

Дисциплина «Метрология, стандартизация и сертификация»

Лекция № 6

Лектор:

Забиров Фердинанд Шайхиевич,
профессор

2016/2017 учебный год

Тема лекции: Измерение физической величины

Изучаемые вопросы:

- 1 Понятие о значащей цифре.
- 2 Правила записи приближенных чисел.
- 3 Правила округления чисел.
- 4 Соотношения римских и арабских цифр.
- 5 Виды измерений.
- 6 Абсолютная и относительные погрешности
7. Правила определения погрешности результатов измерений и вычислений.

Понятие о значащей цифре

- При записи и округлении чисел используется понятие «значащая цифра».
- **Значащая цифра** – все цифры конкретного числа от первого слева, не равной нулю, до последней цифры справа (включая и нули).
- При определении числа значащих цифр **нули**, следующие из множителя 10^n , не учитываются.
- Приближенное число должно быть записано с таким **числом значащих цифр**, которое гарантирует верность последней значащей цифры числа.

Примеры определения числа значащих цифр

Число	Число значащих цифр
12,4	3
124	3
1240	4
12,0	3
40	2
$0,526 \cdot 10^8$	3
0,0004	1
0,00040	2
0,00048	2

Правила записи приближенных чисел

- Запись числа **4,6** означает, что **верны только цифры целых и десятых** (истинное значение числа может быть таким: 4,64; 4,62; 4,56; 4,59).
- Запись числа **4,60** означает, что **верны и сотые доли числа** (истинное значение числа может быть таким: 4,604; 4,602; 4,596, но не 4,623 или 4,593).
- Запись числа **493** означает, что **верны все три цифры числа**. Если **за последнюю цифру ручаться нельзя**, это число должно быть записано так: $4,9 \cdot 10^2$.
- Запись числа **4930** означает, что **верны все четыре цифры числа**. Если **за две последние цифры ручаться нельзя**, это число должно быть записано так: $4,9 \cdot 10^3$.

Примеры пересчета значений величин с учетом числа значащих цифр

- Пример: при выражении плотности ртути, равной $13,6 \text{ г/см}^3$, в другом масштабе единиц – в « кг/м^3 » - **следует писать $13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ и нельзя писать 13600 кг/м^3 , что означало бы верность пяти значащих цифр в то время, как в исходном числе приведены только три верные значащие цифры.**
- Пересчет значения величины и определение нового полученного значения следует производить таким образом, чтобы точность исходного числа по возможности была сохранена. То есть по своей точности **новое значение** величины должно соответствовать точности исходного значения.

Примеры пересчета значений величин с учетом числа значащих цифр

Для **обеспечения точности исходного значения** величины, заданное числовое значение величины, выраженное в единицах, подлежащих пересчету, умножают на пересчетный безразмерный множитель (без округления), а затем полученный результат округляют до такого числа значащих цифр, которое обеспечить точность, **близкую к точности прежнего числового значения**.

Примеры:

- Пересчитать значение 95,31 кгс в единицы СИ:
 $95,31 \cdot 9,80665 \text{ Н} = 934,6718115 \text{ Н} = 934,7 \text{ Н}$.
- Пересчитать значение модуля Юнга (модуля упругости) $E = 2,1 \cdot 10^6 \text{ кгс/см}^2$ в единицы СИ:
 $2,1 \cdot 10^6 \cdot 9,80665 \cdot 10^4 \text{ Па} = 2,0593965 \cdot 10^{11} \text{ Па} = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Па}$.

Соотношения римских и арабских цифр

- Каждый десятичный разряд римских цифр представлен одним числом:
 - I - единица (1);
 - X - десять (10);
 - C - сто (100);
 - M - тысяча (1000).

- Середина каждого десятичного разряда представлена одним числом:
 - V - цифрой 5 в разряде от 1 до 10;
 - L - цифрой 50 в разряде от 10 до 100;
 - D - цифрой 500 в разряде от 100 до 1000.

