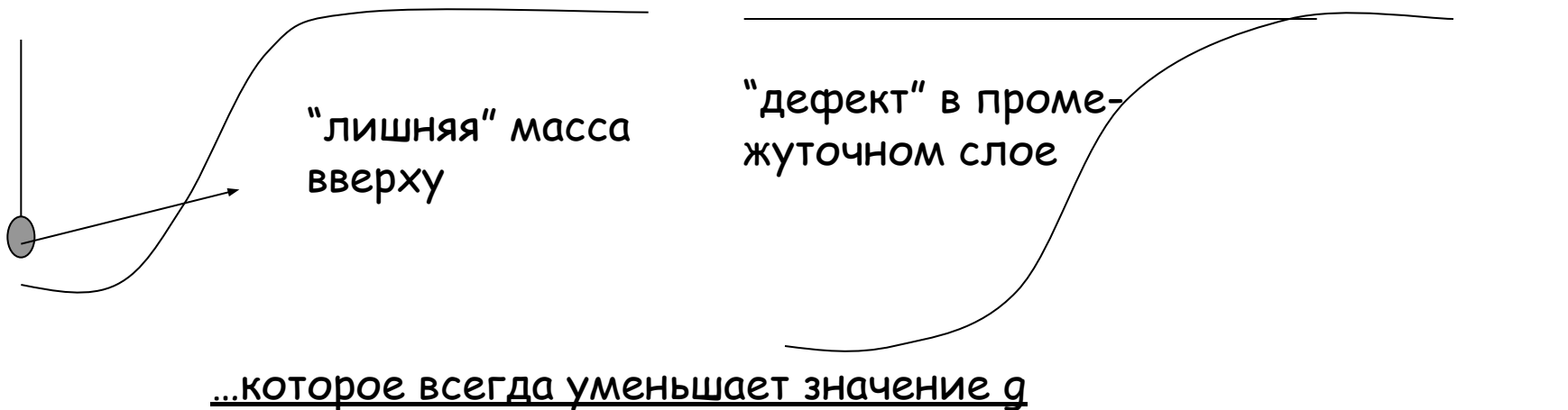


# Редукция Буге

$$\Delta g = g - \gamma + (0.3086 - 0.0419\sigma_{nc})h$$

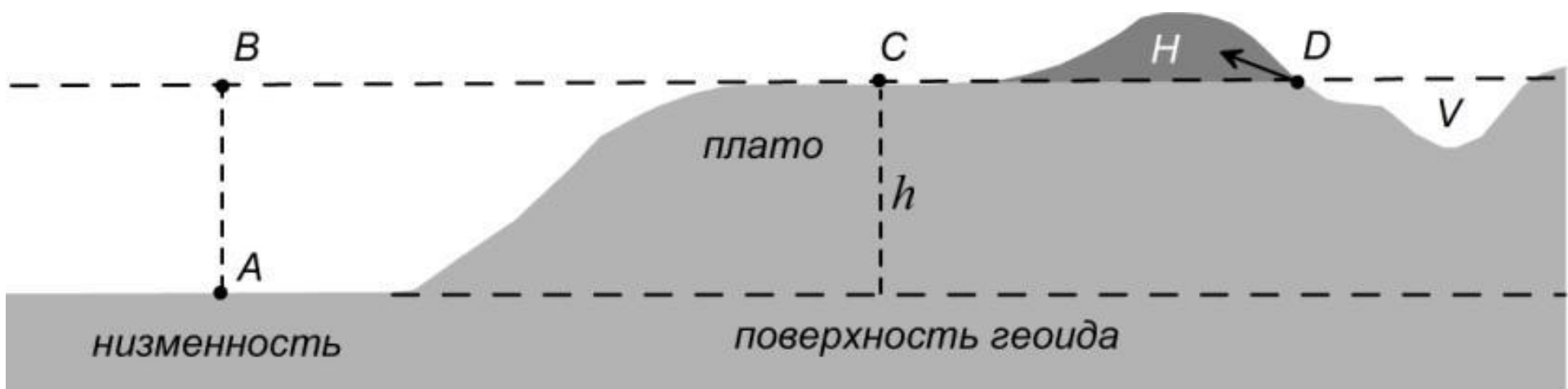
$\sigma_{nc} = 2.67 \text{ г/см}^3$  (стандартное значение) и  
 $= 2.3 \text{ г/см}^3$  (осадочные породы)

Не учтено только влияние рельефа...



# Резюме: последовательность редукций

---



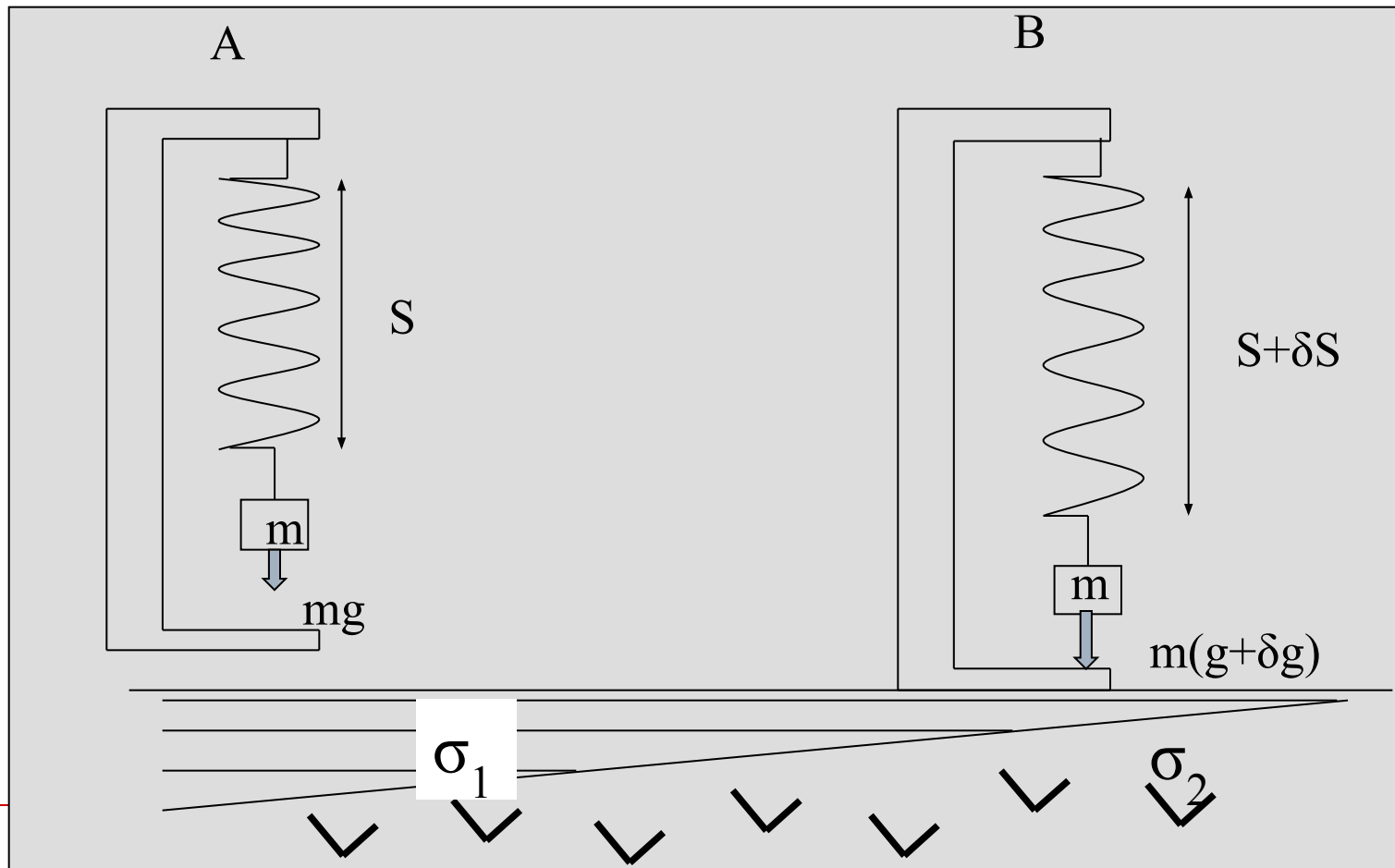
низменность

поверхность геоида

---

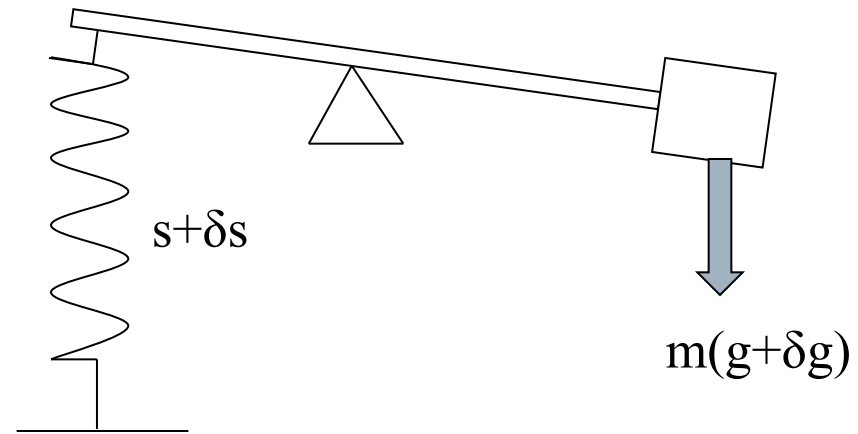
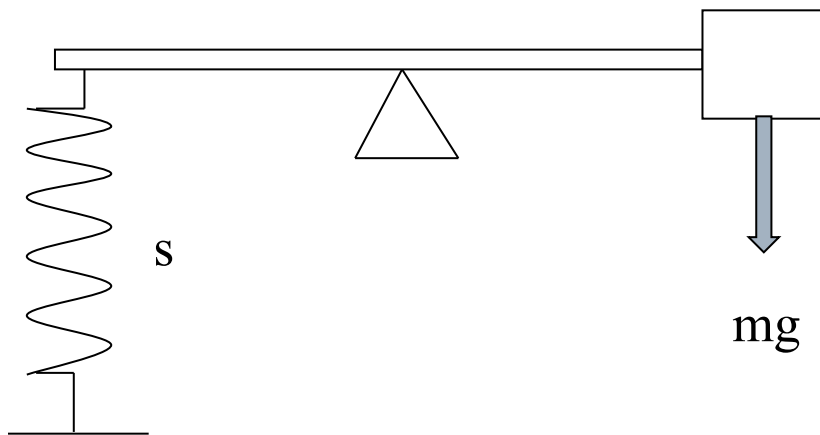
# 5.4 Измерение гравитационного поля

