



Перпендикуляр и наклонные

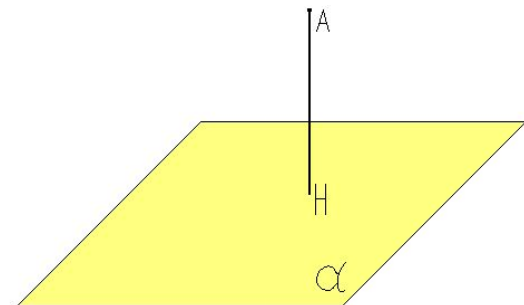


Перпендикуляр из точки A к плоскости α

Через точку A проведем прямую, перпендикулярную к плоскости α . Обозначим буквой H точку пересечения этой прямой с плоскостью α .

Отрезок AH называется перпендикуляром, проведенным из точки A к плоскости α , а точка H – основанием перпендикуляра.

Длина перпендикуляра называется расстоянием от точки A до плоскости α .

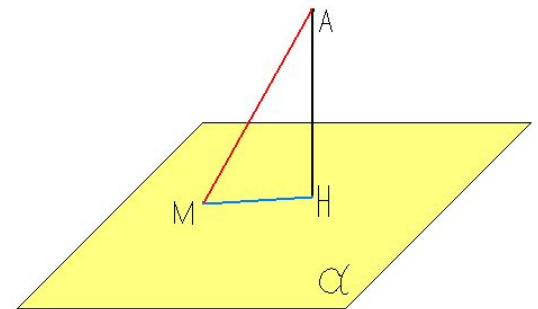


Наклонная из точки A к плоскости α



В плоскости α отметим произвольную точку M , отличную от H , и проведем отрезок AM . Он называется **наклонной**, проведенной из точки A к плоскости α , а точка M – **основанием наклонной**.

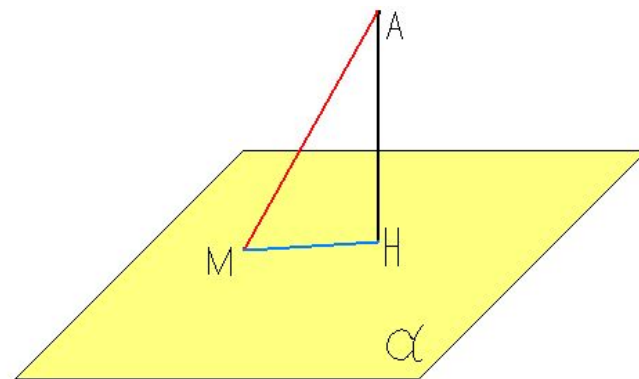
Отрезок HM – проекция наклонной на плоскость α .



Запомни!

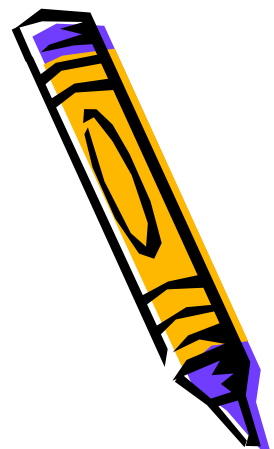
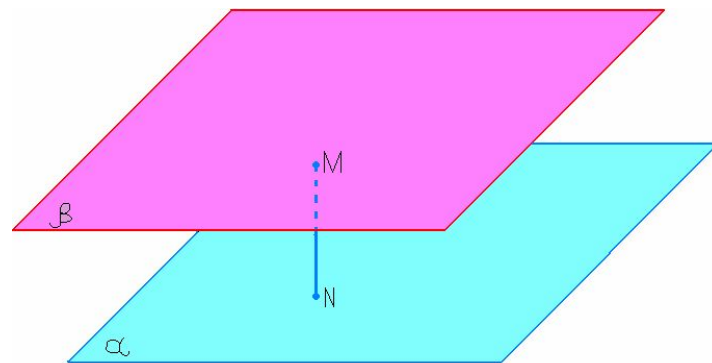
Перпендикуляр, проведенный из данной точки к плоскости, меньше любой наклонной, проведенной из той же точки к этой плоскости.