- При написании черты над цифрой, ее значение **увеличивается в 1000 раз.**

Правила написания римских цифр

- Одинаковые цифры, стоящие рядом, складывают, например: II = (1 + 1) = 2.
- Если меньшая цифра стоит перед большей (**допускается наличие только одной цифры**), то меньшая вычитается из большей, например: IV = (5 - 1) = 4.
- Если большая цифра стоит перед меньшей (**допускается наличие до трех цифр**), их следует складывать, например: VI = (5 + 1) = 6.
- Запись римских чисел проводят последовательно, начиная с чисел бóльших десятичных разрядов, заканчивая числами меньших десятичных разрядов, например: число 2999 запишется римскими цифрами как MMCMXCIX.

Измерение физической величины

- Измерение физической величины** – последовательность операций, выполняемых опытным путем при помощи технических средств, специально предназначенных для этой цели, по **нахождению с известной точностью** значения физической величины, характеризующей физический объект, явление или процесс.
- Измерить физическую величину – это значит **найти опытным путем** значение физической величины, **используя различные технические средства**.
- Разработкой теоретических основ выполнения различных измерений занимается **метрология**.

Измерение физической величины

- **Метрология** (с греческого: metros – мера, logos – учение, понятие) – наука об измерениях физических величин и о способах обеспечения единства требуемой точности этих измерений.
- Без метрологии невозможны развитие науки, техники и технологии.
- Менделеев Дмитрий Иванович говорил: «**Наука начинается с тех пор, как начинают измерять. Точная наука немислима без меры**».
- Различают следующие виды измерений физических величин: прямые, косвенные, совокупные, статические и динамические.

Виды измерений физической величины

- **Прямое измерение** – это измерение физической величины, при котором входной измерительный сигнал **уже содержит информацию об измеряемой физической величине**, например, измерение температуры объекта термометром, давления газа в сосуде манометром и т.д.
- **Косвенное измерение** – это измерение, при котором искомое значение **вычисляют с помощью зависимости** между искомой величиной и величинами, **подвергаемыми прямым измерениям**. Например, определение объема тела по прямым измерениям его геометрических размеров и т.д.

Виды измерений физической величины

- **Совокупное измерение** – это измерение нескольких одноименных физических величин, состоящее из **прямых измерений различных сочетаний этих величин**. Например, определение масс отдельных гирь по известному значению одной или нескольких гирь и по результатам прямых сравнений масс различных сочетаний гирь.
- **Совместное измерение** – это измерение, состоящее из прямых измерений нескольких физических величин **в изменяющихся условиях** и последующего нахождения зависимости между этими величинами. Например, определение температурной зависимости электрического сопротивления путем его измерения при различных температурах.

Виды измерений физической величины

- **Статические измерения** – это измерения не изменяющейся или мало изменяющейся по значению физической величины в интервале времени измерения. Например, измерение размера детали при нормальной температуре.
- **Динамические измерения** – это измерения переменной во времени физической величины, например, измерение вибрации, пульсирующего давления.
- В зависимости от метрологического назначения измерения делятся на **технические** и **метрологические**.

Виды измерений физической величины

- **Технические измерения** – это измерения, **проводимые рабочими средствами измерения** с целью контроля параметров изделий, контроля и управления научными экспериментами и т.д.
Например, измерение манометром давления жидкости в гидравлической системе изделия.
- **Метрологические измерения** – это измерения, выполняемые при помощи **эталонов и образцовых средств измерений** с целью воспроизведения единиц физических величин для передачи их размера **рабочим средствам измерений**.

Виды измерений физической величины

- При метрологических измерениях в обязательном порядке учитываются погрешности (неопределенности измерений), а при технических – принимается наперед заданная погрешность, достаточная для решения практической задачи. Поэтому при технических измерениях нет необходимости определять и анализировать погрешности получаемых результатов.
- В зависимости от выражения результатов измерений последние подразделяются на **абсолютные** и **относительные**.
- **Абсолютное измерение** основано на **прямых измерениях** одной или нескольких одноименных физических величин.

