

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)**

**ПРОЕКТ
«ИНЖЕНЕРНЫЙ КЛАСС В МОСКОВСКОЙ ШКОЛЕ»**

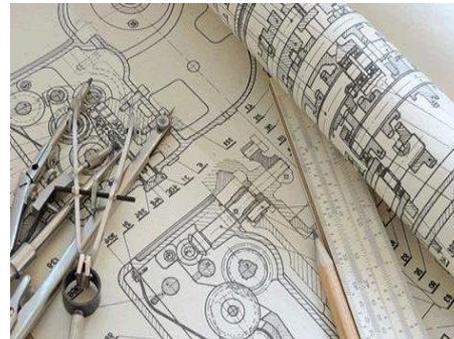
**Практические ситуационные задачи и
теоретические задачи**

Авторы Буркова Е.Г., Козичев В.В., В.В. Леонов

Москва – 2018

Все ситуационные практические задачи делятся на четыре группы в соответствии с направлениями подготовки инженеров в техническом вузе:

- Технологическое (инженер-технолог);
- Исследовательское (инженер-исследователь);
- Конструкторское (инженер-конструктор);
- Программирование (инженер-программист).



Технологическое направление



Включает задачи, связанные с выбором параметров производственных (технологических) процессов или оборудования. Например, определение параметров обработки резаньем, потребных характеристик токарного станка, технологических условий изготовления композитных изделий и т.д.

Исследовательское направление

Включает задачи, в которых требуется получение аналитической зависимости одних величин от других, характеризующей рассматриваемую конструкцию, с учетом действующих условий, Например, задачи оптимизации.



Включает задачи, направленные на определение параметров исследуемой системы или характеристик конструктивного решения, отвечающих условиям эксплуатации или обеспечивающих рациональное решение поставленной задачи. Например, запаса рабочего вещества на борту аппарата

Направление программирование

Включает задачи, направленные на разработку алгоритмов численного решения поставленной задачи. Например, задачи с переменными (неизвестными) начальными условиями



- 1. Выделение основных физических процессов, их последовательности и причинно-следственных связей.** Данный пункт подразумевает оценку текстового и графического описания физических процессов.
- 2. Правильная формализация физических процессов, запись основных зависимостей (формул), описывающих физические процессы или состояния элементов системы.** В качестве исходных формул необходимо использовать законы и определения физических величин, общие известные уравнения процессов и состояний.
- 3. Составление системы уравнений, алгоритма расчета, математической модели.** Здесь корректная запись системы является приоритетной относительно упрощения и приведения к удобному виду. Оценивается умение комбинировать и преобразовывать выражения, с целью получения нужных данных.
- 4. Проведение расчетов, получение и представление результата.** Оценивание каждого вопроса задачи производится отдельно с весовым коэффициентом, равным $(1/[\text{количество вопросов}])$, а также добавляется бонусный балл за качество оформления или представления ответа.

Дополнительные критерии оценивания решения задач по направлениям



Технологические задачи:

- до 3 бонусных баллов за корректный выбор и учет параметров производственного (технологического) процесса;
- до 3 дополнительных баллов за качественный анализ факторов, влияющих на параметры и характеристики технологического процесса, предложения по оптимизации процесса.

Исследовательские задачи:

- до 3 дополнительных баллов за корректный подход к анализу влияющих факторов (учет факторов, не отраженных в явном виде в условии, оценка значимости факторов, устранение малозначимых факторов);
- до 3 дополнительных баллов за анализ результатов решения (качественная и количественная интерпретация результатов, оценка области применения, общие выводы из частного решения).

Дополнительные критерии оценивания решения задач по направлениям



Конструкторские задачи:

- до 5 бонусных баллов за учет дополнительных условий технической системы или процесса, не заложенных в стандартное решение и позволяющих получить более точный ответ;
- до 1 бонусного балла за дополнительный анализ полученного результата (определение условий применимости тех или иных конструкторских решений, конструкторские предложения, позволяющие улучшить параметры системы и т.п.).

Дополнительные критерии оценивания решения задач



1. Если решение задачи содержит разрозненные записи, выделены правильно некоторые физические процессы, присутствует одна-две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то ставится 1-2 балла
2. Верные решения задач могут отличаться от авторских. Допустим учет дополнительных параметров, не предусмотренных авторами в случае, если не нарушаются физические законы и технические закономерности функционирования системы.
3. За отсутствие пояснений, ошибки в численных расчетах при верном пути решения задачи снимается 1-2 балла.
4. В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание проводится по критериям, приведенным для каждой задачи.