Принцип статического гравиметра: простая пружина



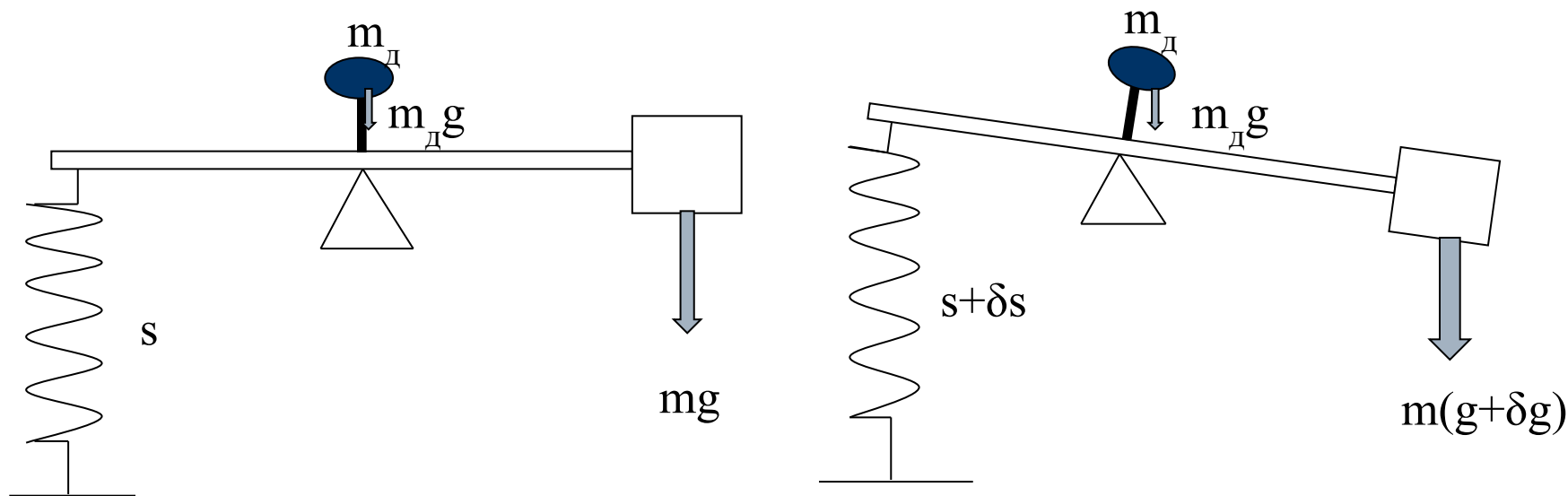
# Или пружина с рычагом

---



# Необходим “усилитель”- принцип астазированной гравиметра

---

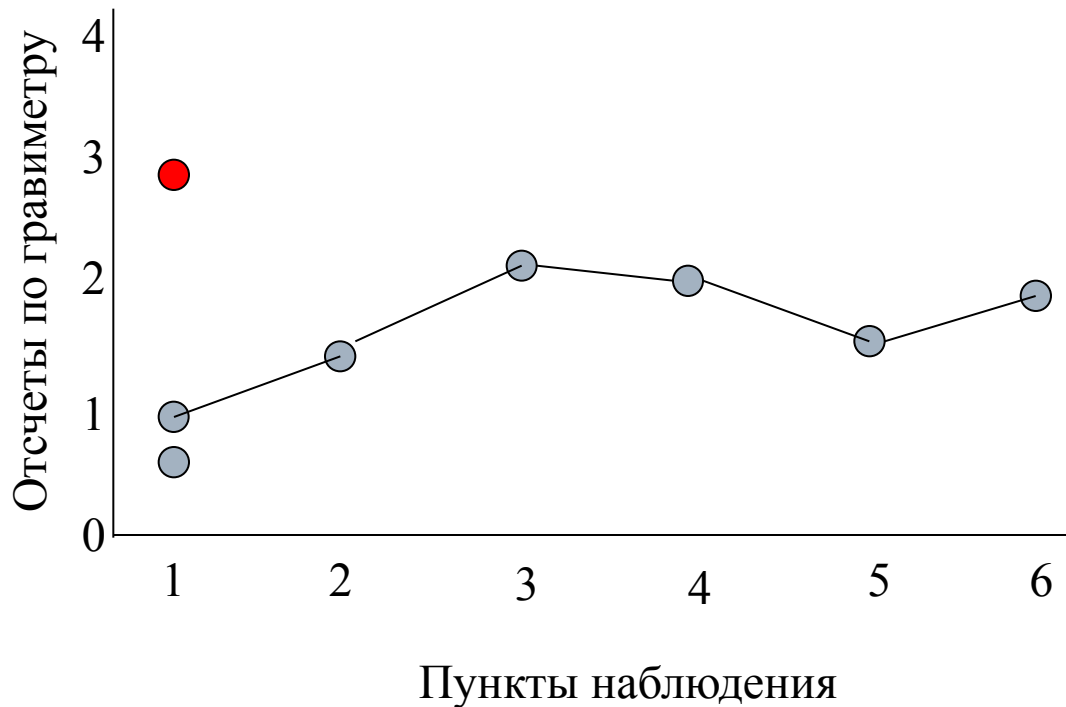


Вместо  $m_D$  обычно используют дополнительную пружину

---

# Смещение нуля гравиметра

---

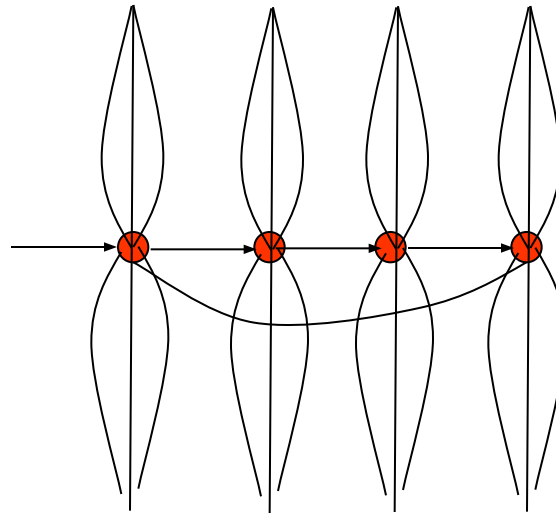
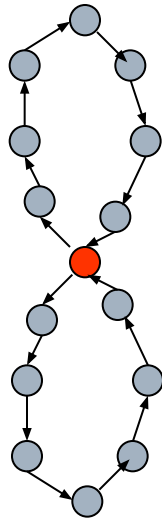


---

Что мы измеряем, аномалию или смещение нуля прибора?

# Как учесть смещение нуля?

---



- Пункты рядовой съемки
  - Опорные пункты
-

## 5.5 Интерпретация гравитационных аномалий

---

- Простейший случай: аппроксимация реальных геологических объектов телами простой формы
  - Составные тела и их подбор
  - Однозначно ли решение, которое мы получаем?
-



## 5.4.1 Аномалии тел простой формы

---

- Горизонтальный круговой цилиндр
  - Материальная полуплоскость
  - Уступ
  - Шар
-

# Горизонтальный круговой цилиндр

$$\Delta g = 2G\lambda \frac{h_c}{x^2 + h_c^2}$$

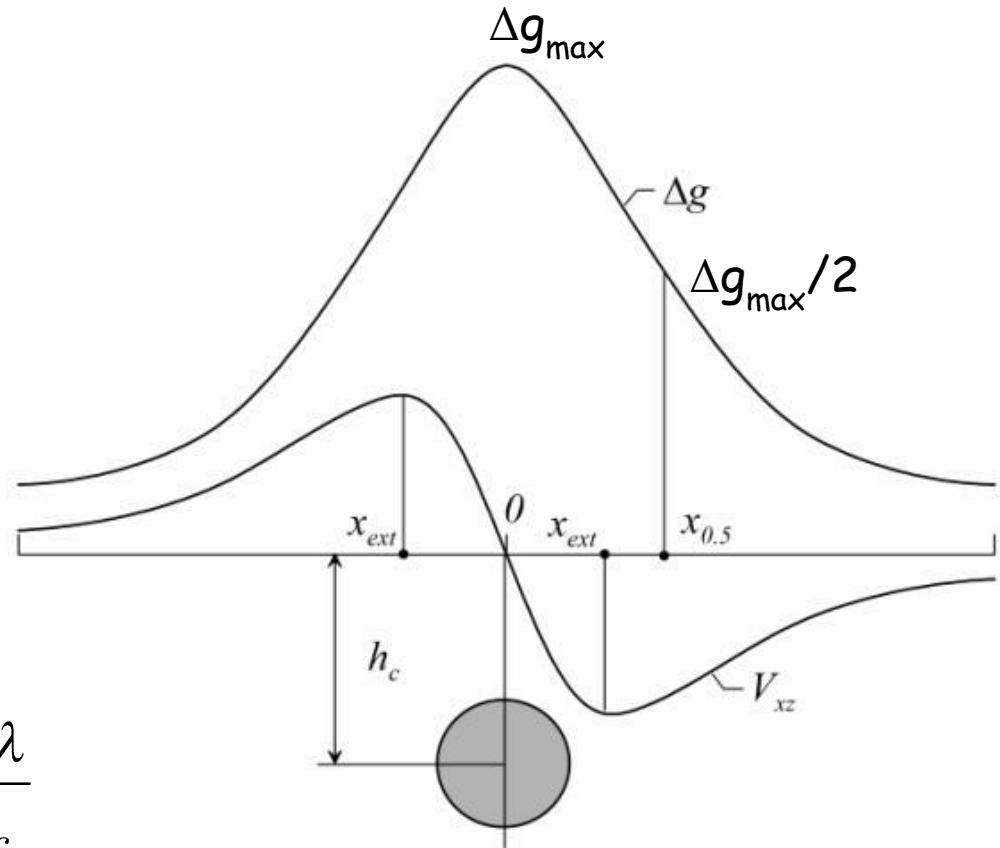
$$V_{xz} = -4G\lambda \frac{h_c x}{(x^2 + h_c^2)^2}$$

$$\lambda = \sigma S$$

$$\Delta g_{\text{макс}} = \frac{2G\lambda}{h_c}$$

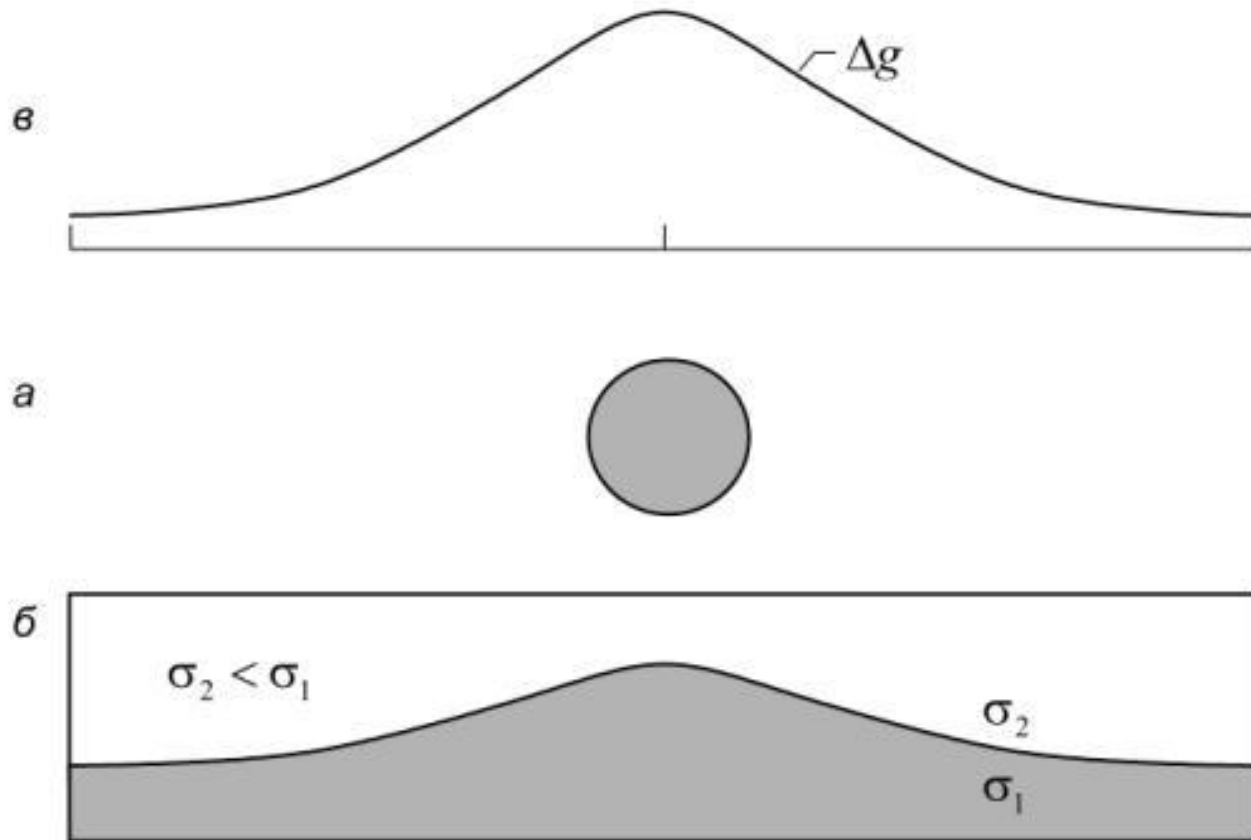
$$\frac{\Delta g_{\text{макс}}}{2} = 2G\lambda \frac{h_c}{x_{0.5}^2 + h_c^2} = \frac{G\lambda}{h_c}$$

$$x_{0.5} = h_c \quad \lambda = \frac{\Delta g_{\text{макс}} h_c}{2G}$$



Складка: модель эквивалентная цилиндру по полю: два столь разных объекта могут создавать тождественно равные поля

---

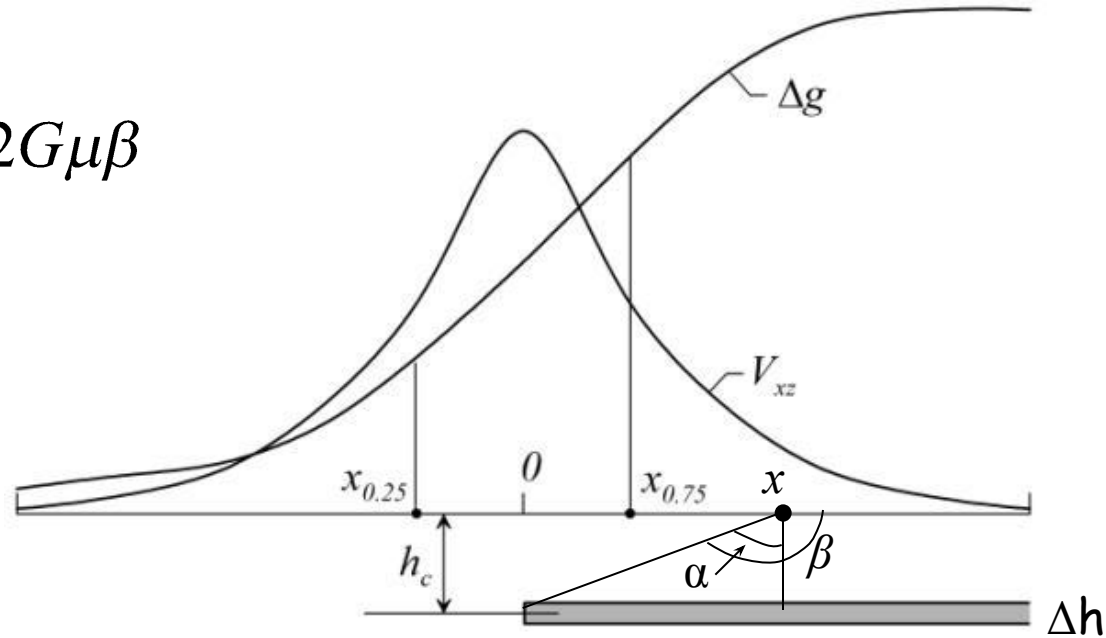


# Горизонтальная полуплоскость: “гравитационная ступень”

$$\Delta g = 2G\mu \left( \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg} \frac{x}{h_c} \right) = 2G\mu\beta$$