$$AH < AM$$



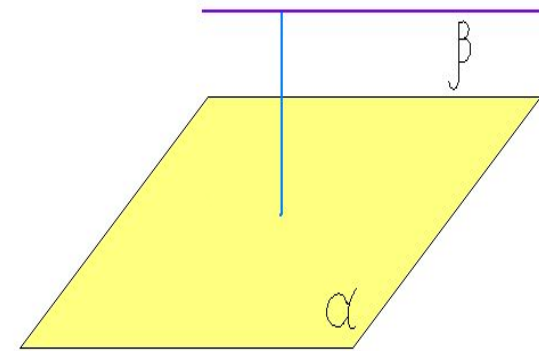
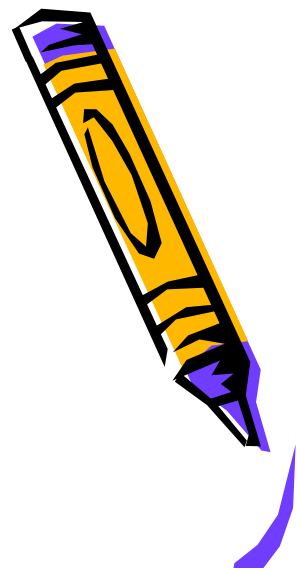
Расстояние между параллельными плоскостями

Расстояние от произвольной точки одной из параллельных плоскостей до другой плоскости называется **расстоянием между параллельными плоскостями**.



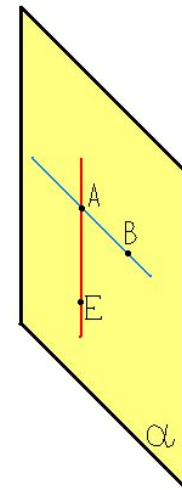
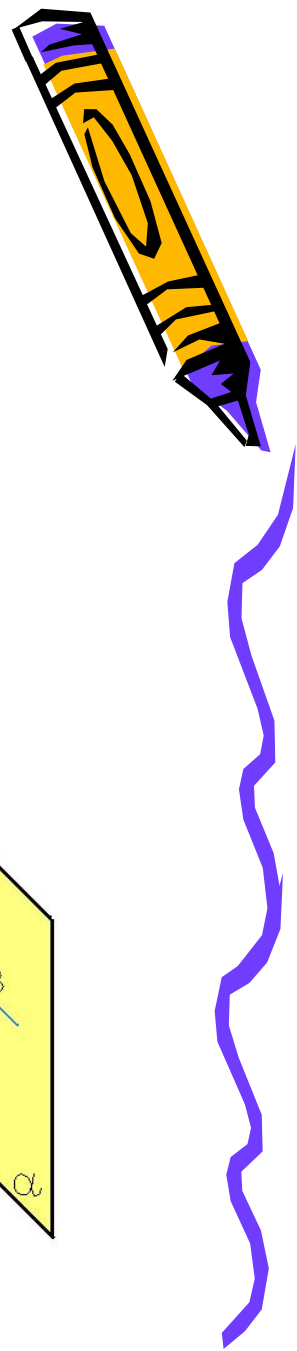
Расстояние между прямой и параллельной ей плоскостью

Если прямая параллельна плоскости, то все ее точки равноудалены от этой плоскости. В этом случае расстояние от произвольной точки до плоскости называется **расстоянием между прямой и параллельной ей плоскостью.**



Расстояние между скрещивающимися прямыми

Расстояние между одной из скрещивающихся прямых и плоскостью, проходящей через другую прямую параллельно первой, называется
расстоянием между скрещивающимися прямыми.

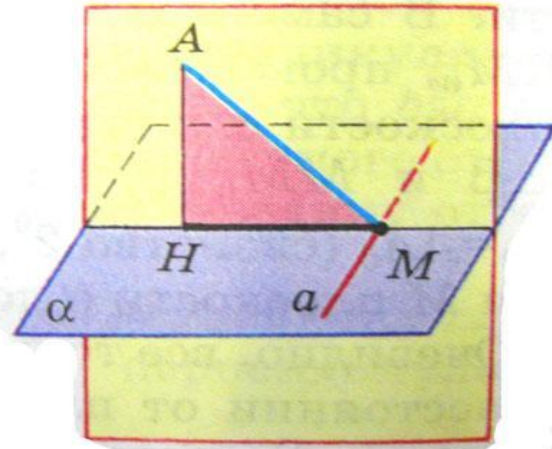


Теорема о трех перпендикулярах

Прямая, проведенная к плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ее проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.