Критерии оценивания решения задач



Подпункт	Конструкторская	Технологическая	Исследовательская
1. Выделение физических процессов, последовательности и причинно-следственных связей			
Основные баллы	9	8	10
Графическое описание	+3	+3	+2
Структурирование	+2	+2	+2
Максимальное число баллов за этап	14	13	14
2. Формализация физических процессов			
Основные баллы	8	9	10
Максимальное число баллов за этап	8	9	10
3. Подготовка системы уравнений, алгоритма, математической модели			
Основные баллы	8	8	10
Преобразование системы уравнений	+2	+2	+3
Максимальное число баллов за этап	10	10	13
4. Проведение расчетов, получение и представление результата			
Расчеты и результат	9	8	5
Представление результата	+3	+4	+2
Максимальное число баллов за этап	12	12	7
5. Дополнительные баллы в соответствии со спецификой задачи			
Максимальное число баллов за этап	6	6	6
Общее количество баллов			
Максимальная сумма баллов за задачу	50	50	50



1. Выделить физические процессы и явления, которые лежат в основе описываемых конструкций или процессов, назвать их. При необходимости привести их схематическое или графическое описание.
2. В соответствии с пунктом первым записать необходимые базовые формулы.
3. Построить математическую модель процессов, описываемых в условии, для этого использовать конкретные параметры задачи, базовые формулы физики и получить соответствующие аналитические выражения.
4. Обратить внимание на необходимость дополнительных справочных данных.
5. Составить систему уравнений, проанализировать ее с точки зрения возможных упрощений, рациональных методов решения.
6. Решить полученную систему, произвести числовые расчеты, обратив внимание на правильное использование единиц физических величин.
7. Представить полученные результаты в соответствии с вопросами задачи.



**ЗАДАЧИ КОНСТРУКТОРСКОГО
НАПРАВЛЕНИЯ**

Задача 1. Условие



Акустический буй, сбрасываемый с самолета, состоит из двух частей – блока приборов объемом 1 л, массой 2 кг и гермокапсулы с воздухом объемом 2 л и массой 0,1 кг. Форма буя обеспечивает отсутствие сопротивления при движении в воде. По достижении давления 2 атм капсула разрушается и выпускает воздух. Буй сбрасывают с высоты 20 м без начальной скорости.

- 1) Найти скорость в момент входа в воду и начальное ускорение в воде.
- 2) Какова высота сброса, выше которой буй в итоге утонет, а ниже которой – всплывет?

Задача 1. Решение



1) Скорость снаряда при входе в воду определяется начальной высотой свободного падения. Проще всего посчитать через перевод потенциальной энергии в кинетическую

$$mgH = \frac{mv^2}{2}$$

откуда

м/с.

$$v = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 20} = 19,8$$

Ускорение в воде определяется массой снаряда и действующими на него силами – тяжести и Архимеда

$$a = \frac{-F_T + F_A}{m} = \frac{-mg + \rho_{H_2O} Vg}{m} = \frac{-2,1 \cdot 9,8 + 1000 \cdot 0,003 \cdot 9,8}{2,1} = 4,2$$

Задача 1. Решение (продолжение)



Поскольку параметры плавучести не меняются, движение в воде будет равнозамедленным. При этом буй достигнет глубины

$$h = \frac{v^2}{2a} = \frac{gH}{a} = 46,67 \text{ м.}$$

Гермокапсула выдерживает давление 2 атм (то есть избыточное давление 1 атм), что соответствует глубине погружения около 10 м. Значит капсула разрушится, плавучесть снаряда станет отрицательной и он опустится на дно.

2) Высота сброса определяется начальной скоростью снаряда. Если снаряд не достигнет глубины 10 м, капсула останется цела и снаряд всплывет. Подставив, $h = h_{\max}$ в последнюю формулу, найдем из нее предельно допустимую высоту сброса:

М

$$H_{\max} = \frac{ah_{\max}}{2g} = 4,3$$

Задача 2. Условие



Подводный аппарат состоит из герметичного обитаемого отсека объемом 20 м^3 . В отсеке размещены баллоны со сжатым газом под избыточным давлением 10 атм (10^6 Па). Также имеется балластная цистерна (20 м^3), соединенная с окружающей средой (напрямую) и с баллонами, наполненными газом (через управляемый экипажем вентиль).