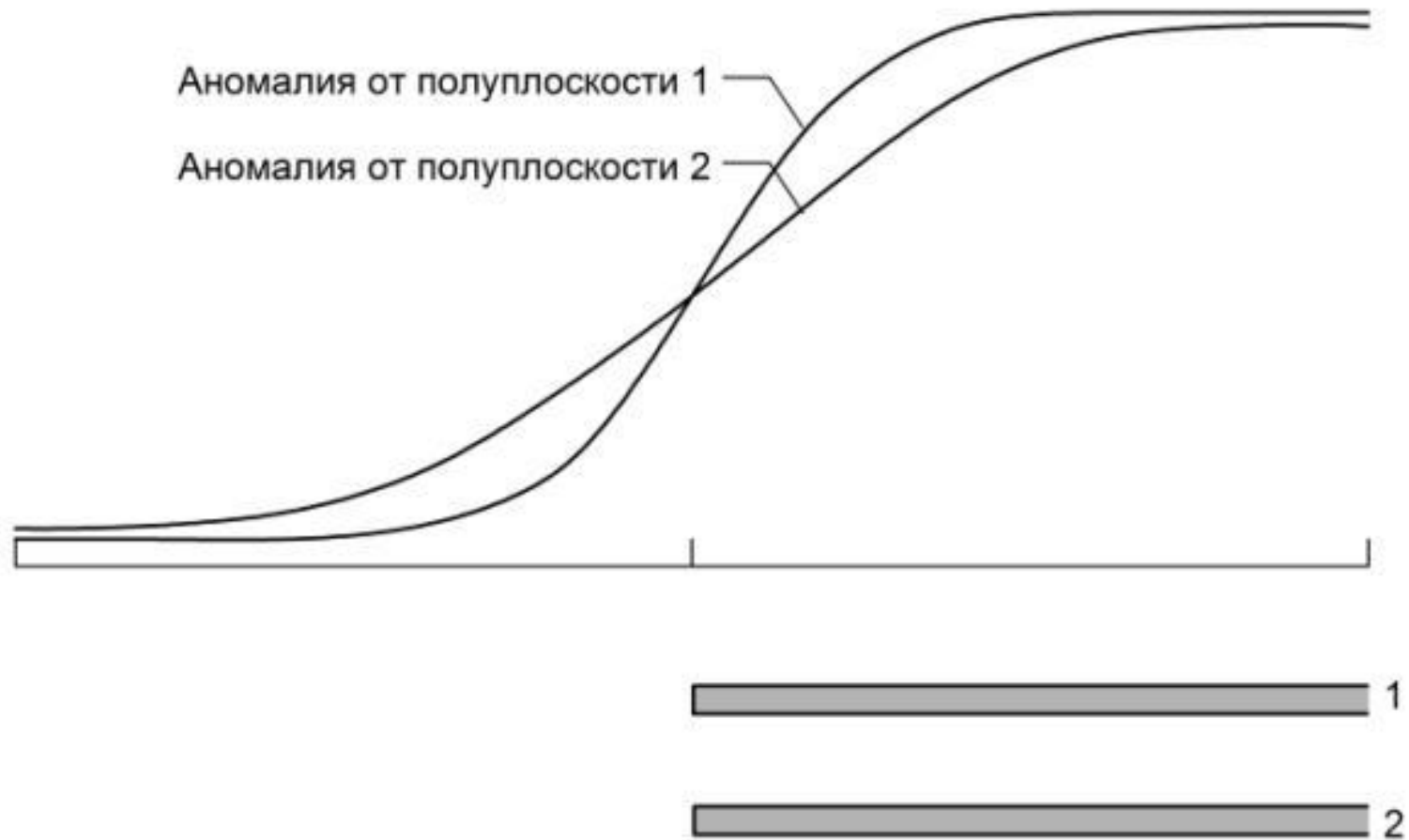
$$\mu = \sigma\Delta h$$

$$V_{xz} = 2G\mu \frac{h_c}{h_c^2 + x^2}$$



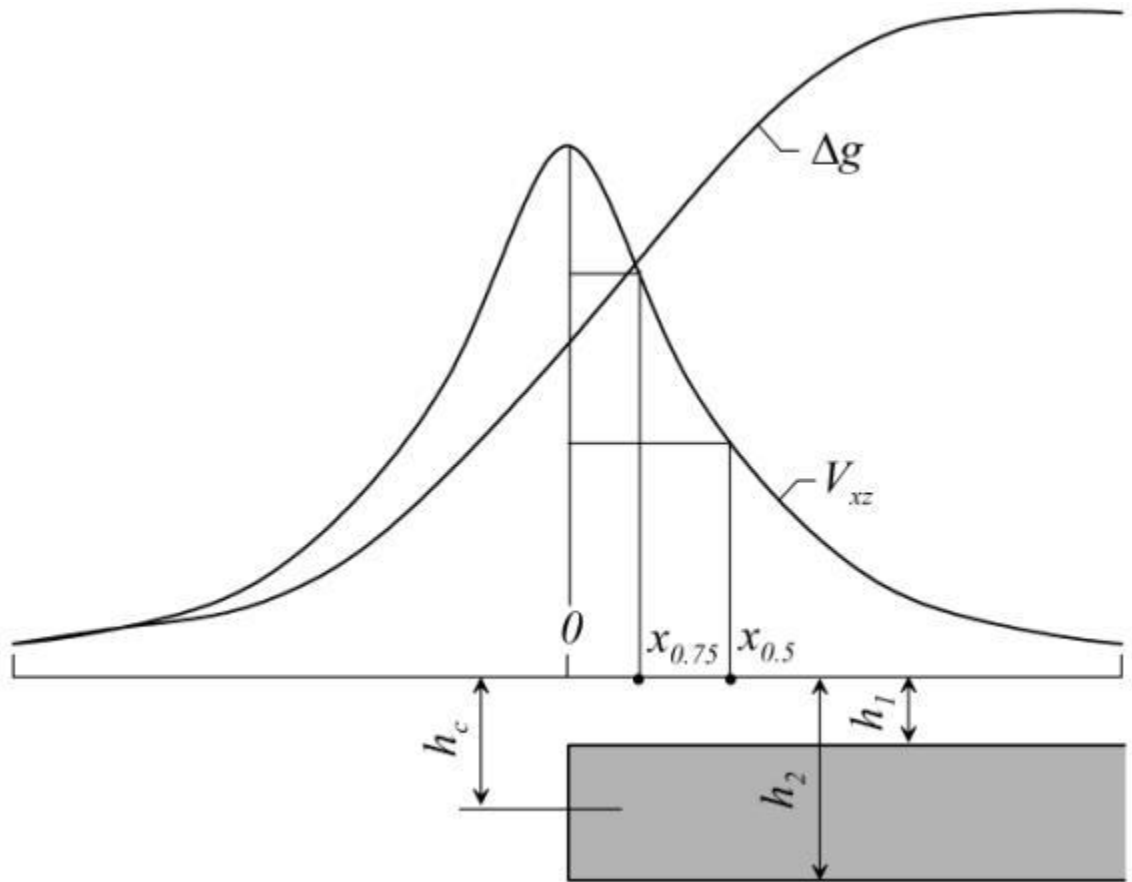
$$|x_{0.25}| = |x_{0.75}| = h_c$$

$$\Delta g(+\infty) = 2G\mu \left( \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right) = 2G\mu\pi$$



Влияние глубины залегания полуплоскости на форму аномалии

# Уступ



$$\Delta g = G\sigma \left( \pi(h_2 - h_1) + 2h_2 \operatorname{arctg} \frac{x}{h_2} - 2h_1 \operatorname{arctg} \frac{x}{h_1} + x \ln \frac{x^2 + h_2^2}{x^2 + h_1^2} \right)$$

$$V_{xz} = G\sigma \ln \frac{x + h_2^2}{x + h_1^2}$$

$$\Delta g(+\infty) = 2\pi G\sigma(h_2 - h_1) \Rightarrow h_2 - h_1 = \frac{\Delta g(+\infty)}{2\pi G\sigma}$$

Предельное значение аномалии не зависит от глубины!

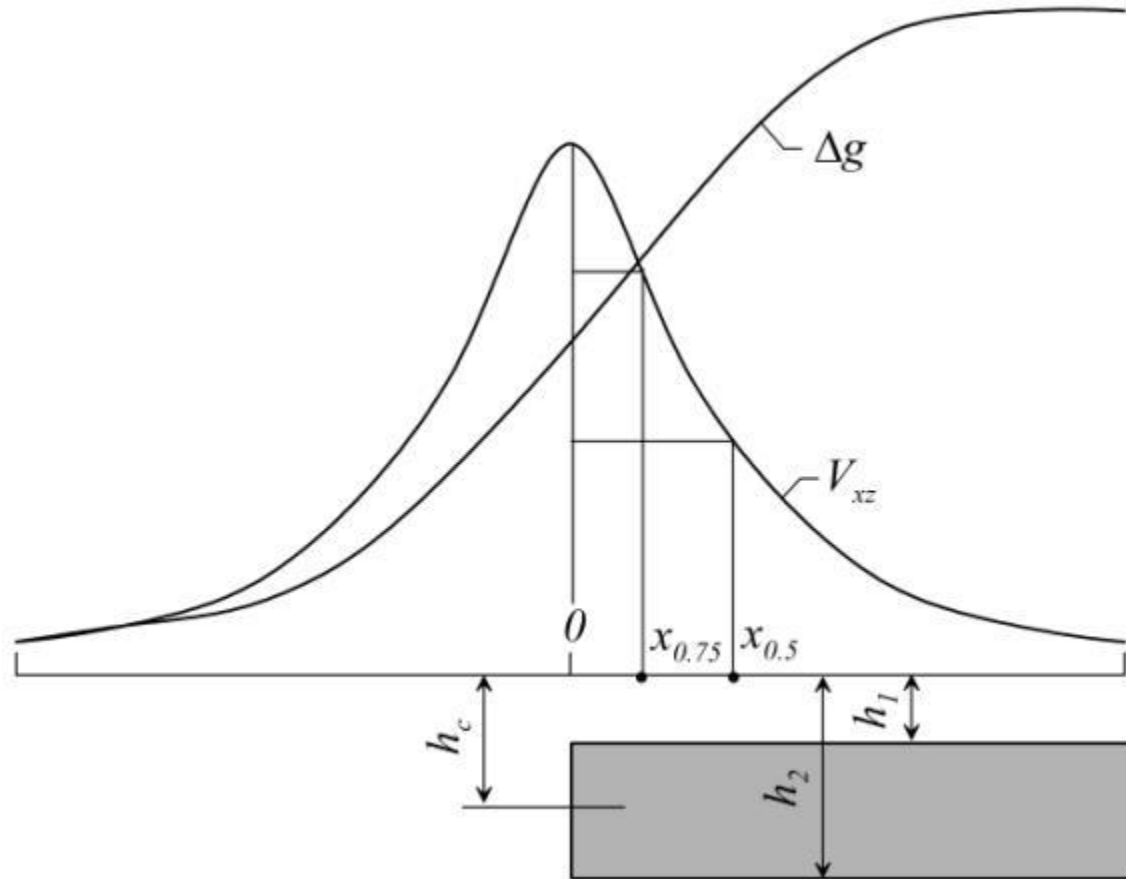
Глубина залегания центра сечения определяется как для полуплоскости

Глубину залегания верхней и нижней кромок можно определить по  $V_{xz}$

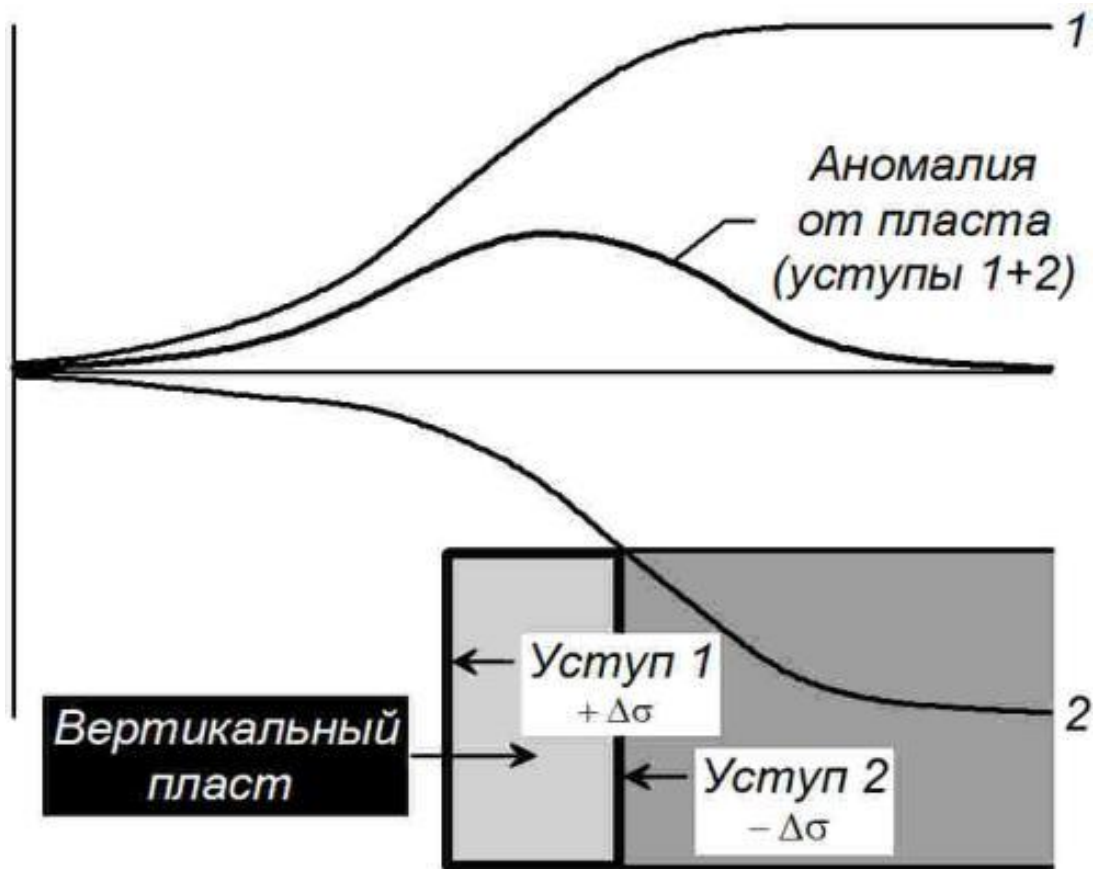
$$h_c = \frac{(x_{0.5}^2 + x_{0.75}^2)x_{0.5}}{x_{0.75}^2}$$

$$h_{1,2} = h_c \pm \sqrt{h_c^2 - x_{0.5}^2}$$

$$\sigma = \frac{V_{xz \max}}{2G(\ln h_2 - \ln h_1)}$$

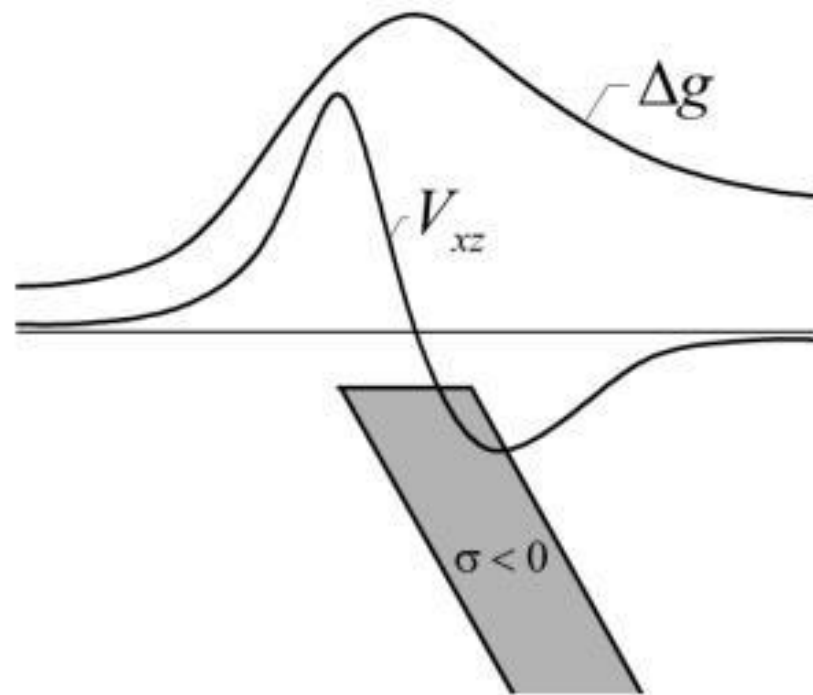
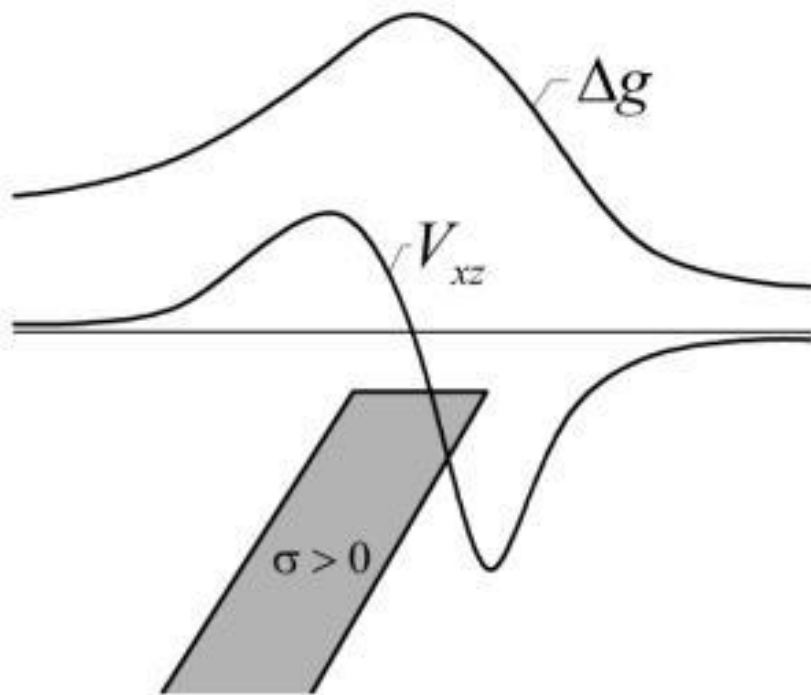