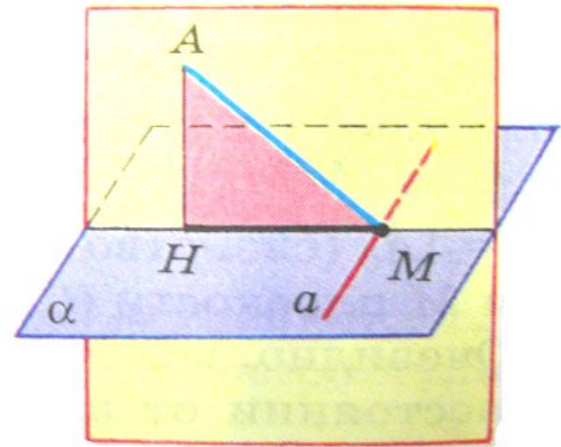
Доказательство:

Рассмотрим плоскость AMH . Прямая a перпендикулярна к этой плоскости, так как она перпендикулярна к двум пересекающимся прямым AH и MH , лежащим в плоскости AMH ($a \perp MH$ по условию и $a \perp AH$, так как $AH \perp \alpha$). Отсюда следует, что прямая a перпендикулярна к любой прямой, лежащей в плоскости AMH , в частности $a \perp AM$. Теорема доказана.

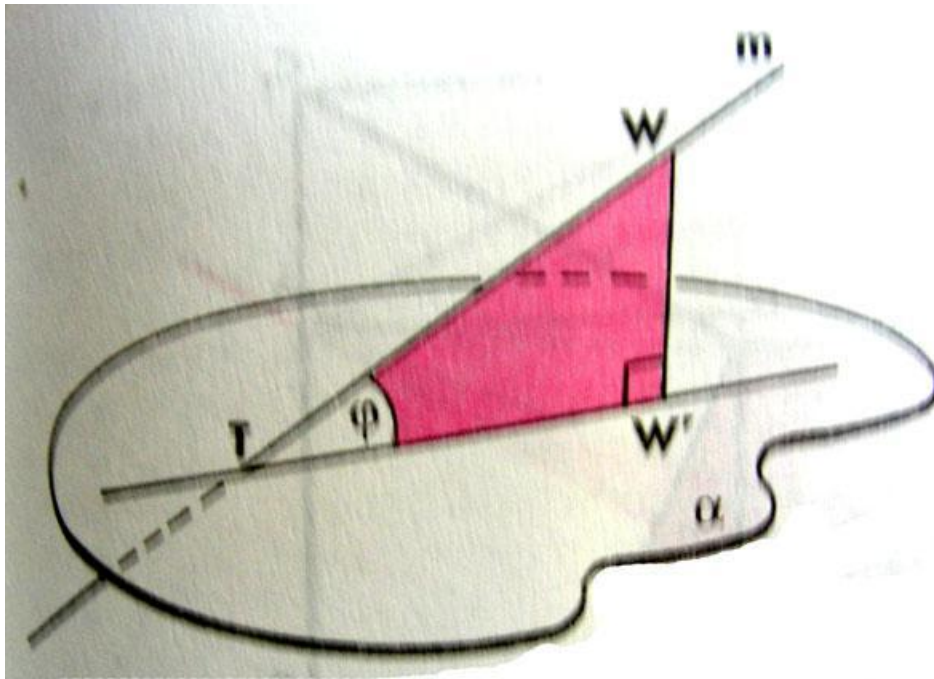


Обратная теорема

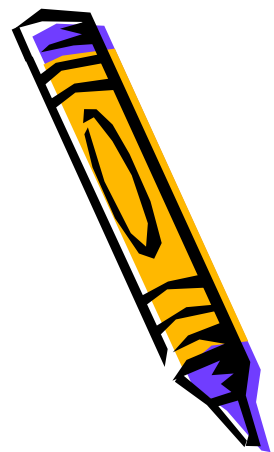
Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна и к ее проекции.



Угол между прямой и ПЛОСКОСТЬЮ



Углом между прямой и плоскостью, пересекающей эту прямую и не перпендикулярной к ней, называется угол между прямой и её проекцией на эту плоскость.



Рассмотрим некоторую плоскость α и точку M , не лежащую на ней. Проведем через точку M несколько прямых, пересекающих плоскость α .