Масса пустого корабля составляет 30000 кг , из которых 3000 кг – аварийный сбрасываемый балласт.

Заполнение балластной цистерны осуществляется путем стравливания за борт находящегося в ней газа и одновременного заполнения её заборной водой.

По мере заполнения балластной цистерны водой в определенный момент достигается нейтральная плавучесть, после чего корабль начинает погружаться.

Задача 2. Условие (продолжение)



Вопросы:

- 1) При каком объеме забортной воды в балластной цистерне достигается нейтральная плавучесть на нулевой глубине?
- 2) До какой глубины возможно вытеснение воды запасенным в баллонах сжатым газом?
- 3) Какая масса газа должна быть запасена в баллонах для обеспечения однократного всплытия с глубины 80 м при исходной нейтральной плавучести.

Дополнительная информация:

Рабочий вытесняющий газ – Азот. Молекулярная масса 28, газовая постоянная 297 Дж/(кг·К). Температура вытесняющего газа 300 К.

Задача 2. Решение



В данном случае последовательность анализа физики соответствует очередности вопросов. При этом формализация и расчеты проводятся по ходу разбора физики, а не отдельным этапом.

Нейтральная плавучесть достигается при равенстве силы тяжести корабля и силы Архимеда, действующей на газовый объем полностью погруженного корабля.

Сила тяжести корабля:

$$F_T = Mg = 30000 \cdot 9,81 = 294300$$

Сила Архимеда:

$$F_A = V \rho g$$

где V – объёмов отсеков корабля, заполненных воздухом, а $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ – плотность вытесняемой кораблём воды.

Приравняв правые части, найдём объём воздуха в лодке, необходимый для обеспечения нейтральной плавучести:

$$V = \frac{Mg}{\rho g} = \frac{M}{\rho} = \frac{30000}{1000} \cdot 1000 = 30 \text{ м}^3$$

Задача 2. Решение (продолжение)



Вычитая этот объём из общего объёма корабля, определим объём принятой воды, необходимый для достижения нейтральной плавучести:

$$V_{\text{воды}} = 40 \text{ м}^3 - 30 \text{ м}^3 = 10 \text{ м}^3$$

2) Вытеснение балластной воды возможно в том случае, если давление в баллонах с газом больше давления окружающей среды.

Как известно, высота столба жидкости оказывает давление, равное $p = \rho gh$.

Выразим из данного уравнения глубину (высоту столба жидкости), и подставит в качестве давления величину давления в баллонах:

$$H = \frac{p}{\rho g} = \frac{10^6}{9.81 \cdot 10^3} = 101,93$$

Ниже этой глубины при открытии вентилей вода начнет заполнять и емкости сжатого газа.

3) Давление газа в цистерне на глубине $h = 80$ м должно обеспечивать объём газа, соответствующий нейтральной плавучести. Как показано выше, последний составляет половину объёма цистерны: $V_{\text{пл}} = 10 \text{ м}^3$.

Задача 2. Решение (продолжение)



Тогда, согласно уравнению Менделеева-Клапейрона имеем:

$$(\rho gh + p_{\text{атм}}) V_{\text{пл}} = \frac{m R_0 T}{\mu}$$

Для простоты примем ситуацию, при которой для погружения был отравлен весь воздух из балластной цистерны, и объем газа необходимо восстановить с нуля.

Выразив отсюда массу газа получим:

$$m = \frac{\mu (\rho gh + p_{\text{атм}})}{R_0 T} = \frac{28(1000 \cdot 9.8 \cdot 80 + 100000)}{8314 \cdot 300} = 99.33$$