# Вертикальный пласт

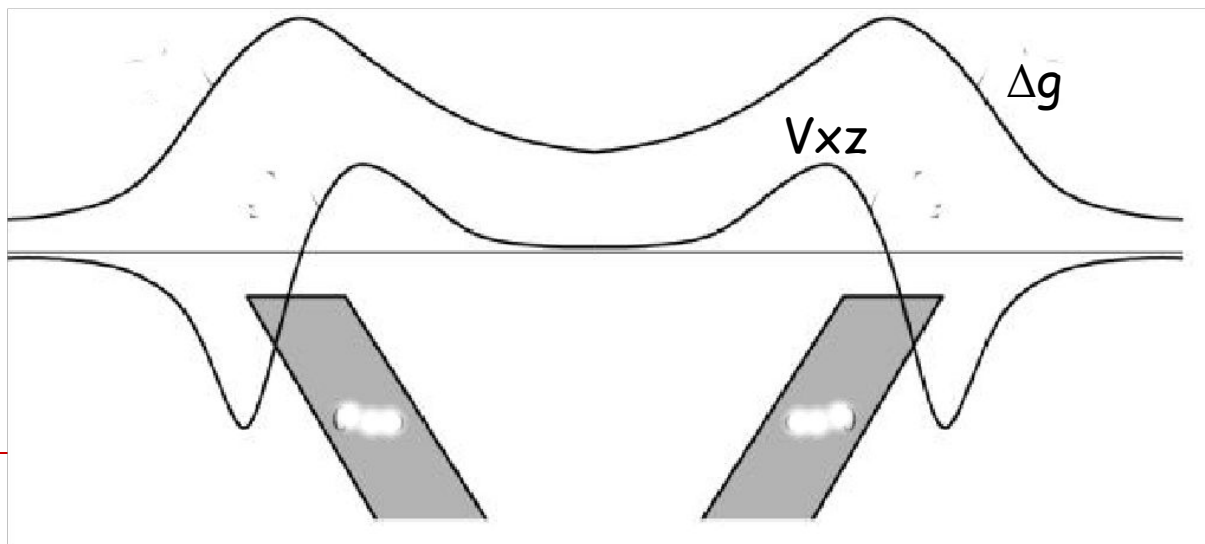
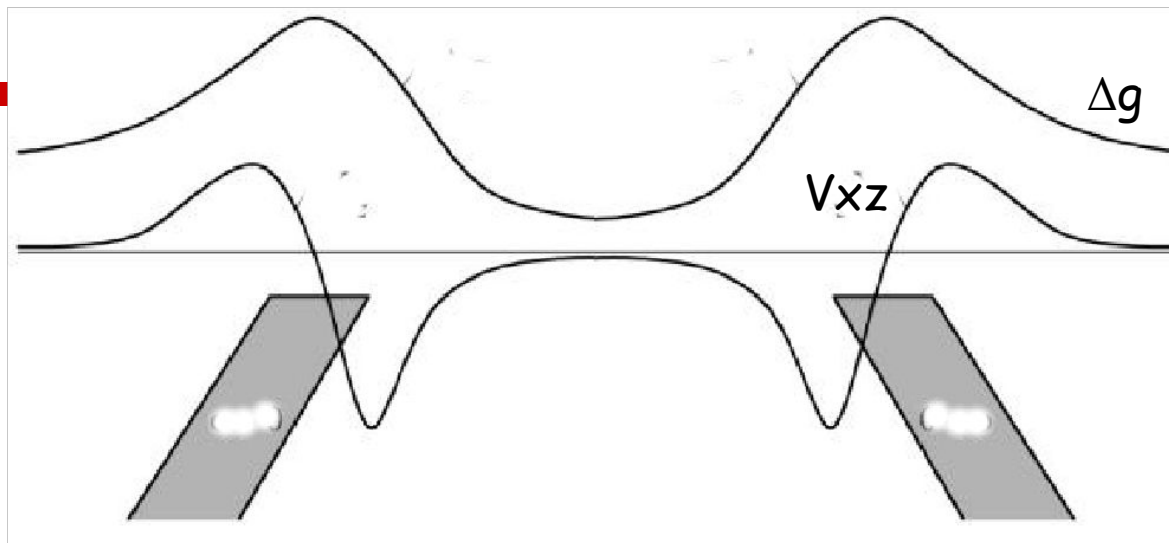




# Наклонный пласт

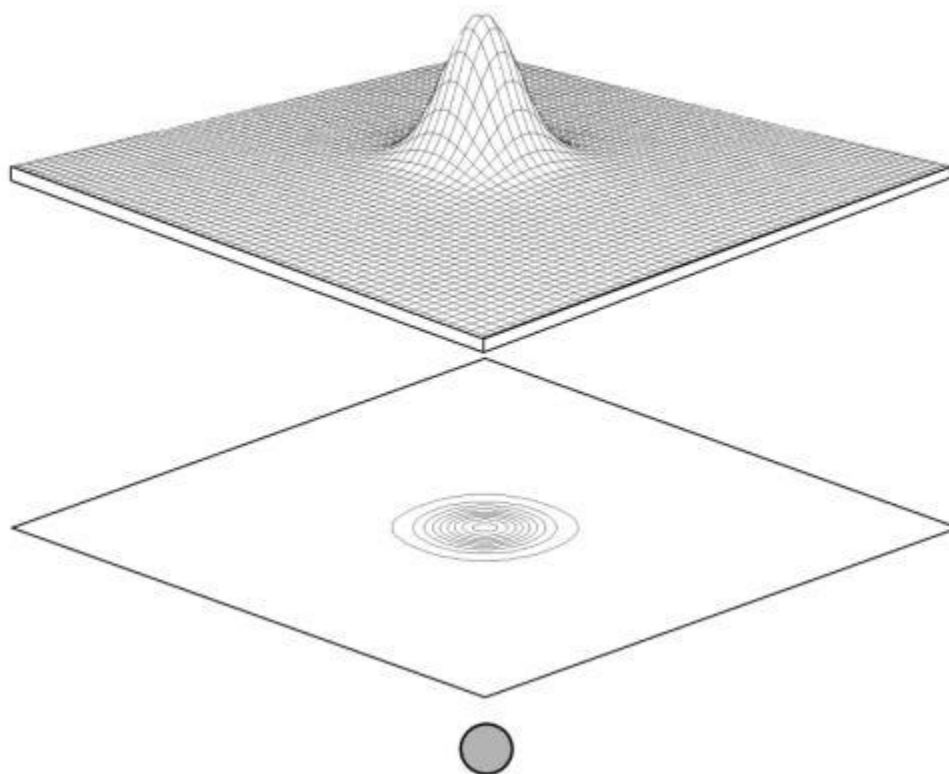


# Диагностика антиклинальной и синклинали по асимметрии аномалий



# Шар

---



$$\Delta g = GM \frac{h_c}{(h_c^2 + x^2 + y^2)^{3/2}}$$

$$V_{xz} = -3GM \frac{x}{(h_c^2 + x^2 + y^2)^{5/2}}$$

$$\Delta g_{\text{макс}} = \frac{GM}{h_c^2}$$

По  $\Delta g$ :

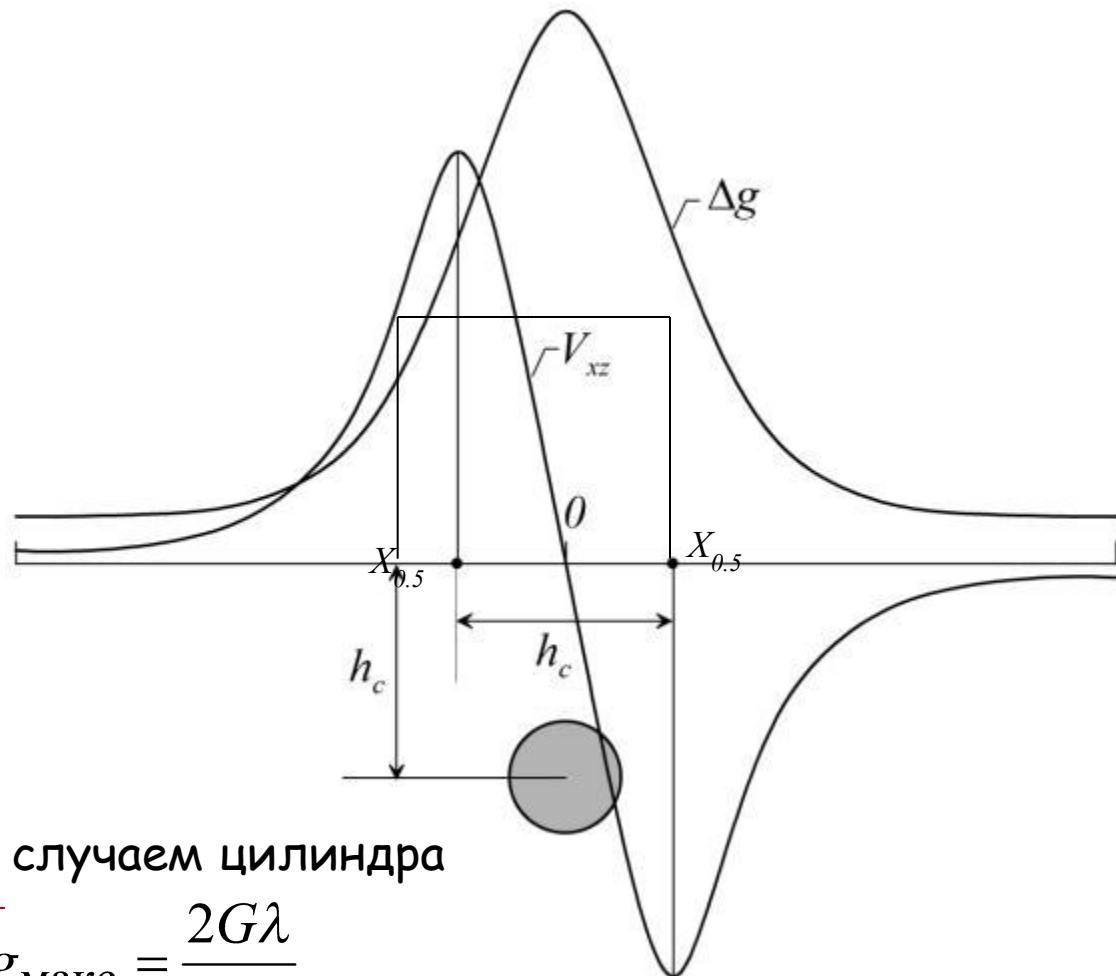
$$h_c = 1.31 x_{0.5}$$

По  $V_{xz}$ :

