«Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы»

«…нет ни одной области в математике, которая когда-либо не окажется применимой к явлениям действительного мира…»

Н.И. Лобачевский

Скажи мне, и я забуду.

Покажи мне, и я запомню.

Дай мне действовать самому,

И я научусь.

Конфуций

АКЦЕНТИРУЕМ ТЕОРИЮ ПО ТЕМЕ

1. В чем состоит геометрический смысл производной ?

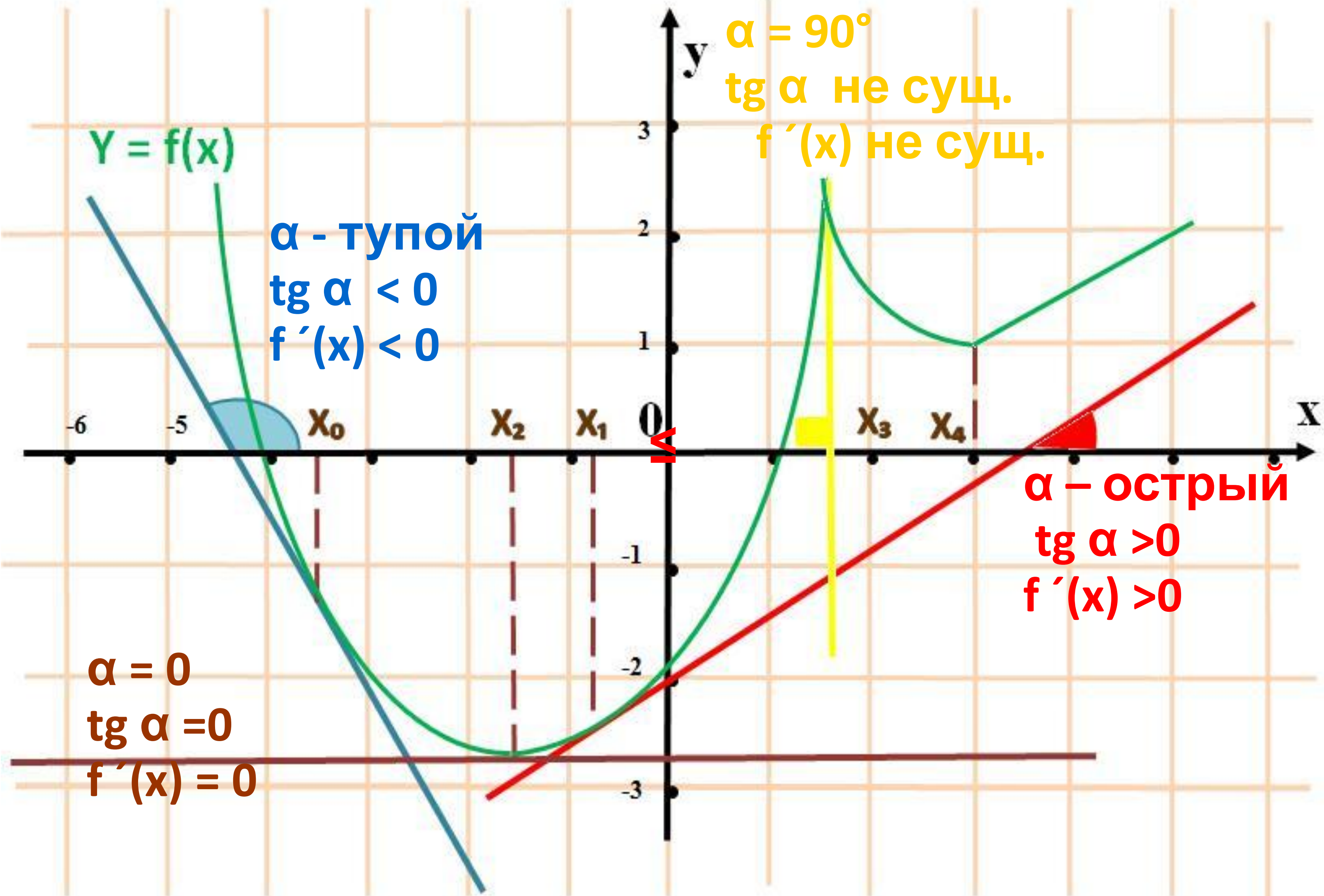
$$f\,'(x) = \mathrm{tg}\,\alpha = к$$

тангенс угла наклона касательной к положительному направлению оси ОХ

значение производной в точке Х

угловой коэффициент касательной