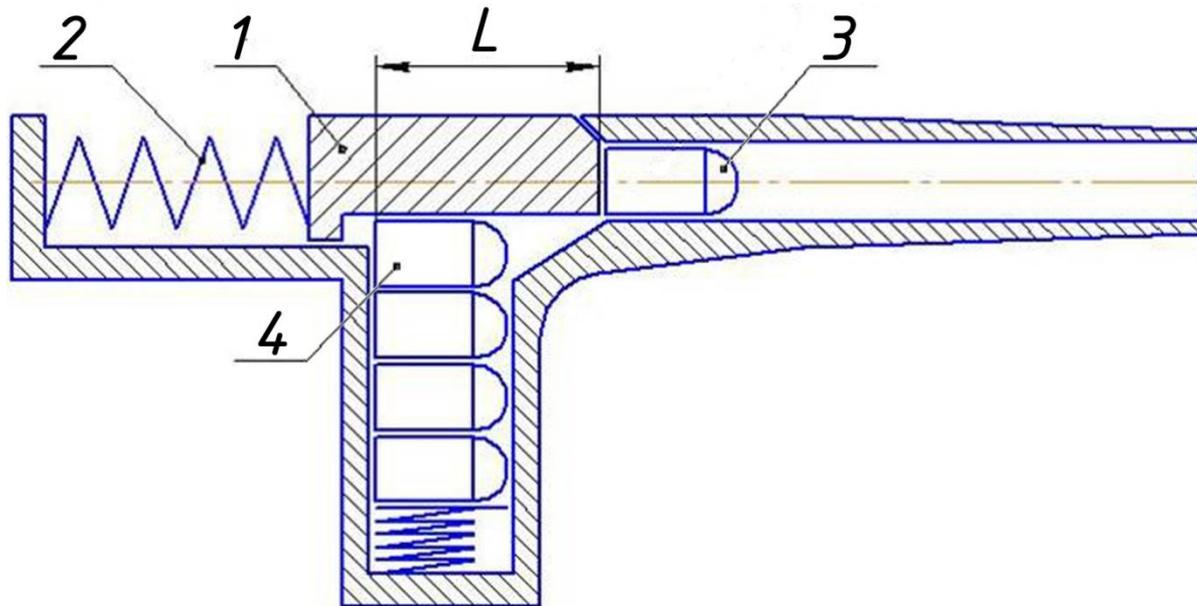
Как видно, в данном случае мы исходили из допущения, что процесс расширения из баллона является изотермическим (технически это осуществимо различными способами, от нагрева бортовым источником до пропускания через теплообменник с забортной водой).

Данное (несколько упрощенное) решение является базовым, позволяющим вплотную приблизиться к максимальной оценке за задачу.

Задача 3. Условие



Стрелковые системы со свободным затвором работают за счет энергии выстрела. При выстреле за счет закона сохранения импульса затвору 1 придается скорость, направленная в противоположном направлении вылета **снаряда (пули) 3** сторону. Сдвигаясь по инерции назад, затвор сжимает возвратную пружину 2, переводя в её потенциальную энергию свой запас кинетической энергии. Достигнув задней точки, под действием сжатой пружины 2 затвор 1 движется вперед, досылая в патронник **новый патрон 4**.



Задача 3. Условие (продолжение)



Масса вылетающего **снаряда (пули) 3** составляет 0,01 кг. Масса затвора **1** 0,25 кг. **Дистанция подхвата патрона 4** затвором $L = 0,08$ м. Полная дистанция отката затвора $X = 0,12$ м. Масса досылаемого патрона 0,03 кг. В начальный момент времени пружина **2** полностью расслаблена. Начальная скорость снаряда 300 м/с.

Вопрос:

- 1) определите начальную скорость движения затвора.
- 2) определите потребную жесткость возвратной пружины, обеспечивающей указанную выше дистанцию отката затвора.
- 3) определите скорость досылания патрона в патронник, если после захвата снаряда затвором они движутся как единое целое (абсолютно неупругий удар).

Потерями энергии – пренебречь. Пружину считать невесомой. В начальном положении пружина не деформирована.

Задача 3. Решение



1) Начальная скорость движения затвора оценивается с помощью закона сохранения импульса:

$$m \cdot u + M \cdot U = 0$$

$$U = -\frac{m \cdot u}{M} = -\frac{0,01 \cdot 300}{0,25} = -12 \text{ м/с.}$$

Знак «-» здесь показывает направление движения затвора – против направления движения пули.