$$x_{\text{мин,макс}} = h/2$$

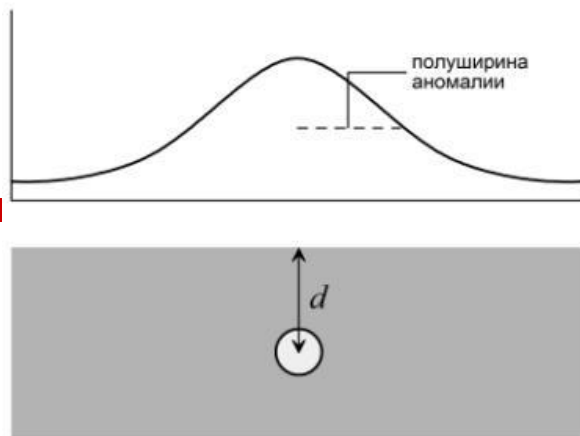
Сравните со случаем цилиндра

$$\Delta g_{\text{макс}} = \frac{2G\lambda}{h_c}$$



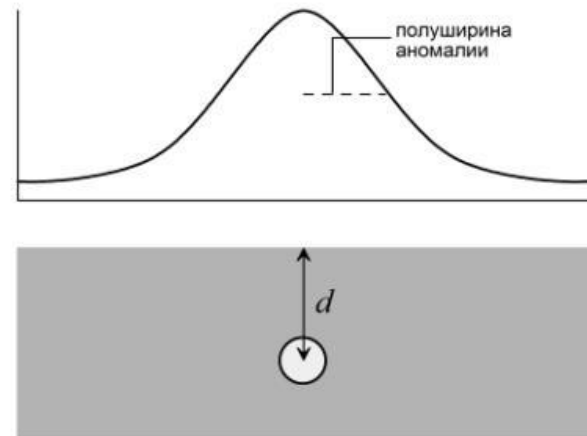
# Резюме

(а) Горизонтальный цилиндр



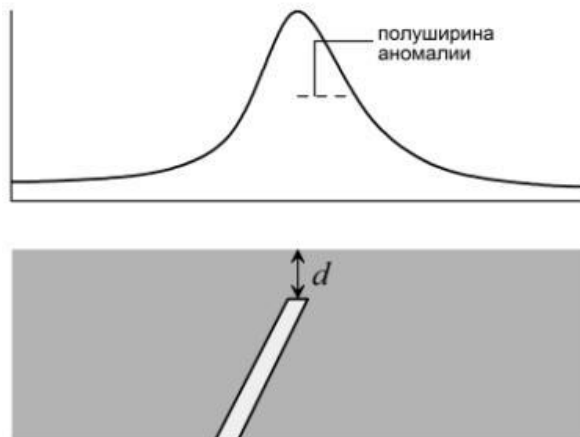
$$d = \text{полуширине аномалии}$$

(б) Сфера



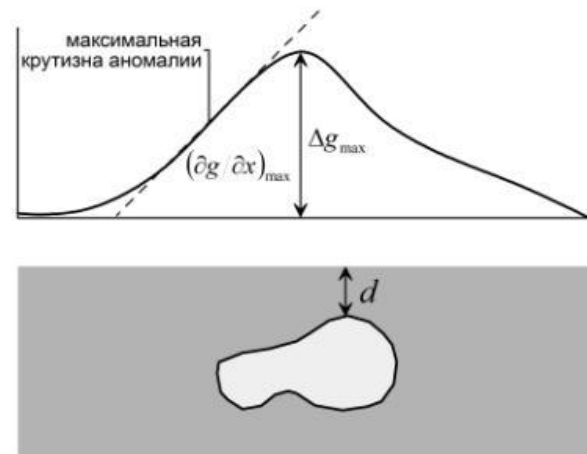
$$d = 1.3 \text{ полуширины аномалии}$$

(в) Наклонный пласт



$$d = 0.7 \text{ полуширины аномалии}$$

(г) Тело неправильной формы



$$d \leq 0.86 \times \Delta g_{\max} / (\partial g / \partial x)_{\max}$$

# Выводы

---

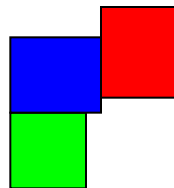
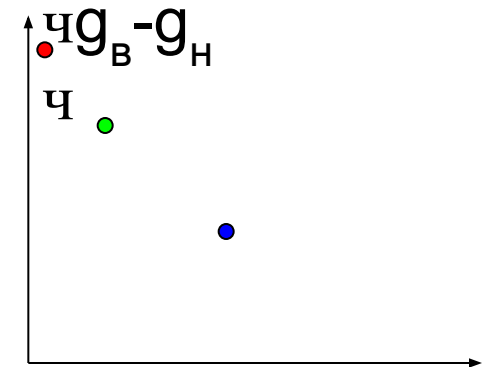
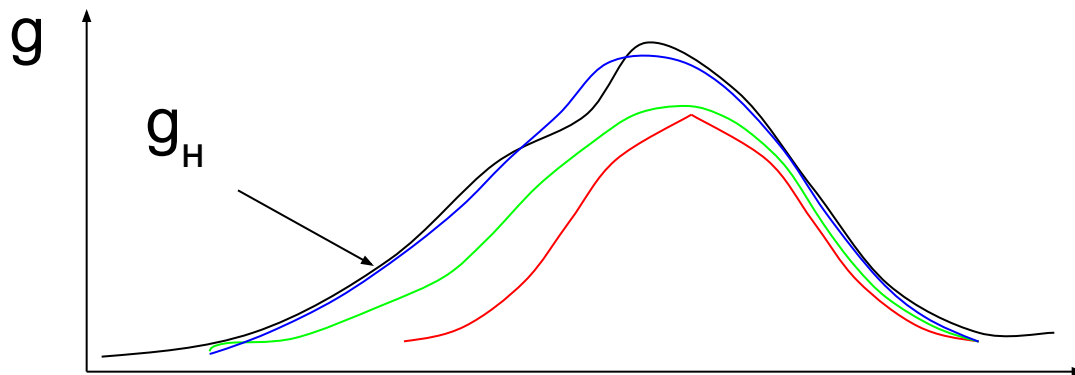
- Знак аномалии  $\Delta g$  определяется знаком избыточной плотности: над относительно «легкими» ( $\sigma < 0$ ) объектами фиксируются отрицательные аномалии, а над более плотными ( $\sigma > 0$ ) — положительные;
  - Экстремальные значения  $\Delta g$  наблюдаются над центрами тяжести этих объектов, а их интенсивность прямо пропорциональна избыточной плотности и обратно пропорциональна для вытянутых тел глубине, а для изометричных тел - квадрату глубины.
-

# Выводы

---

- Форма аномалий Буге ( $\Delta g_B$ ) на картах и графиках тесно связана с пространственным положением избыточных масс: под вытянутыми (двумерными) аномалиями залегают вытянутые структуры или геологические тела, под изометричными — округлые в плане объекты;
  - Существует аналитическая или статистическая связь между абсциссами характерных точек кривых  $\Delta g$  и глубинами залегания тел, что позволяет, аппроксимируя их телами простых геометрических форм, решать обратную задачу гравиразведки. При этом некоторые параметры, например  $h$ , рассчитывают однозначно. Для определения других параметров, например  $V$ , требуется привлечение дополнительных данных (избыточной плотности);
  - Чем глубже залегает объект, тем более широкую и расплывчатую (региональную) аномалию создает он на земной поверхности.
-

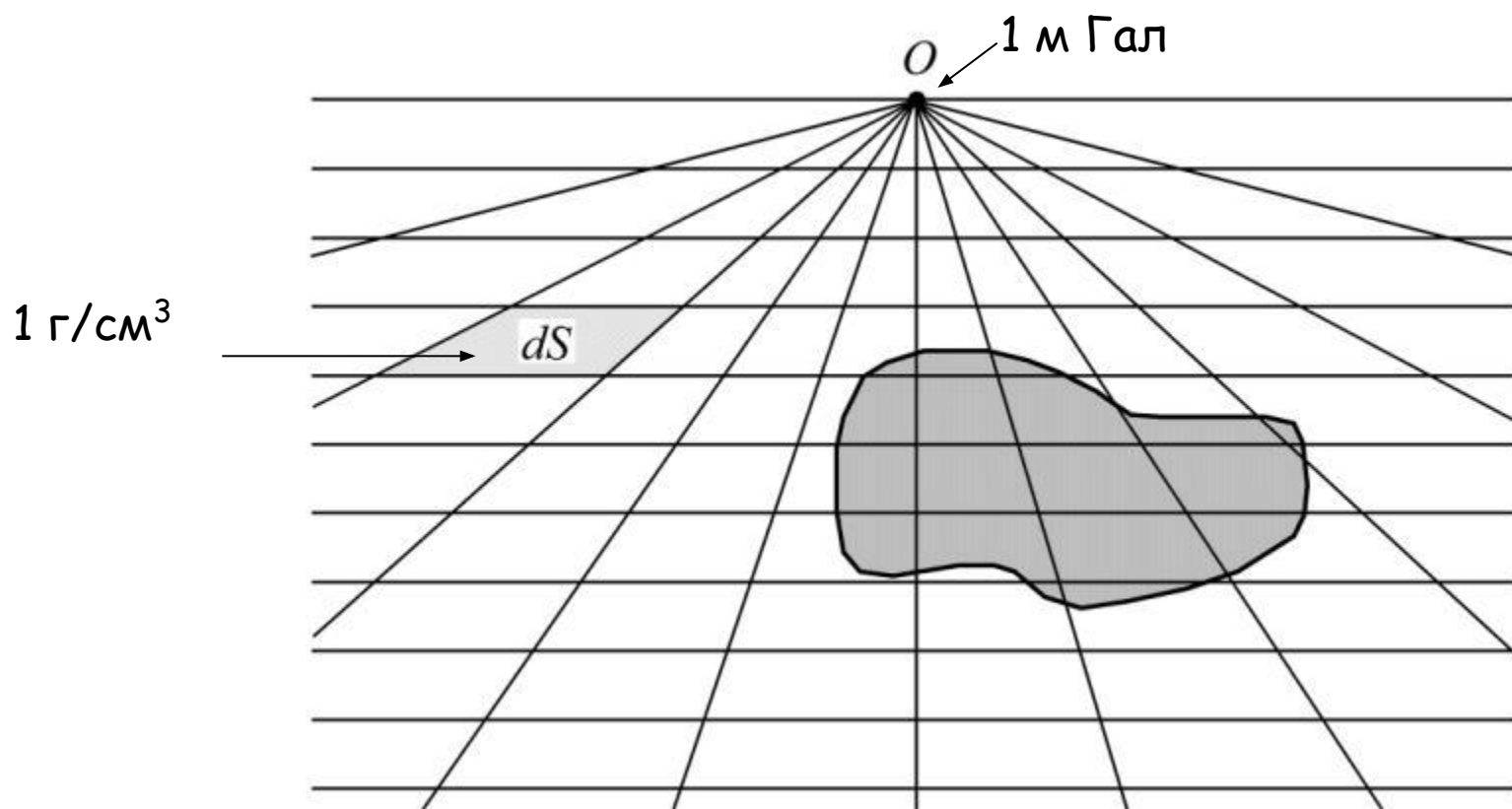
# 5.4.2 Метод подбора – моделирование гравитационного поля





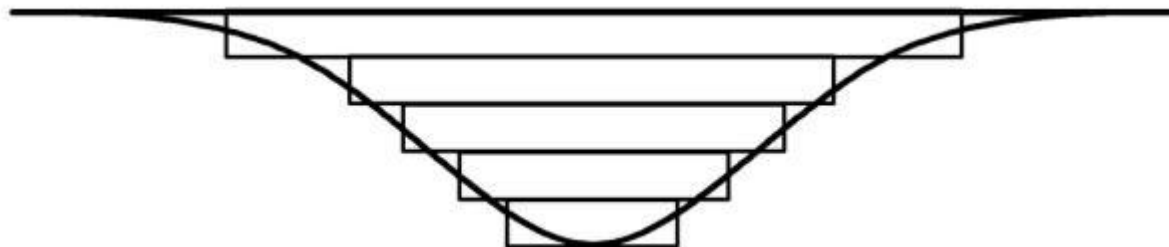
# 2D подбор по палетке

---



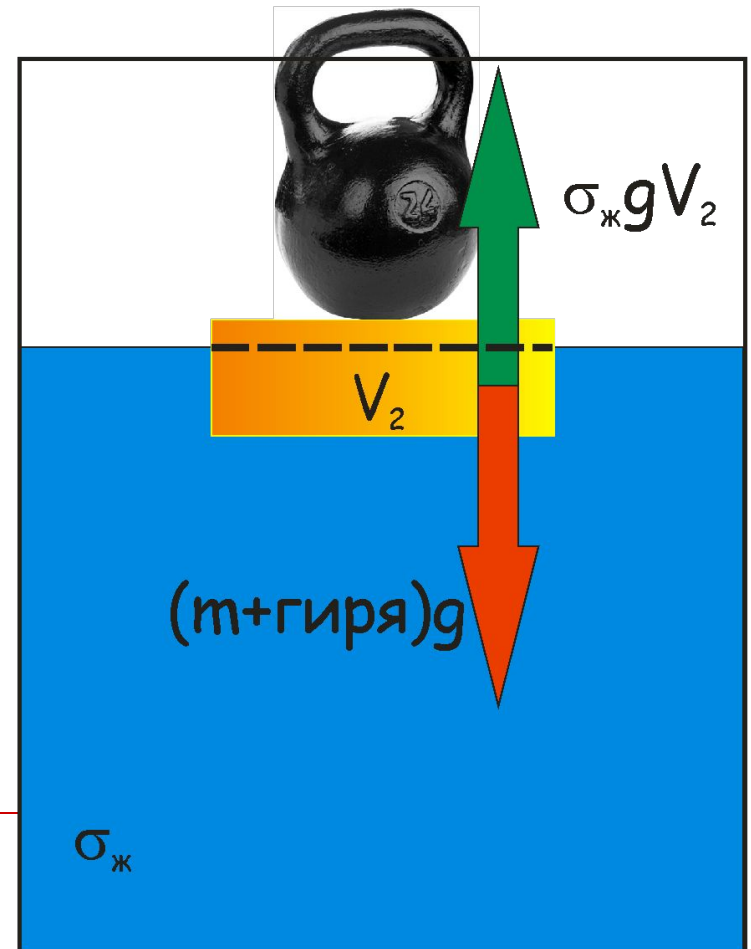
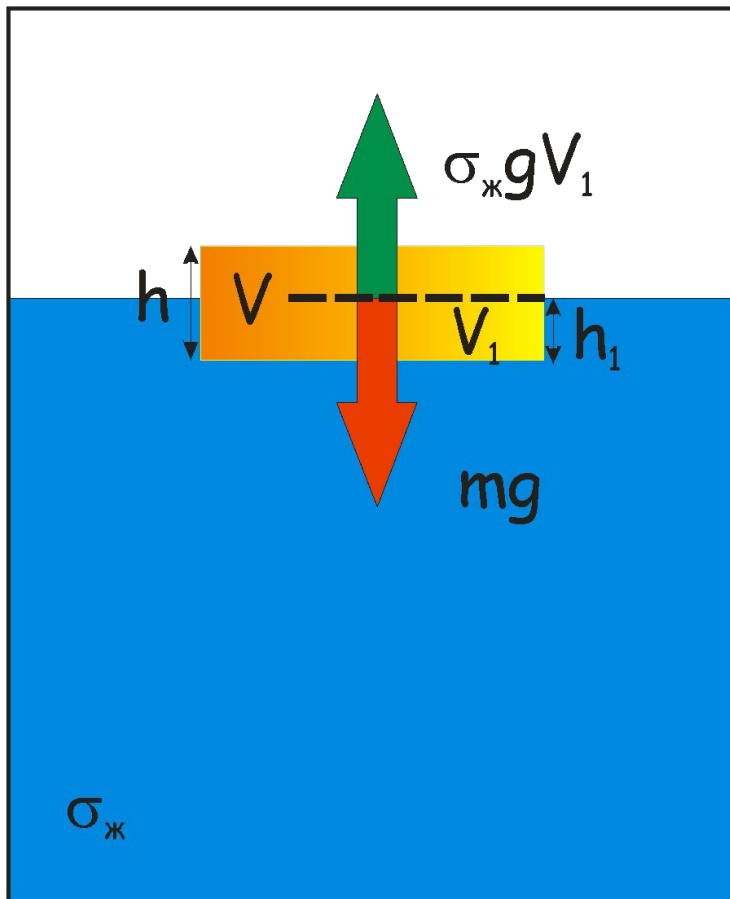
# Подбор поля впадины полем совокупности пластов