Виды измерений физической величины

- **Относительное измерение** – это измерение отношения определяемой физической величины к одноименной. Например, измерение активности радионуклида в ионизирующем источнике по отношению к активности радионуклида в одноименном источнике, аттестованном в качестве образцовой меры активности.
- **Относительные измерения** при прочих равных условиях могут быть выполнены более точно, чем абсолютные, поскольку в суммарную погрешность измерения не входит погрешность меры физической величины.

Истинное и действительное значение физической величины

- Истинное значение** физической величины – это значение физической величины, которое абсолютно верно отражает эту величину (эту величину при измерении стараются определить).
- Действительное значение** физической величины - это значение физической величины, найденное **экспериментальным путем**, которое имеет настолько **близкое к истинному значение**, что для поставленной измерительной задачи может его заменить.
- В результате измерения может быть найдена **только оценка истинного значения** (а не само значение), называемое **действительным значением физической величины**.

Абсолютная и относительные погрешности

- Под погрешностью измерений (абсолютной, относительной) понимают отклонение ΔX результата измерения X от истинного значения измеряемой величины Q .
- Абсолютную погрешность определяют по формуле:
$$\Delta X = X - Q \quad (1)$$
- Абсолютную погрешность выражают в единицах измеряемой величины.
Поскольку истинное значение измеряемой величины **неизвестно**, то в качестве наиболее близкого к нему можно принять среднее значение ряда измерений одной и той же величины.

Абсолютная и относительные погрешности

- Относительную погрешность** выражают отношением модуля абсолютной погрешности измерения к истинному значению измеряемой величины.
- Относительную погрешность** количественно определяют в долях единицы или в процентах.
- Относительную погрешность** количественно определяют по формуле:
$$\delta = |\Delta X| / Q, \quad (2)$$
где $|\Delta X|$ - модуль абсолютной погрешности.
- Различают **систематические, случайные и грубые погрешности**.

Классификация погрешностей

- Систематические погрешности связаны в основном с погрешностями средств измерений, несовершенством методов измерений и остаются постоянными или закономерно изменяющимися при повторных измерениях одной и той же физической величины. Различают три источника систематических погрешностей: методические, инструментальные и личностные.
 - Грубые погрешности (или промахи) определяются главным образом неисправностью средств измерений, ошибочным отсчитыванием показаний средств измерений, значительными изменениями условий измерения.
-

Классификация погрешностей

- **Случайные погрешности** вызываются неконтролируемыми обстоятельствами. Они описываются методами теории вероятностей, при этом случайная погрешность рассматривается как случайная величина. Случайная величина полностью описывается функцией распределения вероятностей случайной величины. На практике наиболее часто встречаются следующие законы распределения погрешностей: нормальный (Гаусса), Вейбулла, экспоненциальный, равномерный и др.
-

Правила определения погрешности результатов измерений и вычислений

- Поскольку погрешности измерений определяют лишь **зону неопределенности** результатов, их не требуется **знать абсолютно точно**.
- Эмпирически были установлены следующие правила округления рассчитанного **значения погрешности и полученного результата измерения**.
- **1.** Погрешность результата измерения указывается двумя значащими цифрами, если значение **первой значащей цифры** погрешности равно **1** или **2**, и одной значащей цифрой - если значение **первой значащей цифры** погрешности равно **3** и **более**. Например: $\pm 0,15$; $\pm 0,20$; $\pm 0,5$.

Правила определения погрешности результатов измерений и вычислений

- 2. Результат измерения округляется до того же десятичного знака, которым оканчивается значение абсолютной погрешности. Если десятичная дробь в числовом значении результатов измерений оканчивается нулями, то нули отбрасываются до того разряда, который соответствует разряду числового значения погрешности измерения. Например, 10,00 - абсолютная погрешность измеряется сотыми долями числа; 5,6 - абсолютная погрешность измеряется десятыми долями числа.