2) При откате затвора пружина сжимается, запасая в виде потенциальной энергии сжатой пружины кинетическую энергию затвора. Таким образом, без учета потерь можно записать уравнение закона сохранения энергии:

$$\frac{M \cdot U^2}{2} = \frac{k \cdot X^2}{2}$$

откуда жесткость пружины равна:

$$k = \frac{M \cdot U^2}{X^2} = \frac{0,25 \cdot 12^2}{0,12^2} = 2500 \text{ Н/м.}$$

Задача 3. Решение (продолжение)



3) Для оценки скорости досылания патрона (скорость связки патрон-затвор в момент возврата затвора в крайнее переднее положение) необходимо определить параметры движения на двух участках: от крайней задней точки до подхвата снаряда, и от подхвата снаряда до крайней передней точки.

Скорость движения затвора к моменту подхвата патрона определяется степенью обратного преобразования энергии – от энергии сжатой пружины к кинетической энергии движущегося затвора. Запас потенциальной энергии соответствует степени сжатия пружины. Для трех характерных точек (при движении затвора назад) он составляет:

	Задняя точка $X = 0,12$ м	Точка подхвата $X = 0,08$ м	Передняя точка $X = 0,00$ м
$E_k = (M \cdot U^2)/2$, Дж	0	10	18
$E_p = (k \cdot x^2)/2$, Дж	18	8	0
U , м/с	0	8,9	12

Так же в таблице приведена скорость движения затвора.

Задача 3. Решение (продолжение)



Скорость затвора после подхвата **патрона** определяется с помощью закона сохранения импульса:

$$M \cdot U = (M + m) \cdot W,$$

$$W = \frac{M \cdot U}{(M + m)} = \frac{0.25 \cdot 8.9}{(0.25 + 0.03)} = 7.95 \text{ м/с}$$

При этом, после подхвата снаряда системе **затвор-патрон** сообщается энергия, остающаяся запасенной в сжатой пружине:

$$\frac{(M + m) \cdot W^2}{2} + E_p = \frac{(M + m) \cdot w^2}{2},$$

откуда

$$w = \sqrt{W^2 + \frac{2 \cdot E_p}{(M + m)}} = \sqrt{7.95^2 + \frac{2 \cdot 8}{0.28}} = 10.97 \text{ м/с.}$$

The background image shows a wide, flat, reddish-brown landscape, possibly a desert or a dry lake bed, with low, rounded mountains in the distance under a hazy, light-colored sky. The terrain has some subtle textures and shadows, suggesting a dry, rocky surface.

**ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО
НАПРАВЛЕНИЯ**

Задача 1. Условие



В недрах Сколково разработан инновационный самолет – летающее крыло (самолет без фюзеляжа и оперения, состоящий из крыла и размещенных в нем двигателей и прочих агрегатов). Прототип изготовлен из пенопласта, имеет размах крыльев 3 м, площадь крыла $0,9 \text{ м}^2$ и взлетную массу 2 кг.

В рамках развития проекта разработчик принял решение масштабировать прототип в сторону увеличения без изменения технологии изготовления. Затраты на изготовление самолета в первом приближении складываются из стоимости материалов, стоимости изготовления и стоимости разработки. Стоимость материала составляет 100 руб/кг. Стоимость изготовления пропорциональна площади крыла и составляет 10000 руб/ м^2 . Стоимость разработки пропорциональна массе самолета и составляет 5000 руб/кг.

Задача 1. Условие (продолжение)



Вопросы:

- 1) Определите взлетную скорость прототипа и необходимую тягу двигателя.
- 2) Постройте зависимость размаха крыла, взлетной скорости и тяги двигателей от взлетной массы самолета, в диапазоне последней от 2 кг до 200 т.
- 3) Каковы максимальные размеры и масса самолета, если взлетная скорость ограничена величиной 100 км/час.
- 4) Постройте зависимость себестоимости создания самолета от его взлетной массы. Определите массу самолета, который необходимо создать для освоения бюджетных средств в объеме 200 млн. руб.

Задача 1. Дополнительная информация



Подъемная сила крыла и сила аэродинамического сопротивления определяются соответственно с помощью следующих уравнений:

$$F_Y = C_Y S \frac{\rho v^2}{2},$$
$$F_X = C_X S \frac{\rho v^2}{2}.$$

где C_y – коэффициент подъемной силы, C_x – коэффициент аэродинамического сопротивления, S – площадь крыла, ρ – плотность воздуха, v – скорость полета.