для дифференцируемых функций : 0°≤α≤180°,α≠90°



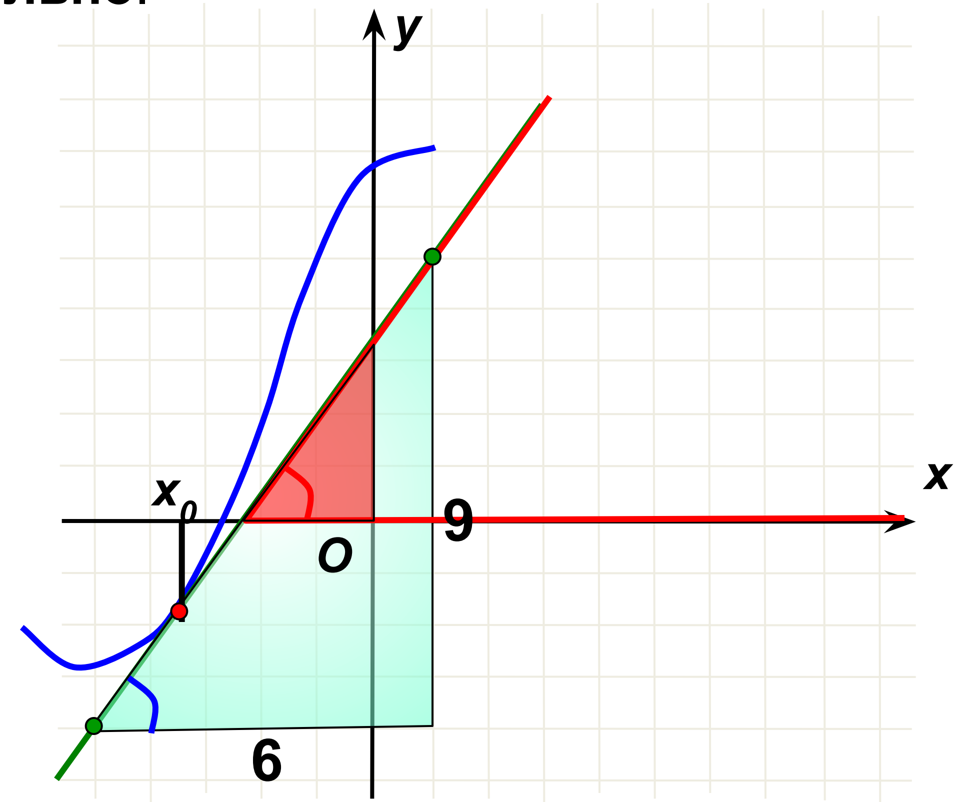
На рисунке изображен график функции y =f(x) и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной в точке x_0.

Решение: 1). Угол, который составляет касательная с положительным направлением оси Ох, **острый**. Значит, значение производной в точке x_0 **положительно**.

2). Найдем тангенс этого угла. Для этого подберем треугольник с катетами-целыми числами. Этот треугольник не подходит.

Можно найти несколько удобных треугольников, например,….

3). Найдем тангенс угла – это отношение 9:6.