---



## 5.6 Изостазия

### а. Рассуждения о механике: брусок и гиря



# Толстый и тонкий брусок

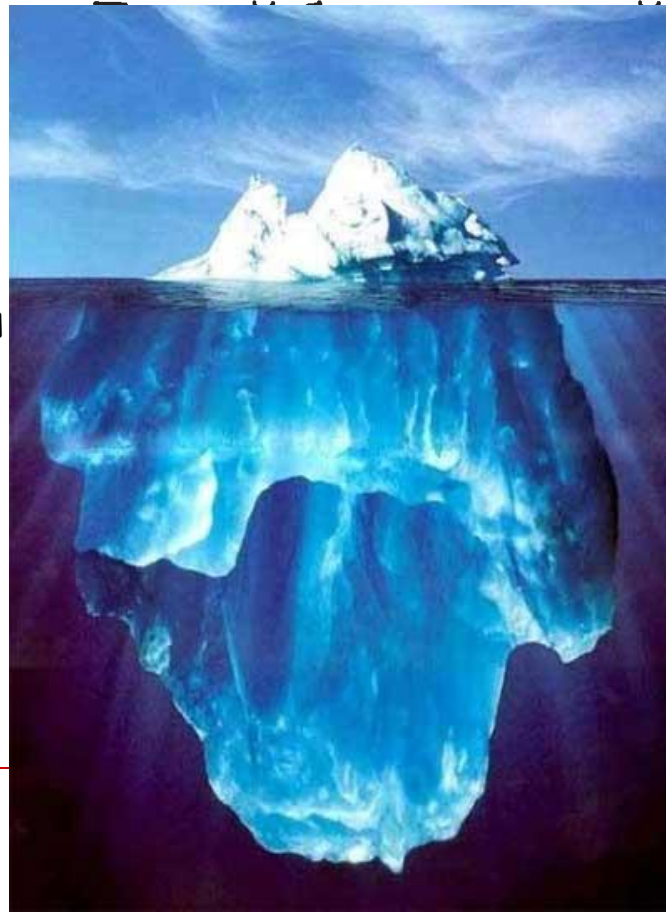
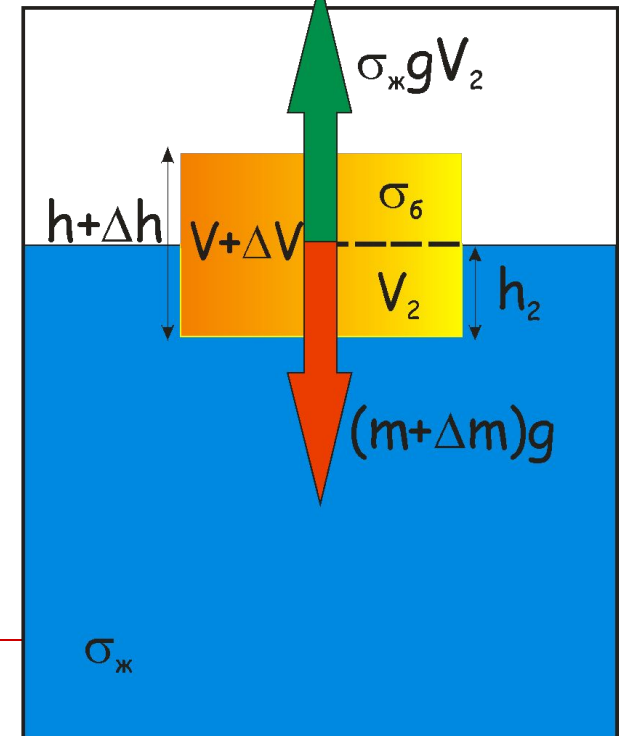
Уравнение равновесия:  $\sigma_{жс} g V_1 = \sigma_{жс} g S h_1 = mg = V \sigma_m g = S h \sigma_m g$

$$h = \frac{\sigma_{жс}}{\sigma_m} h_1 = \frac{3.3}{2.8} h_1 = 1.18 h_1$$

$$\sigma_{жс} h_1 = \sigma_m h \quad (1)$$

$$\sigma_{жс} h_2 = \sigma_m (h + \Delta h) \quad (2)$$

Толстый брусок  
массой  $m + \Delta m$



На сколько погрузится  
толстый брусок?

(2)-(1):

$$\sigma_{жс} (h_2 - h_1) = \sigma_m \Delta h$$

$$h_2 - h_1 = \frac{\sigma_m}{\sigma_{жс}} \Delta h$$

# Положим сверху брусок с другой ПЛОТНОСТЬЮ

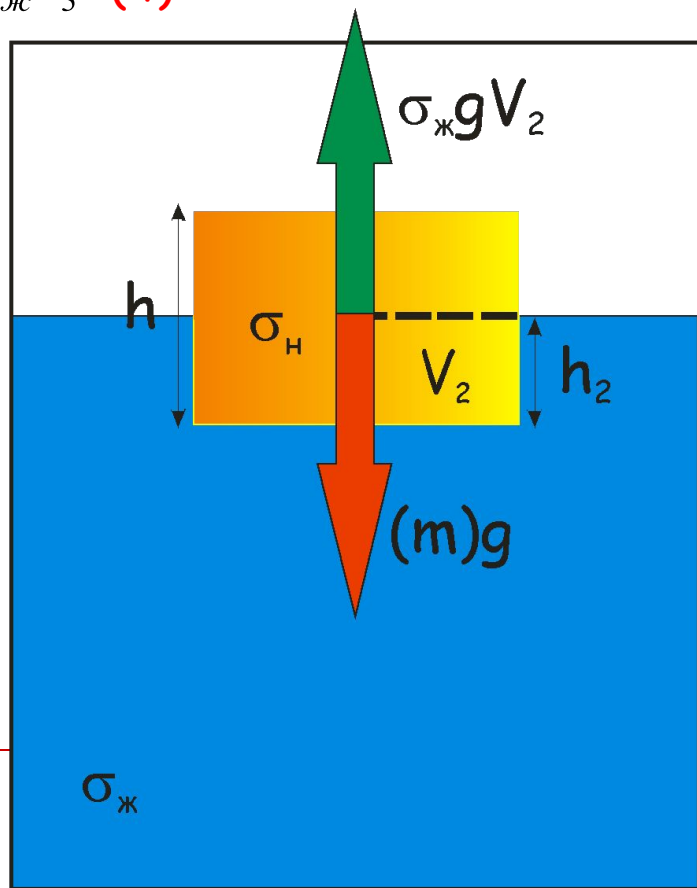
$$\sigma_H h_H = \sigma_{жс} h_2 \quad (3)$$

$$\sigma_H h_H + \sigma_B h_B = \sigma_{жс} h_3 \quad (4)$$

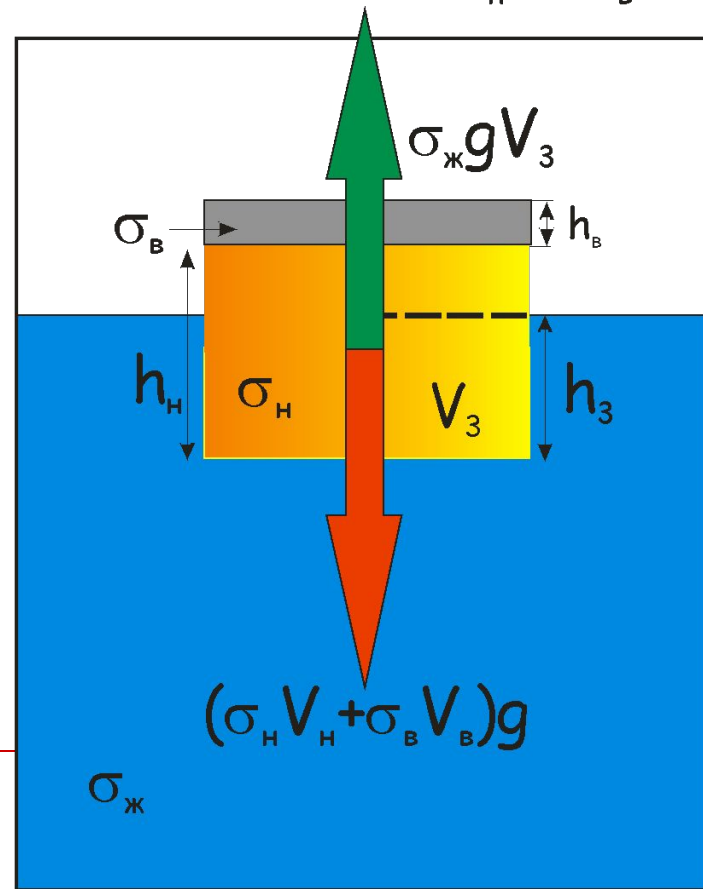
(4)-(3):

$$\sigma_B h_B = \sigma_{жс} (h_3 - h_2)$$

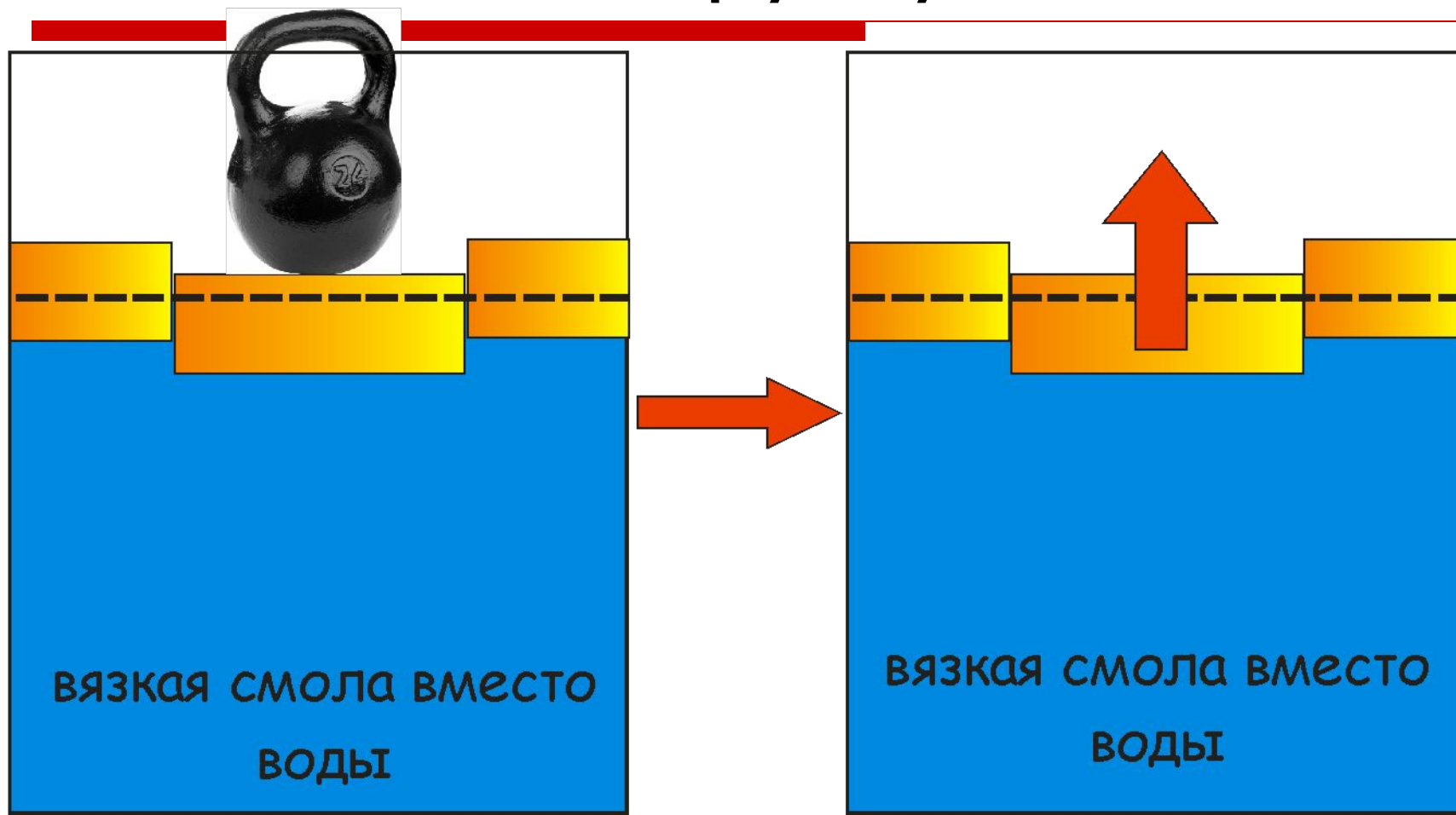
$$h_3 - h_2 = \frac{\sigma_B}{\sigma_{жс}} h_B$$



Два бруска  
ПЛОТНОСТЬЮ  $\sigma_H$  И  $\sigma_B$



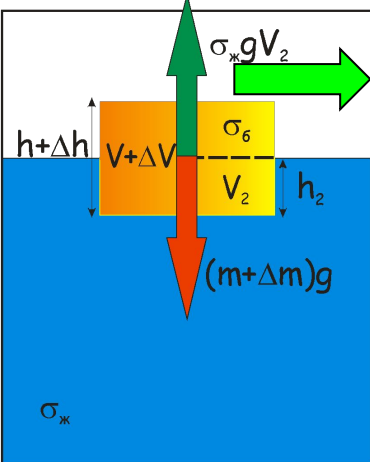
# Если снять нагрузку?



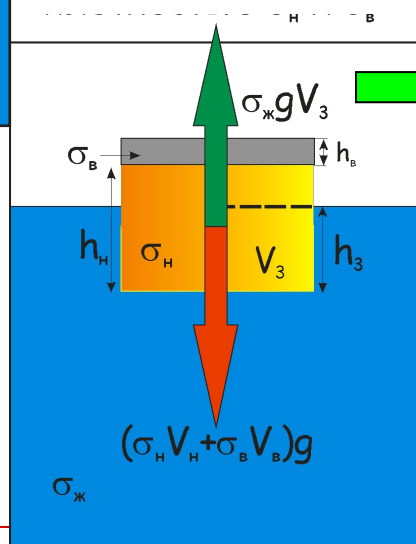
От чего зависит скорость подъема бруска?