Значения аэродинамических коэффициентов зависят от многих величин и параметров. В рамках задачи они постоянны и равны $C_y = 1,2$ и $C_x = 0,1$. Для горизонтального полета подъемная сила должна компенсировать силу тяжести самолета, а сила тяги двигателей должна компенсировать силу аэродинамического сопротивления.

Задача 1. Решение



Очевидно, масса самолета пропорциональная его объему, который, в свою очередь, пропорционален размеру в кубе. Площадь крыла пропорциональна его размеру в квадрате.

1) Прямая задача определения параметров прототипа.

Взлетной называется скорость, при которой подъемная сила крыла достигает силы тяжести самолета:

$$C_Y S \frac{\rho v^2}{2} = Mg.$$

Выразим скорость:

$$v = \sqrt{\frac{2Mg}{C_Y S \rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 9,8}{0,9 \cdot 1,2}} = 5,5 \text{ с} \text{ или } 19,8 \text{ км / ч . }$$

Необходимая тяга двигателя равняется силе сопротивления, рассчитываемой при известной скорости полета:

$$M_X = C_X S \frac{\rho v^2}{2} = 0,1 \cdot 0,9 \cdot \frac{1,2 \text{ кг / м}^3 \cdot \left(5,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{2} = 1,634 \text{ .}$$

Задача 1. Решение (продолжение)



2) Для построения зависимостей параметров самолета от его массы запишем несколько уравнений.

Масса самолета пропорциональна его объему (или кубу размера):

$$M = KH^3$$

где K – коэффициент пропорциональности, H – линейный размер самолета (например, размах крыла).

Определим значение коэффициента исходя из характеристик прототипа:

$$K = \frac{M_{\text{прот}}}{H_{\text{прот}}^3} = \frac{2 \text{ кг}}{27 \text{ м}^3} \approx 0,074 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Таким образом, размах крыла зависит от массы как:

$$H = \sqrt[3]{\frac{M}{K}}.$$

Площадь крыла пропорциональна квадрату линейного размера:

$$S = JH^2.$$

Определим значение коэффициента пропорциональности:

$$J = \frac{S_{\text{прот}}}{H_{\text{прот}}^2} = 0,1.$$

Таким образом, площадь крыла зависит от массы как:

$$S = JH^2 = J \left(\frac{M}{K} \right)^{2/3}.$$

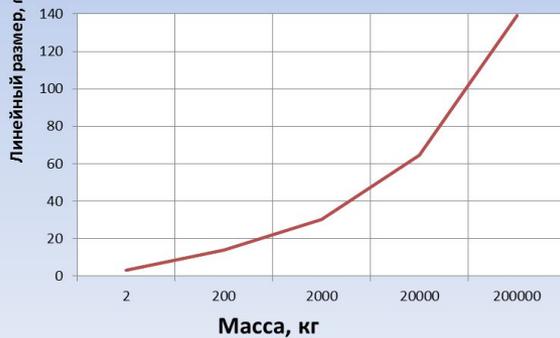
Задача 1. Решение (продолжение)



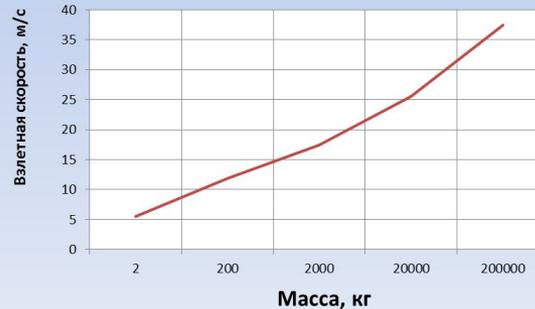
Составим таблицу расчетных значений требуемых параметров:

M , кг	H , м	S , м ²	$V_{\text{мин}}$, м/с	P , Н
2	3,001001	0,900601	5,50069	1,635
200	13,92941	19,40285	11,85088	163,5
2000	30,01001	90,06005	17,39471	1635
20000	64,6546	418,0217	25,53194	16350
200000	139,2941	1940,285	37,47576	163500

Зависимость линейных размеров самолета от его массы



Зависимость минимальной взлетной скорости самолета от его массы



Зависимость тяги самолета от его массы



Задача 1. Решение (продолжение)



3) 100 км/ч – это $100/3,6 = 27,8$ м/с.