Ответ: **1,5**

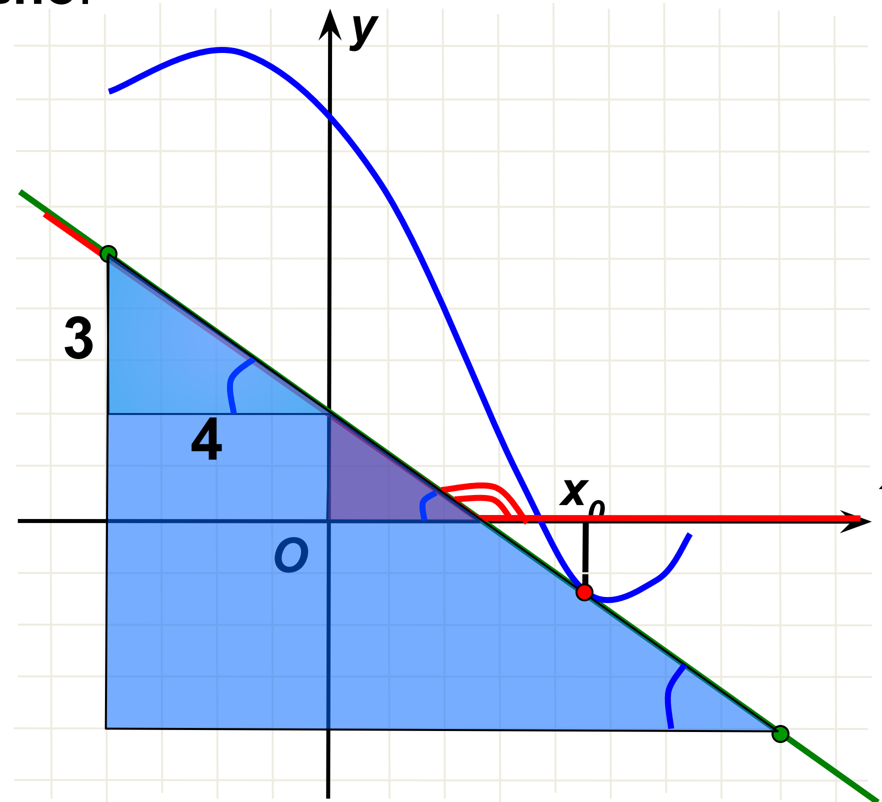
На рисунке изображен график функции y =f(x) и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной в точке x_0.

Решение: 1). Угол, который составляет касательная с положительным направлением оси Ox, **тупой**. Значит, значение производной в точке x_0 **отрицательно**.

2). Найдем тангенс смежного угла. Для этого подберем треугольник с катетами-целыми числами. Этот треугольник не подходит.

Можно найти несколько удобных треугольников.

3). Найдем тангенс угла – это отношение 3:4.