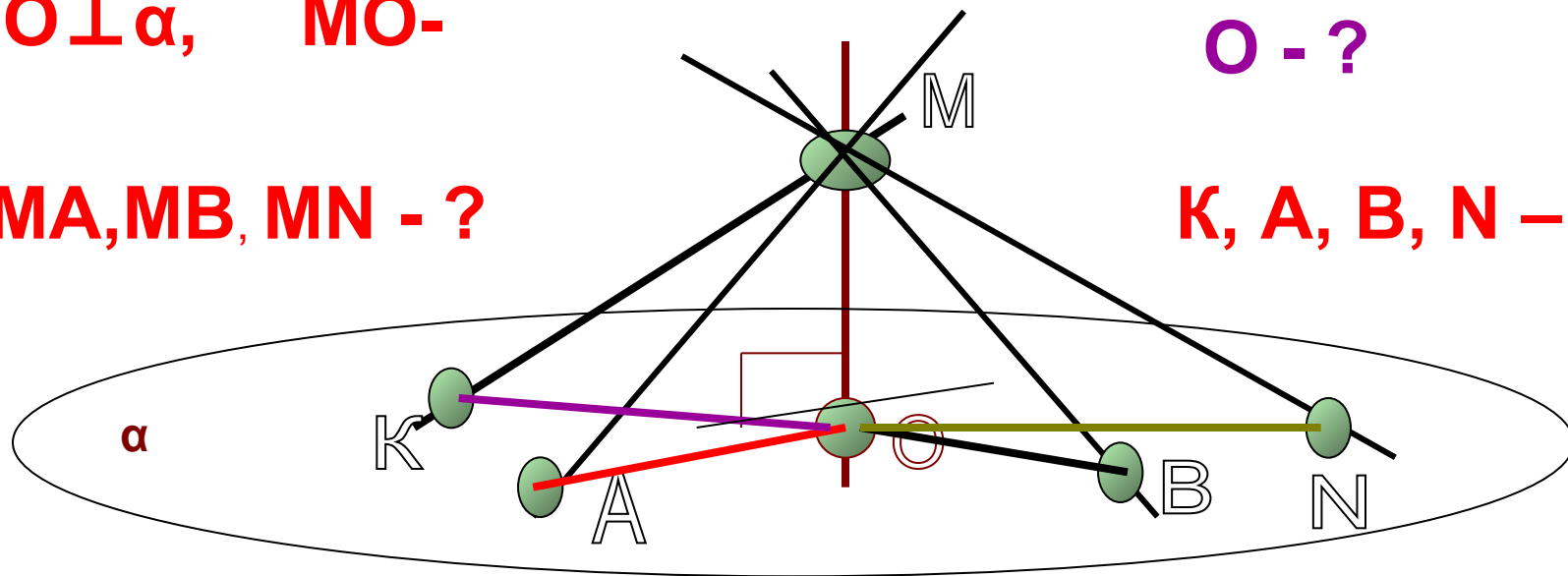


$MO \perp \alpha$, MO - ?

O - ?

MK, MA, MB, MN - ?

K, A, B, N - ?



Назовите проекцию MK на плоскость α .

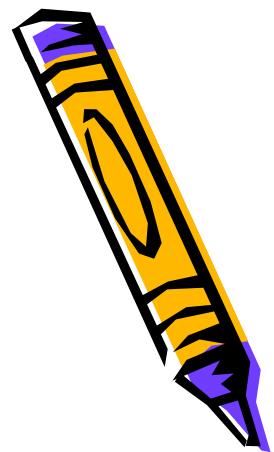
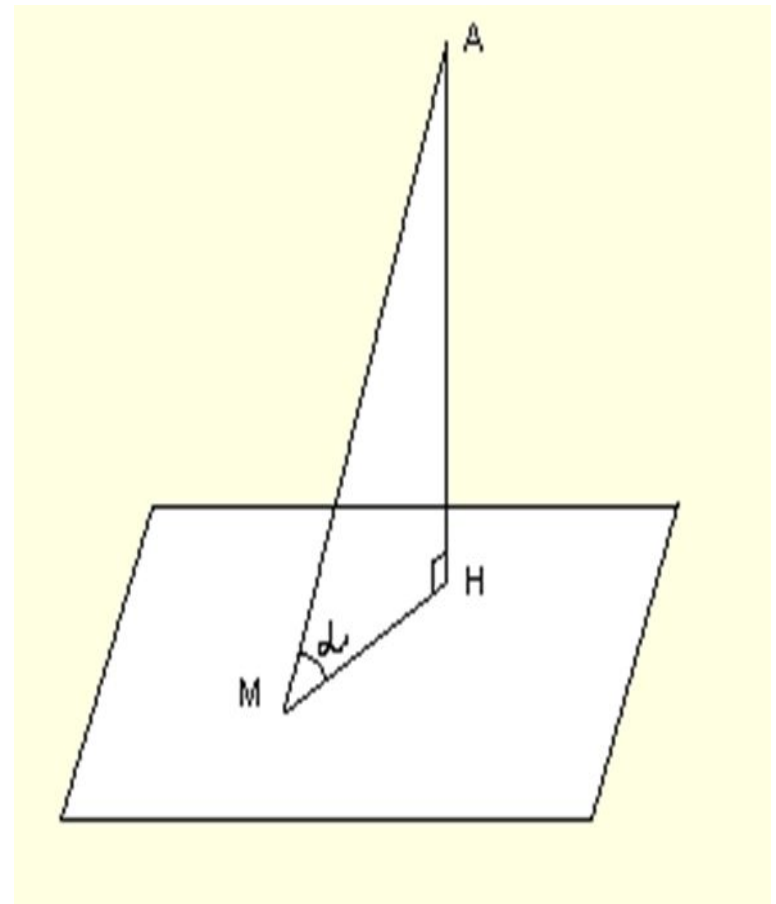
Назовите проекцию MB на плоскость α .