# Какие геологические процессы мы моделировали?

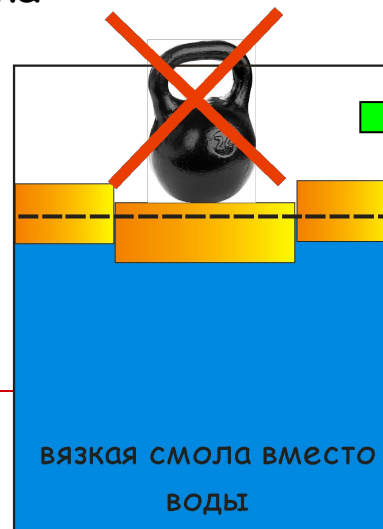
Толстый брусок  
массой  $m+\Delta m$



Осадконакопление в  
континентальном  
водоеме; образование  
вулканических островов,  
эрозия гор в соседнем  
блоке

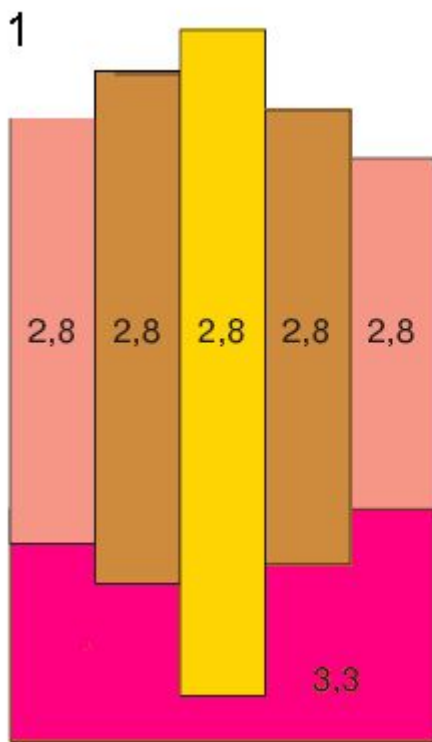
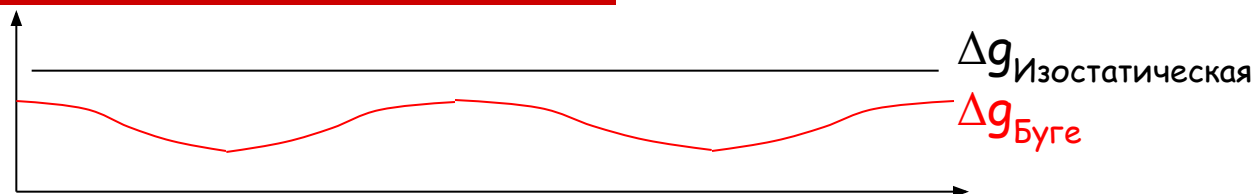


Образование  
ледника



Таяние  
ледника

# Классические модели изостазии



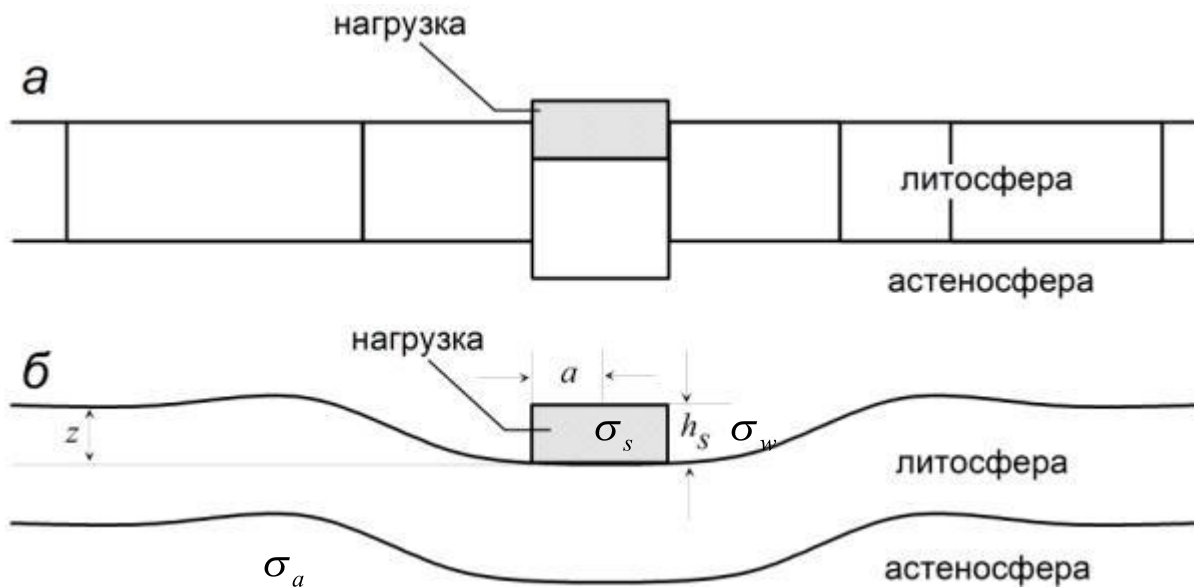
Дж. Эри



П. Пратт



# Современная модель



Локальная

И

Региональная  
Изостатическая  
компенсация

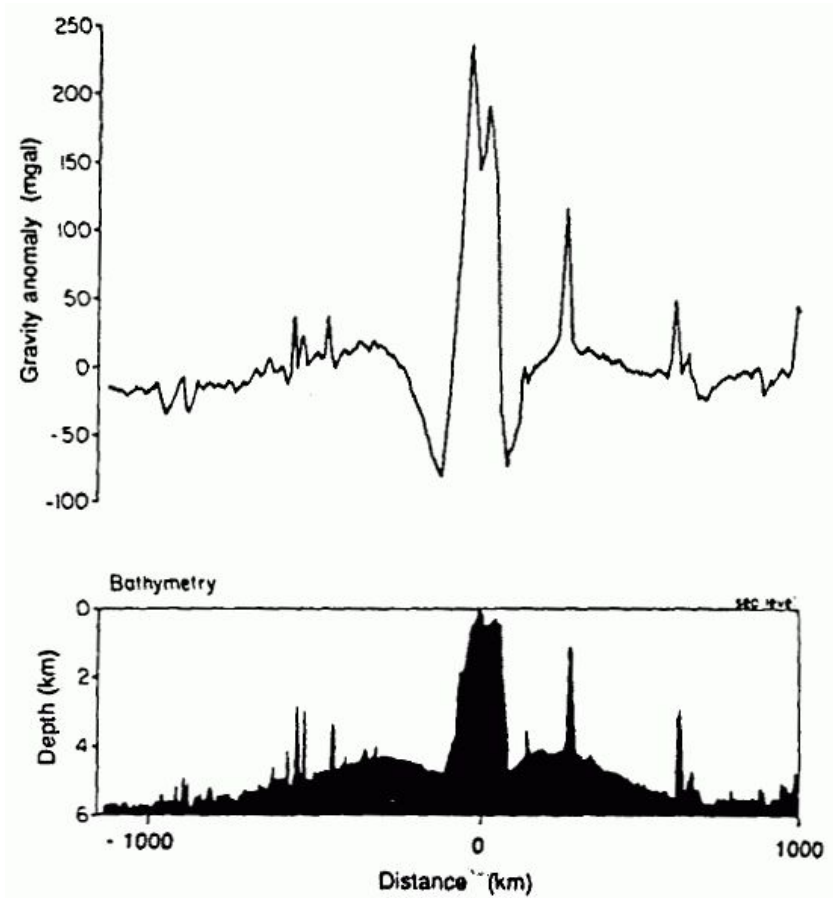
$$Z_{\max} = \frac{\sigma_s - \sigma_w}{\sigma_a - \sigma_s} h_s (1 - e^{-\lambda \cdot a} \cos(\lambda \cdot a))$$

нагрузка с мощностью  $h_s$ , полушириной  $a$  и плотностью  $\sigma_s$ ,  $\sigma_w$  и  $\sigma_a$  - плотности воды и астеносферы,  $g$  - сила тяжести,  $D$  - изгибная жесткость литосферы.

$$\lambda = \sqrt[4]{(\sigma_a - \sigma_w)g / 4D}$$

# Всюду ли наступила изостатическая компенсация?

---



Гравиметрия

и

батиметрия

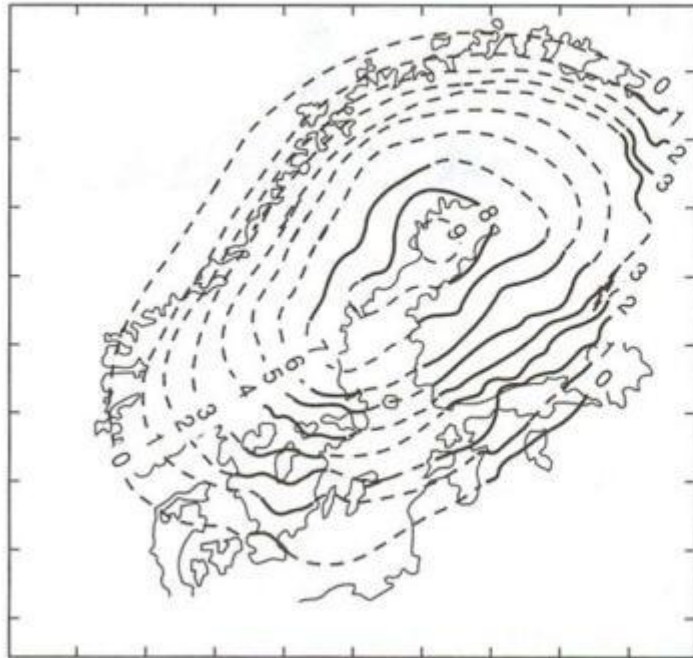
---

Гавайские острова: не скомпенсированные массы

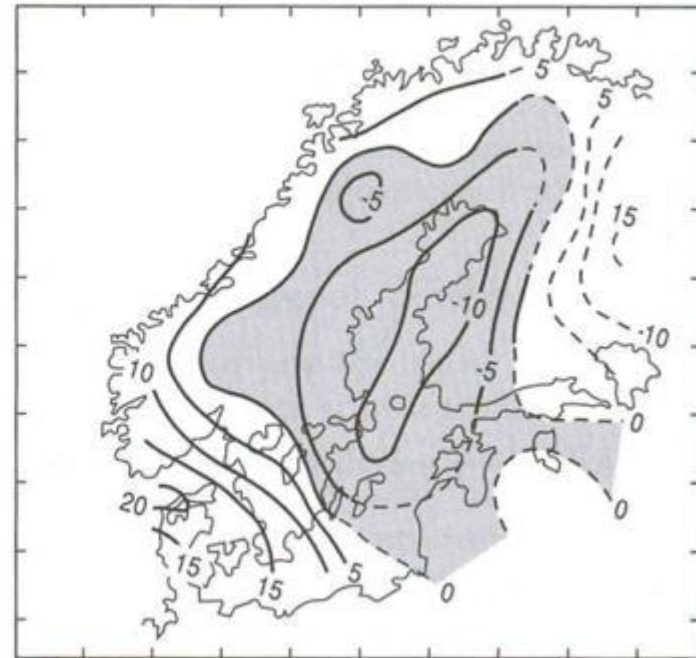
# Гляциостатическое поднятие Фенноскандии

---

а



б



---

Скорость поднятия (мм/год) и изостатическая аномалия (мГал)

# Финляндия прирастает изостазией! 😊

---



Табличка в г. Турку:  
"Здесь в 2000 г. д.н.э.  
был уровень моря"