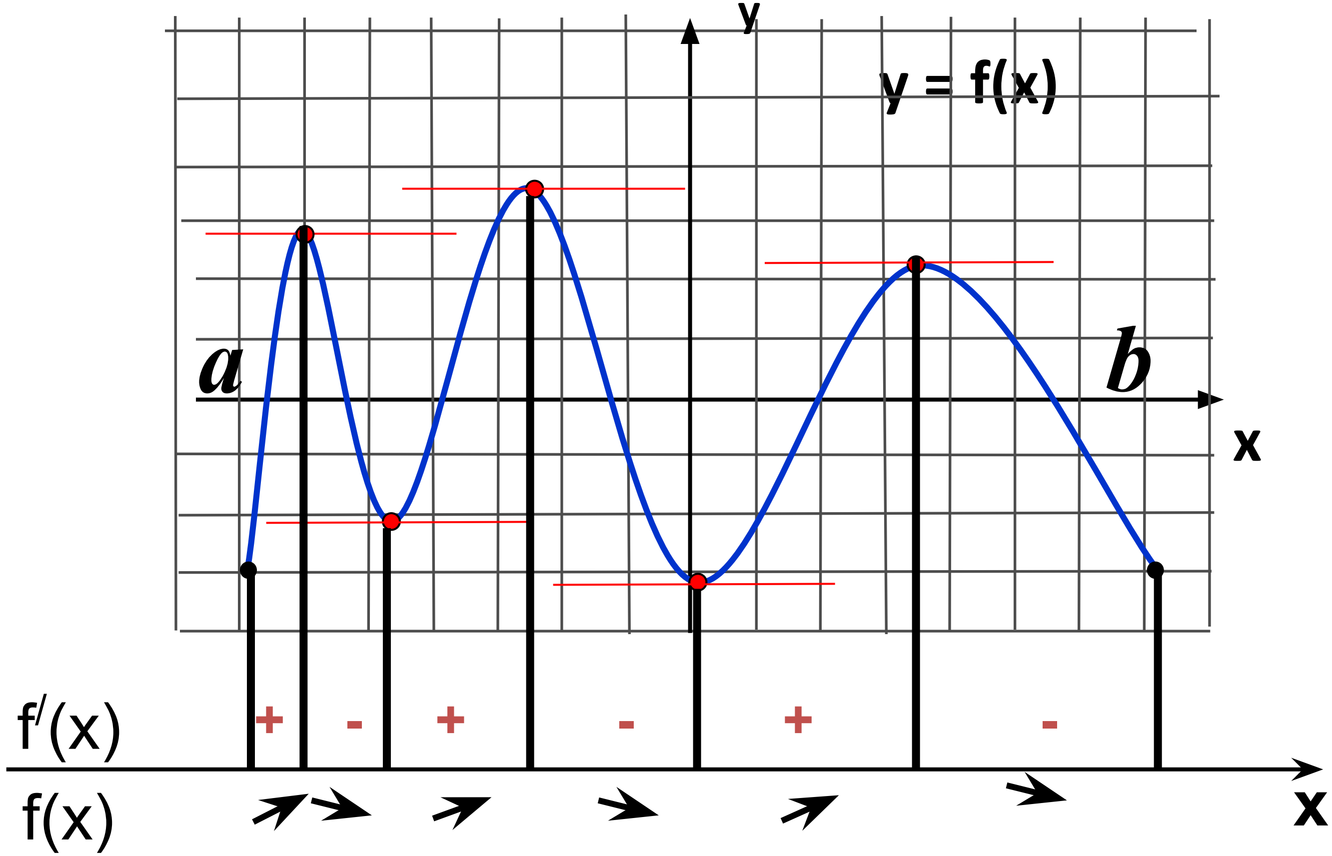
Ответ: **-0,75**

Непрерывная функция y = f(x) задана на отрезке $[a;b]$ На рисунке изображен ее график.

Укажите точки графика, в которых касательная параллельна оси Ох.

$f'(x) < 0$, значит, функция убывает.

$f'(x) > 0$, значит, функция возрастает.



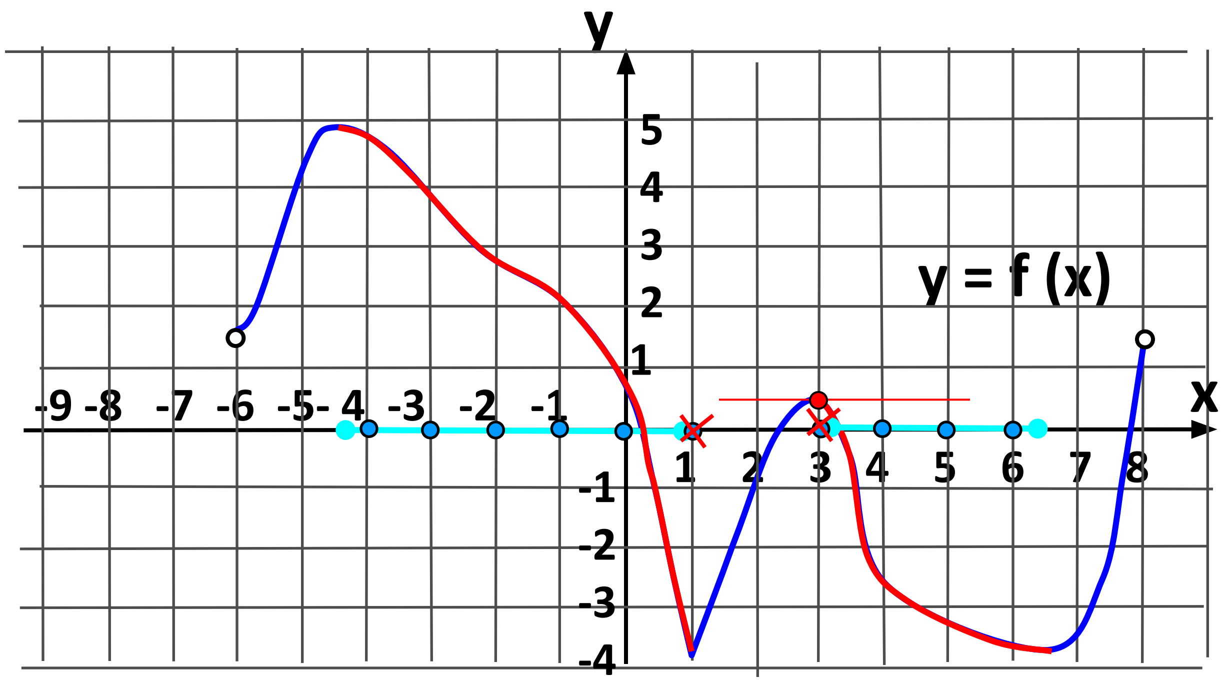
На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале (-6; 8). Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