Назовите проекцию MN на плоскость α .



Задача 1

- Из точки A к плоскости проведен перпендикуляр AH и наклонная AM длиной 17 см. Длина ее проекции MH на эту плоскость 8 см. Вычислите синус и косинус угла между наклонной и ее проекцией.



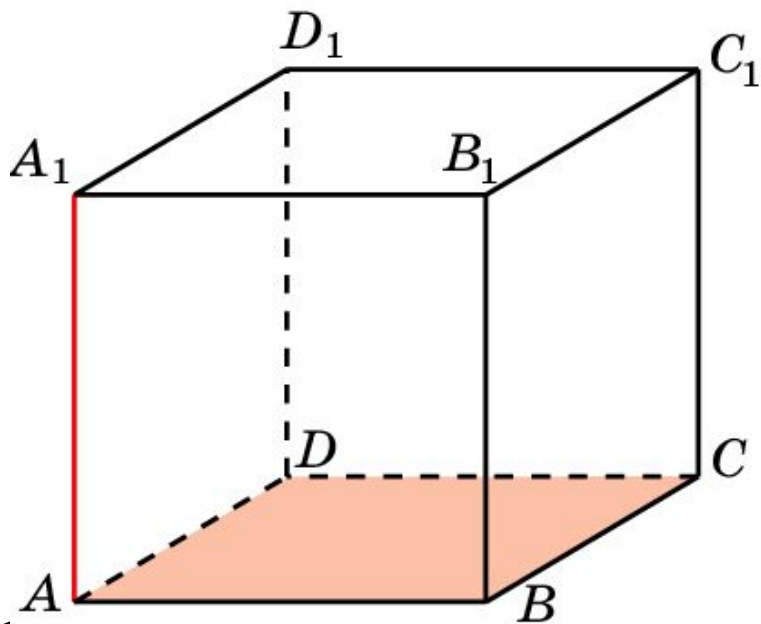
Алгоритм

- Чётко выяснить где прямая, где плоскость
- Выделить основание наклонной (точку пересечения прямой с плоскостью)
- Отправиться от этой точки вдоль этой прямой в поисках удобной точки, из которой могли бы опустить перпендикуляр на данную плоскость



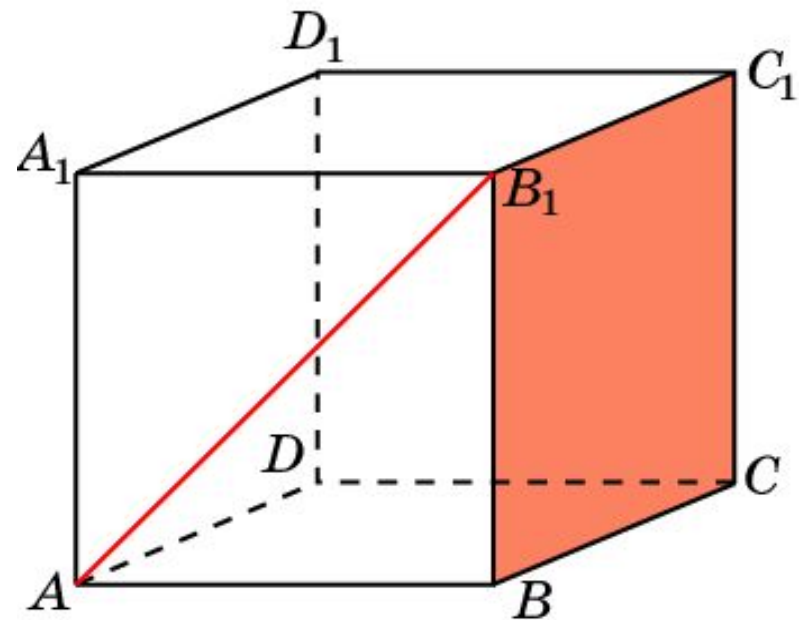
Задача 2

В кубе $A...D_1$ найдите угол между прямой AA_1 и плоскостью ABC .