Правила определения погрешности результатов измерений и вычислений

- **3.** Если цифра старшего из отбрасываемых разряда **меньше 5**, то остальные цифры числа не изменяются. Например: Число 235,4**35** округляют до 235,4 при сохранении четырех значащих цифр.
- **4.** Если цифра старшего из отбрасываемых разрядов больше или равна 5, но за ней следуют цифры, не равные нулю, то последнюю **сохраняемую цифру увеличивают на единицу**. Например, число 5,22**52** округляют до числа 5,2**3**.
- **5.** Если отбрасываемая цифра равна 5, а следующие за ней цифры неизвестны или нули, то последнюю сохраняемую цифру числа не изменяют, если она четная, и увеличивают на единицу, если она нечетная. Например: Числа 5,22**50** и 5,2**350** округляются соответственно до чисел 5,2**2** и 5,2**4**.

Правила определения погрешности результатов измерений и вычислений

- 7. Округление производится лишь **в окончательном ответе**, а все предварительные вычисления проводят с **одной или двумя лишними цифрами**.
- 8. **Предельная абсолютная погрешность** числа **не превосходит** половины единицы **последнего оставленного разряда**.
Например, если в таблице указано $e = 2,718$, то абсолютная погрешность числа «e» не превосходит $0,5 \cdot 10^{-3}$. Следовательно, число «e» должно быть записано с нижеуказанной предельной абсолютной погрешностью:
$$e = 2,718 \pm 0,0005.$$

В математических таблицах **все числа округлены до верных знаков**.

Правила определения погрешности результатов измерений и вычислений

- 9. Относительная погрешность приближенного числа связана с количеством его верных знаков. Количество верных знаков отсчитывается от первой значащей цифры числа до первой значащей цифры его абсолютной погрешности.

Пример:

Число $x = 20,7426$ имеет абсолютную погрешность $\Delta x = 0,0926$. Число « x » имеет три верные значащие цифры (2, 0, 7), остальные цифры – сомнительные. Следовательно:

$$x = 20,7426$$
$$\Delta x = 0,0926.$$

Правила определения погрешности результатов измерений и вычислений

- Ориентировочно можно считать что наличие только **одного верного знака** соответствует относительной погрешности порядка **10 %**, **двух верных знаков** – погрешности порядка **1 %**, **трех верных знаков** – погрешности порядка **0,1 %** и т.д.
 - В окончательных записях обычно оставляют, **кроме верных**, один сомнительный знак. При этом **следует указывать предельную абсолютную погрешность**, выписывая ее с **одной значащей цифрой**. Для этого **погрешность округления числа прибавляют к предельной абсолютной погрешности** и результат **округляют в большую сторону**. Например, если в результате измерения получено число $x = 2,734$ с предельной абсолютной погрешностью $\Delta x = 0,043$, то его следует записать с тремя верными знаками:
 $x = 2,73 \pm 0,05$ (так как $0,043 + 0,004 = 0,047 \approx 0,05$).
-

Правила определения погрешности результатов измерений и вычислений

- При сложении и вычитании абсолютные погрешности складываются ($\Delta X = \Delta A + \Delta B$).
- При умножении и делении относительные погрешности складываются ($\delta X = \delta A + \delta B$, $\Delta X = \delta X \cdot A \cdot B$).
- При возведении в степень относительные погрешности умножаются на абсолютную величину показателя степени ($\delta X \cdot n$).
- Значение погрешности функции равно произведению абсолютной погрешности аргумента на абсолютную величину ее производной.

Например: Дана функция $y = 2x^2$, где $x = 5,0$.

Погрешность функции $\Delta y = 0,05 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5,0 = 1$. Тогда значение функции будет равно $y = 50 \pm 1$.

Правила определения погрешности результатов измерений и вычислений

- Если среди слагаемых имеется **одно** число, абсолютная погрешность которого **значительно превосходит** абсолютные погрешности **остальных слагаемых**, то **абсолютная погрешность суммы** считается **равной этой наибольшей погрешности**. При этом в сумме следует сохранять столько десятичных знаков, сколько их содержится в слагаемом **с наибольшей абсолютной погрешностью**.

Например, для суммы $x = 100 + 0,05 + 0,005 = 100$ абсолютная погрешность запишется как $x = 100 \pm 0,5$, так как предельная абсолютная погрешность числа 100, равная **0,5**, **значительно превосходит предельную абсолютную погрешность** двух остальных слагаемых суммы – 0,005 и 0,0005.