Решение:

1). $f'(x) < 0$, значит, функция убывает. Найдем эти участки графика.

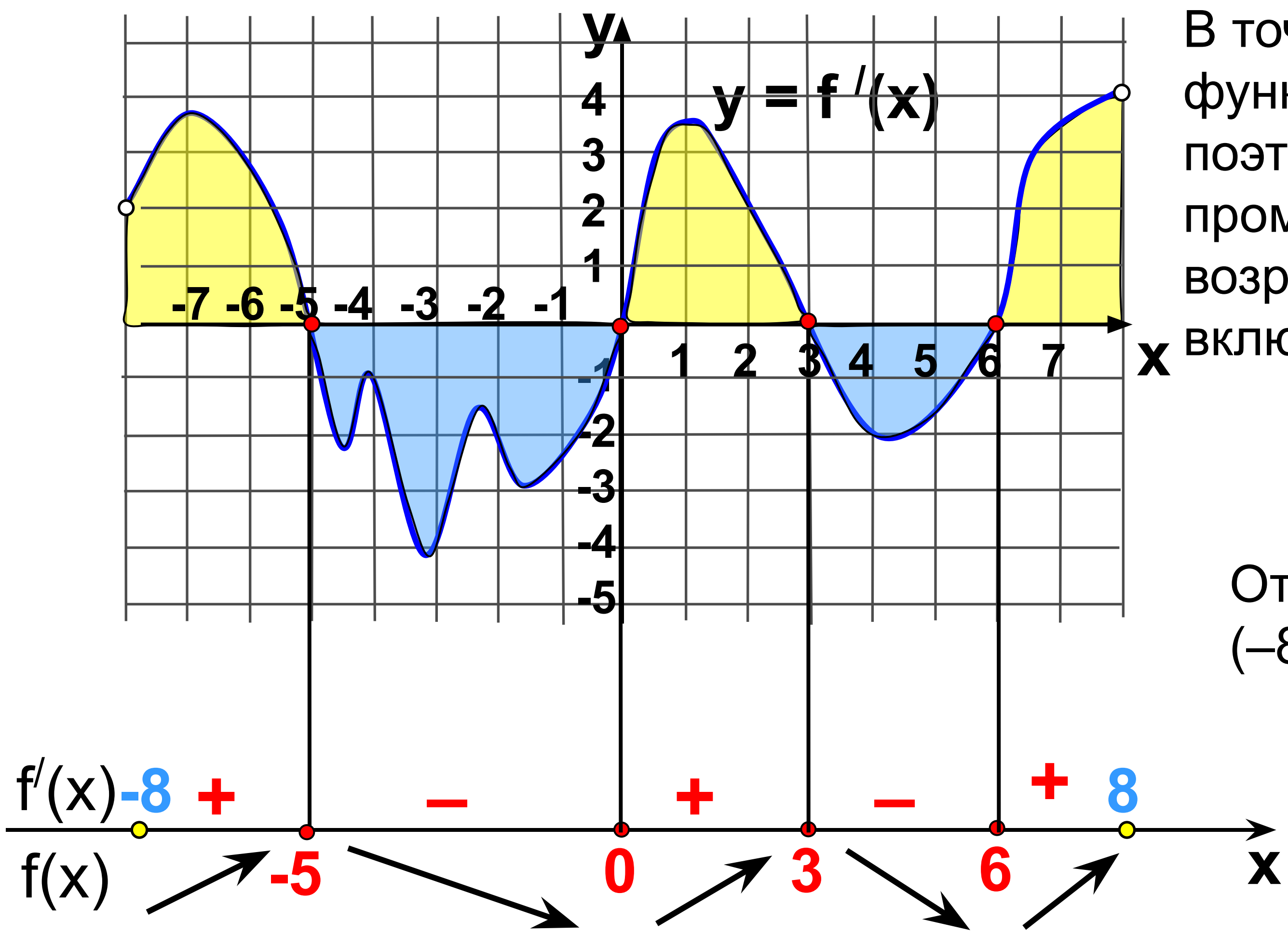
2). Найдем все целые точки на этих отрезках.