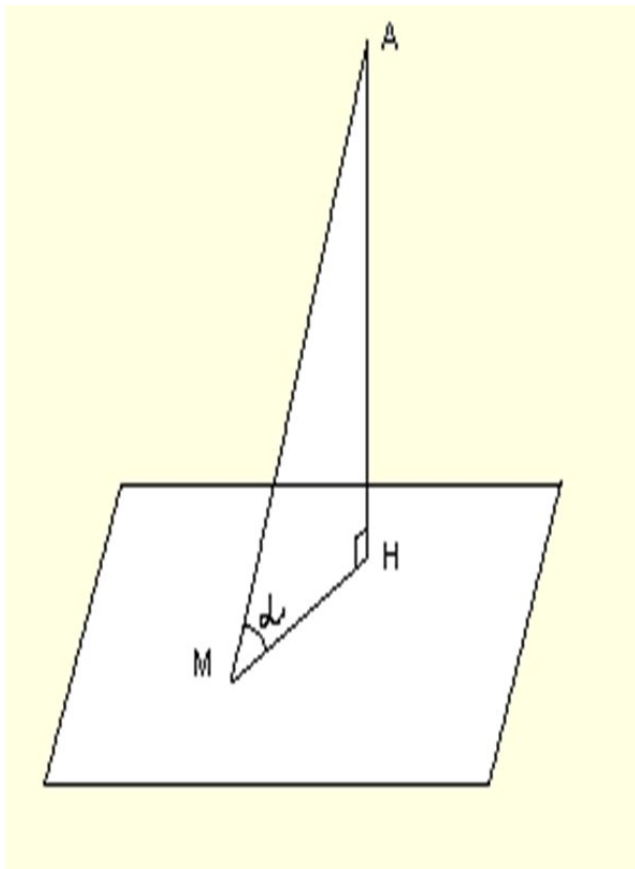


Задача 3

В кубе $A...D_1$ найдите угол между
прямой AB_1 и плоскостью BCC_1 .



Задача 4 (№ 163)

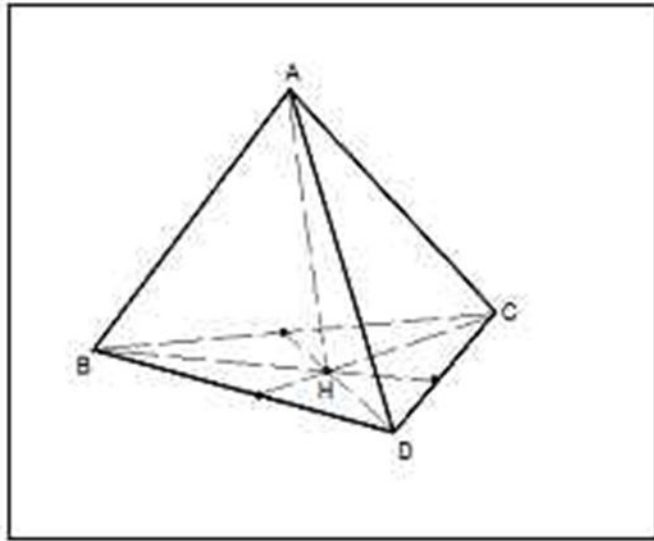


- Наклонная AM , проведенная из точки A к плоскости, равна α . Чему равна проекция наклонной на плоскость, если угол между прямой AM и плоскостью равен:
 - а) 45° б) 60° в) 30° ?



Задача 5

- Каждое боковое ребро тетраэдра равно 4 см и образует с плоскостью основания угол равный 30 градусам. Вычислите расстояние от вершины A тетраэдра до плоскости основания и длину ребра его основания.



Домашнее задание:

Задача : Рёбра основания прямоугольного параллелепипеда имеют длину 4см и 3см; высота параллелепипеда равна 5см. Найти его диагональ и угол между диагональю и плоскостью основания.