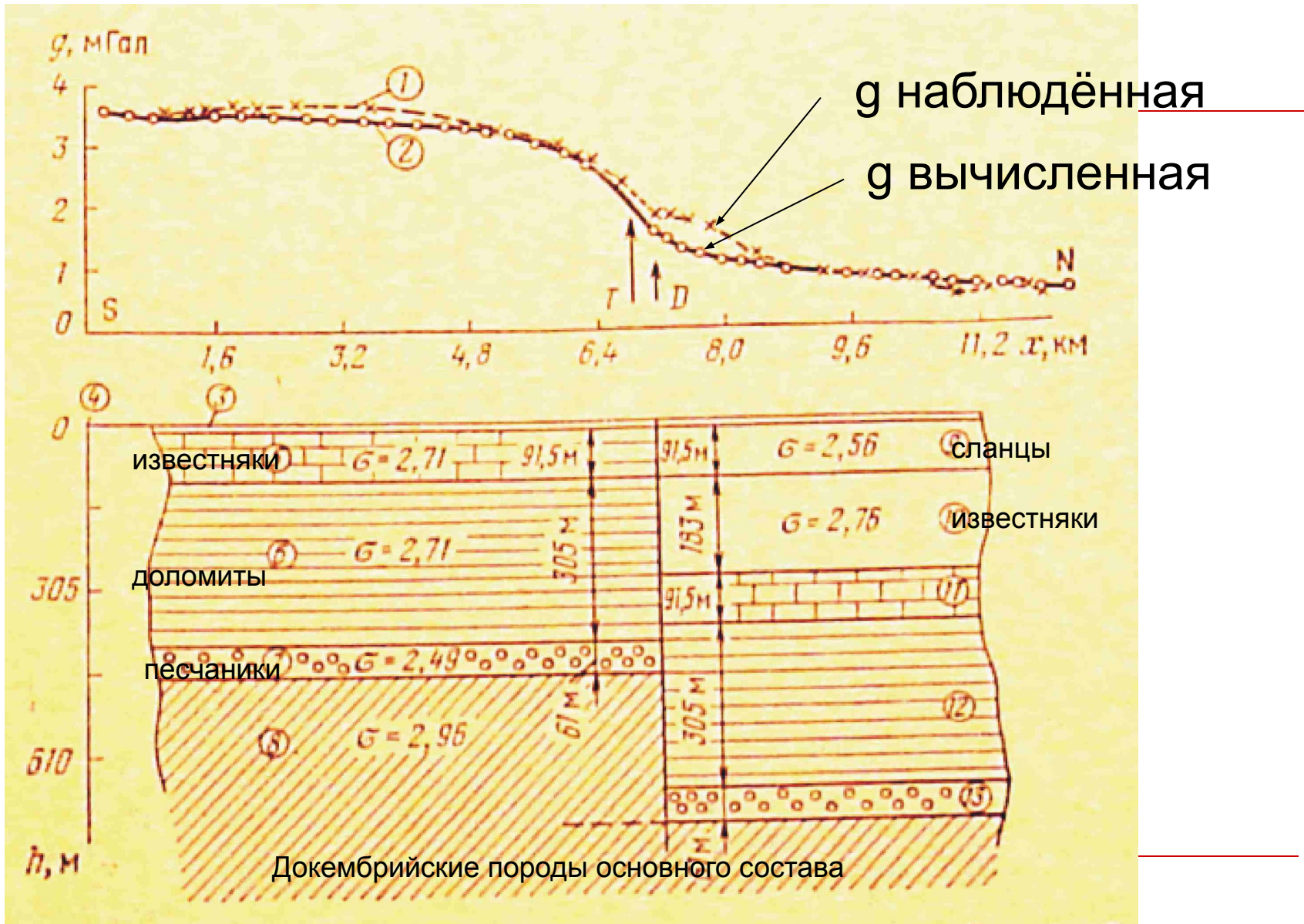
---



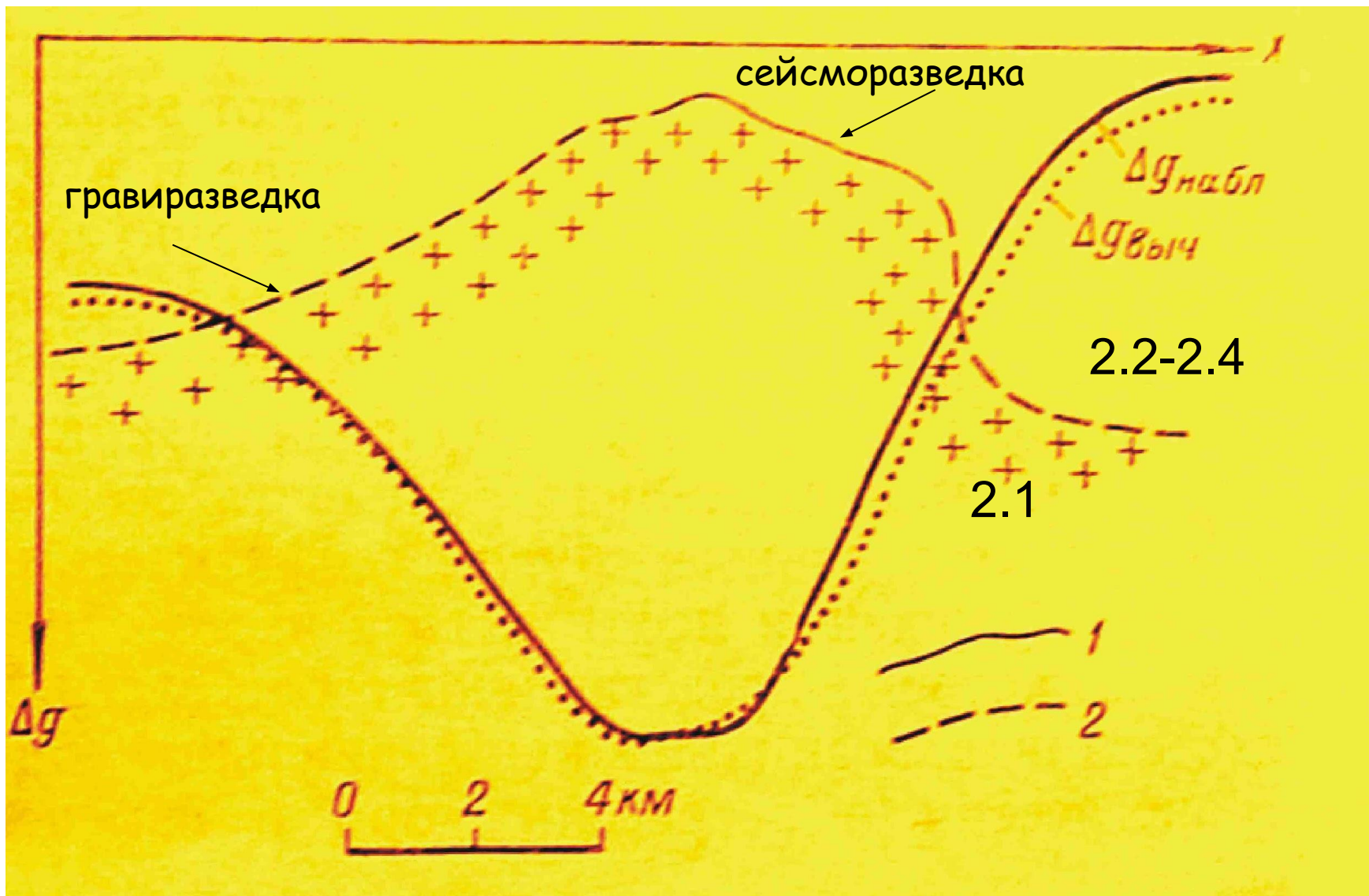
# Примеры практических работ

---

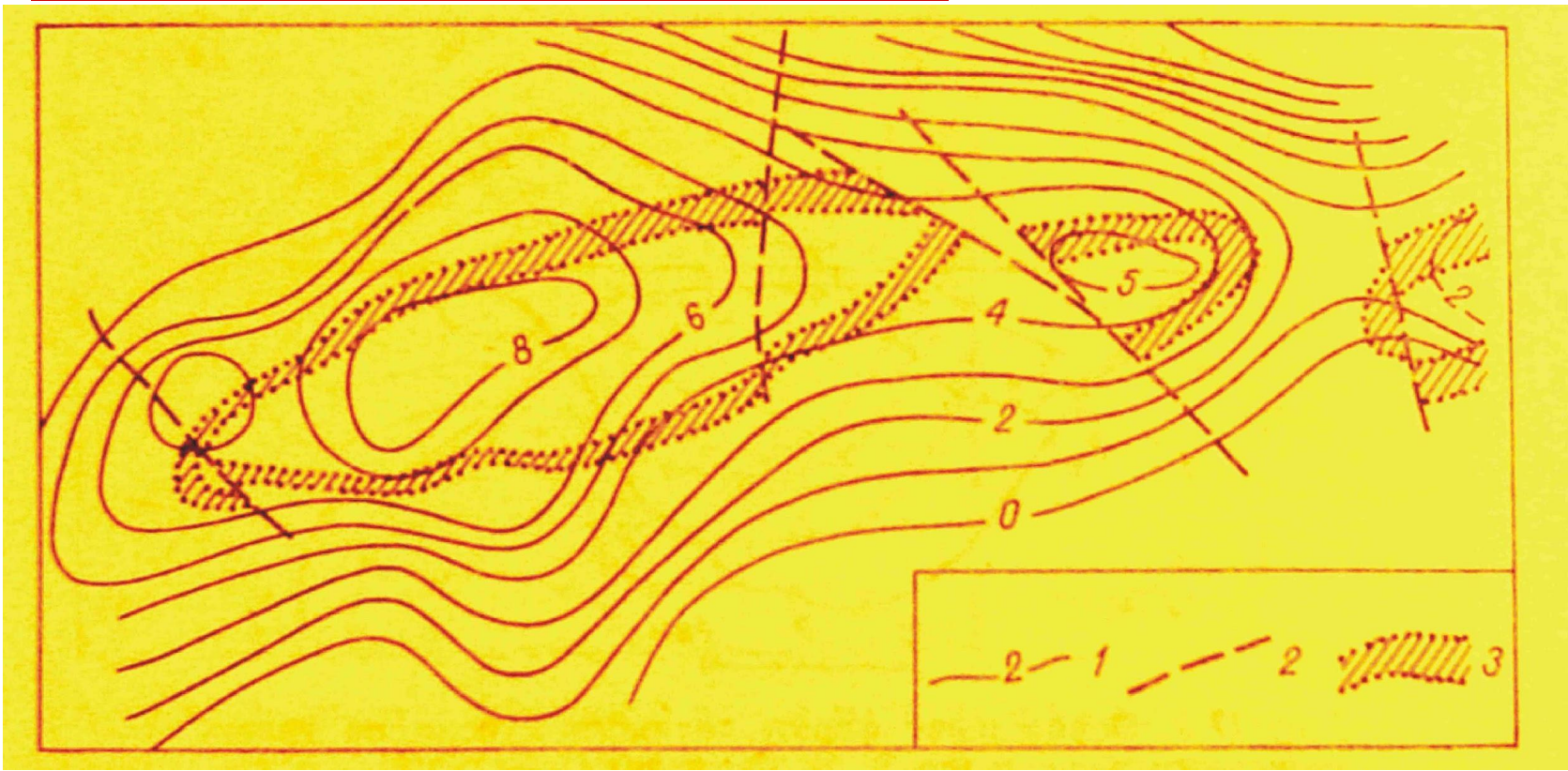
# Аномалия над сбросом: гравитационная ступень



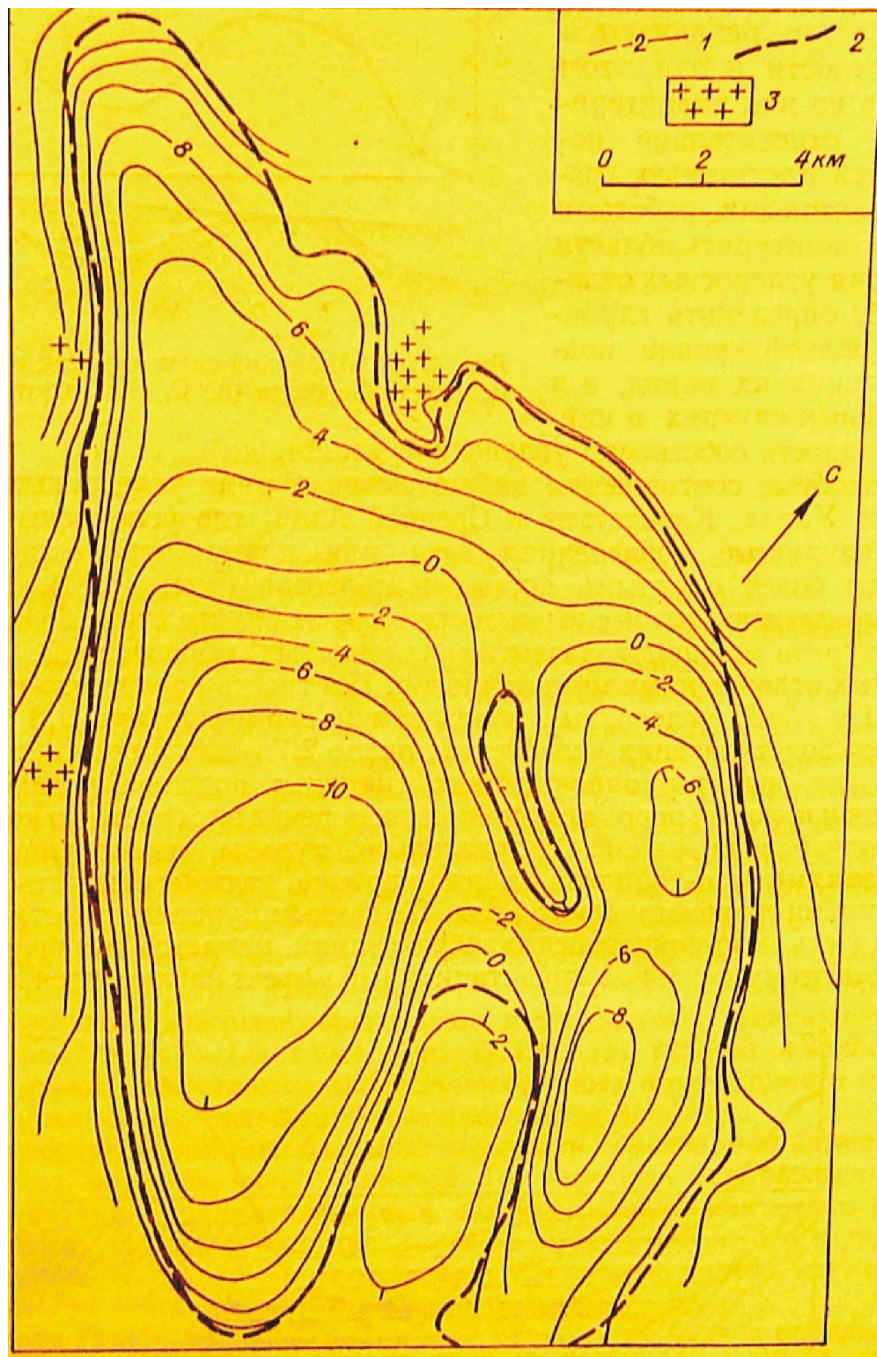
# Отражение соляного купола в гравитационном поле



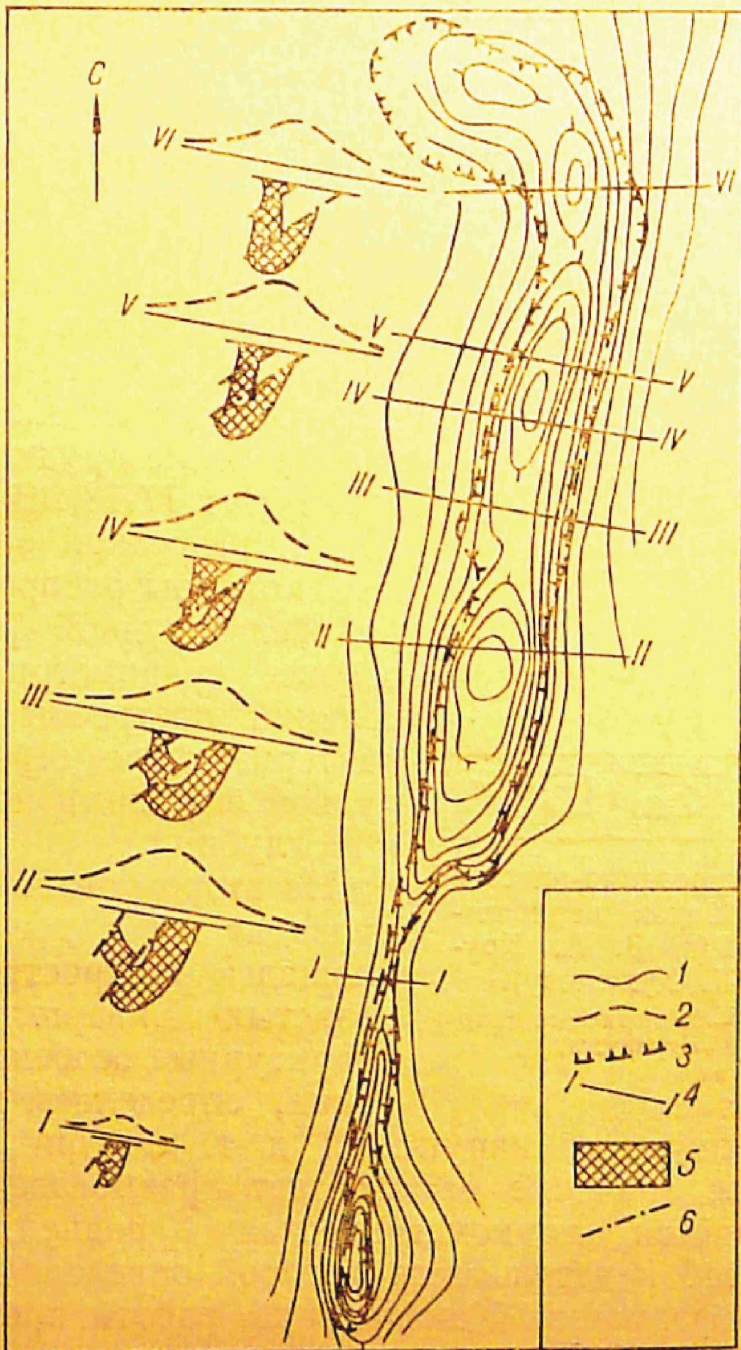
# Отражение антиклинальной структуры в гравитационном поле







Карта аномалий силы тяжести в редукции Буге угленосного бассейна Колли (Австралия)



## Гравитационное поле над телами железистых кварцитов

(Руды:  $2.84 - 5 \text{ г/см}^3$   
Вмещающие породы:  $2.88 - 3 \text{ г/см}^3$ )

# Тезисы - гравиметрия

---

- Большие или малые изменения  $g$  нам интересны?
  - Что такое редукции и для чего они нужны?
  - От чего зависит плотность минералов?
  - Плотность осадочных, магматических и метаморфических пород?
  - Какие параметры источников аномалий можно определить имея только гравитационное поле?
  - Сколь быстро затухает поле с погружением для цилиндра, сферы?
  - Зависит ли амплитуда гравитационной ступени от глубины залегания уступа?
  - Что такое изостазия?
  - Когда она нарушается, по каким признаком об этом можно судить? Есть ли пример нарушения изостазии вблизи от нас?
-