3). Исключим точки, в которых производная равна 0 (в этих точках касательная параллельна оси Ox) В точке x=1 производная не существует.



Ответ: 8.

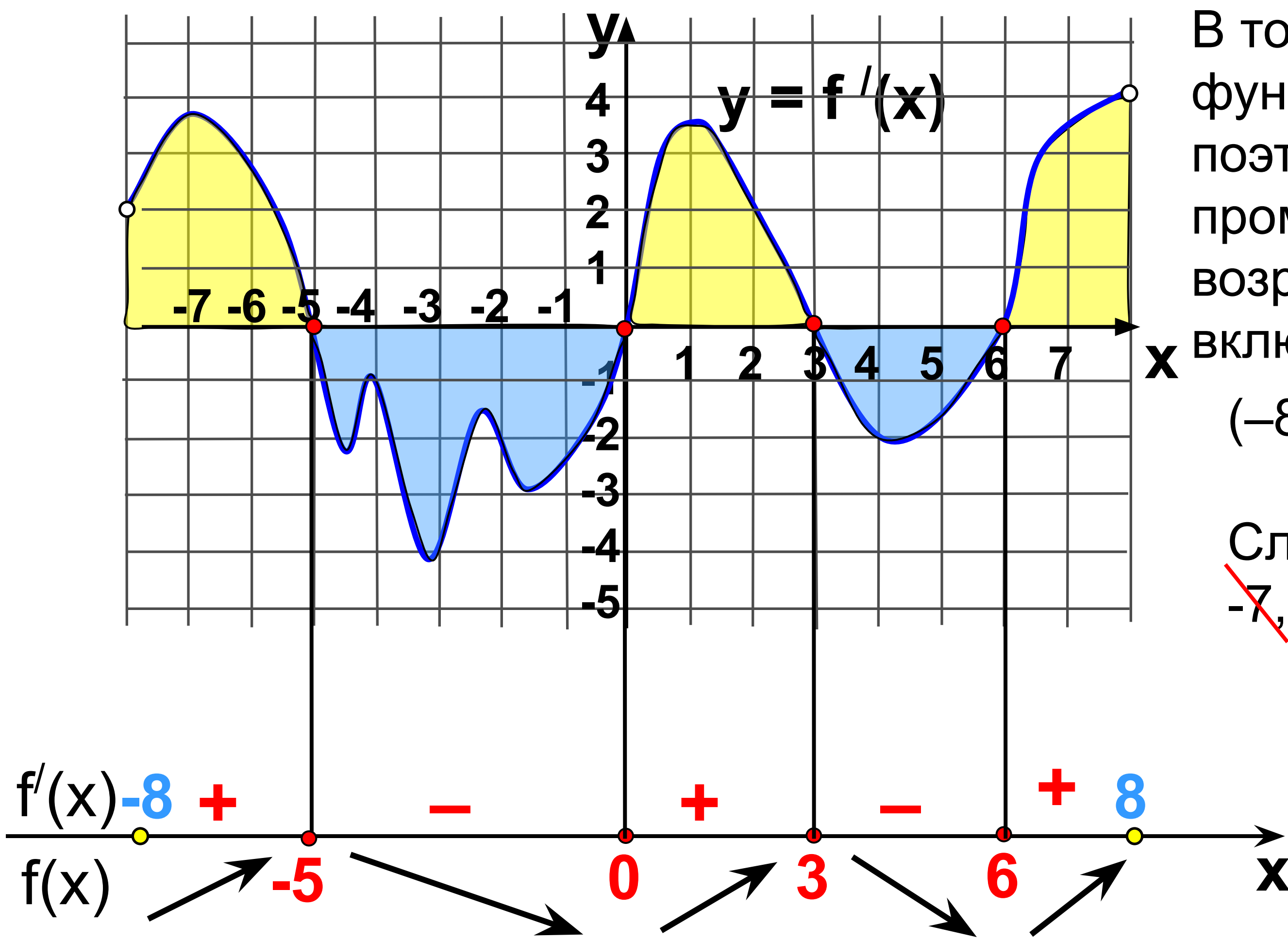
Найдите промежутки возрастания функции y =f (x).



В точках –5, 0, 3 и 6 функция непрерывна, поэтому при записи промежутков возрастания эти точки включаем.

Ответ:
(–8; –5], [0; 3], [6; 8)

Найдите промежутки возрастания функции y =f (x). В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



В точках –5, 0, 3 и 6 функция непрерывна, поэтому при записи промежутков возрастания эти точки включаем.

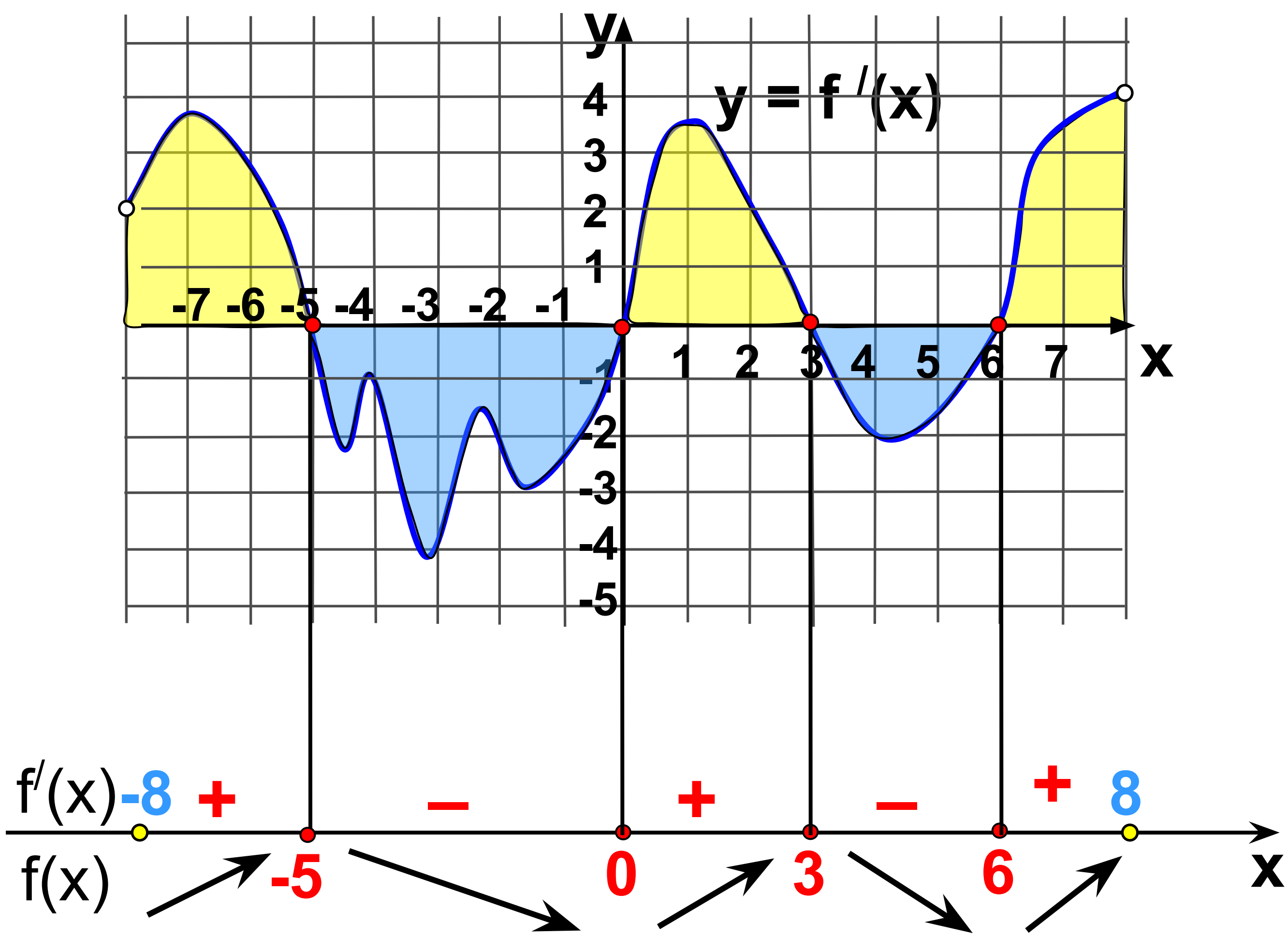
(–8; –5], [0; 3], [6; 8)

Сложим целые числа:

~~-7~~, ~~-6~~, ~~-5~~, 0, 1, ~~2~~, ~~3~~, ~~6~~, ~~7~~

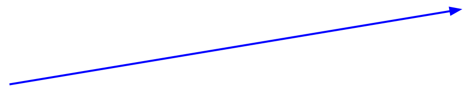
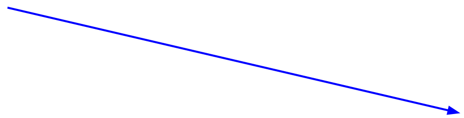
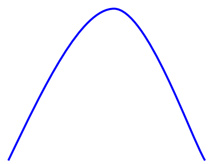
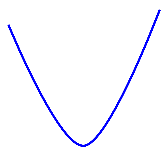
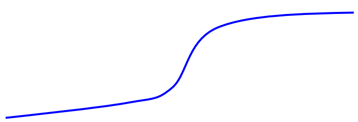
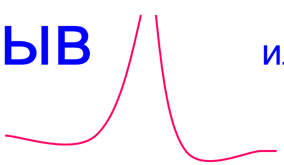
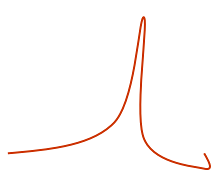
Ответ: 1

Найдите промежутки убывания функции y =f (x). В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: 5.

Связь производной со свойствами функции

f(x)	f'(x)
	+
	-
max 	0
min 	0
перегиб 	0
const	0
разрыв  или 	Не существует

Правило нахождения интервалов монотонности

1) **Вычисляем производную** ***f `(x)*** **данной функции** ***f(x)*.**
2) **Находим точки, в которых** ***f `(x)*** **= 0 или не существует. Эти точки называются** ***<u>критическими</u>*** **для функции** ***f(x)*.**
3) **Критическими точками область определения функции** ***f(x)*** **разбивается на интервалы, на каждом из которых производная** ***f `(x)*** **сохраняет свой знак. Эти интервалы будут интервалами монотонности.**
4) **Определим знак** ***f `(x)*** **на каждом из найденных интервалов. Если на рассматриваемом интервале** ***f `(x) ≥ 0*****, то на этом интервале** ***f(x)*** **возрастает, если же** ***f `(x) ≤ 0*****, то на таком интервале** ***f(x)*** **убывает.**

ПРИМЕНЯЕМ ТЕОРИЮ НА ПРАКТИКЕ