Далее, используя результаты пп. 1) и 2), имеем:

$$v^2 = \frac{2Mg}{C_Y S \rho} = \frac{2g \sqrt[3]{MK^2}}{C_Y J \rho}.$$

Отсюда

$$M = \left(\frac{C_Y J \rho v^2}{2g} \right)^3 / K^2 = 33000 \text{ кг.}$$

4) Дополним таблицу п.2 данными о стоимости, рассчитанными на основе имеющейся информации.

Масса самолета составляет 38000 кг.

М, кг	$C_{\text{мат}}$, руб	$C_{\text{изг}}$, руб	$C_{\text{разр}}$, руб	$C_{\text{полн}}$, руб
2	200	9006,005	10000	19206,01
200	20000	194028,5	1000000	1214028
2000	200000	900600,5	10000000	11100601
20000	2000000	4180.217	1E+08	1,06E+08
200000	20000000	19402850	1E+09	1,04E+09

Задача 1. Решение (продолжение)



Данная задача является примером того, что значимым навыком может быть не только знание законов физики, но и умение понимать и гибко оперировать прикладными зависимостями, как выводимыми из физики, так и представленными из других источников, являющимися аппроксимацией эмпирических данных, либо просто данных свыше «потому что так».

При этом (как показывает пример со связью массы, объема и размера крыла) необходимо уметь находить и оперировать простейшими качественными зависимостями (величина А пропорциональна величине Б), находить способы их количественной оценки.

Применение подобного подхода является скорее исключением, чем правилом, но необходимость его применения не может быть исключена.

Задача 2. Условие



Исследователь оказался на неизвестной планете с линейкой и 10-метровым шестом, оснащенным приспособлением, позволяющим установить его вертикально.

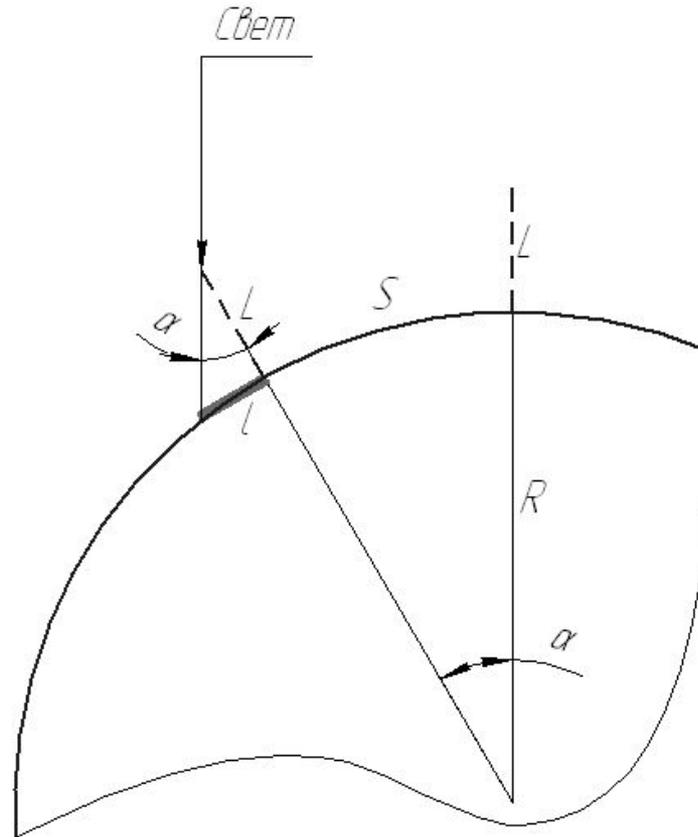
Исследователь нашел точку, в которой тень шеста отсутствует, а также определил направление движения местной звезды. Отойдя от базовой точки на 10, 20 и 50 км перпендикулярно направлению движения звезды по небу, он провел три измерения. Длина тени составила 41, 90 и 219 мм соответственно.

- 1) Определить диаметр планеты.
- 2) Оцените точность определения диаметра планеты в первом измерении, если точность определения дистанции составляет $\pm 5\%$, а точность измерения длины тени ± 2 мм.

Задача 2. Решение



1) Примем допущение о том, что звезда бесконечно далеко от планеты – тогда лучи света падают на планету с одной стороны параллельным пучком.



$$\alpha = \arctg(l / L),$$

где L – 10-метровый шест, l – длина тени от него.

Задача 2. Решение (продолжение)

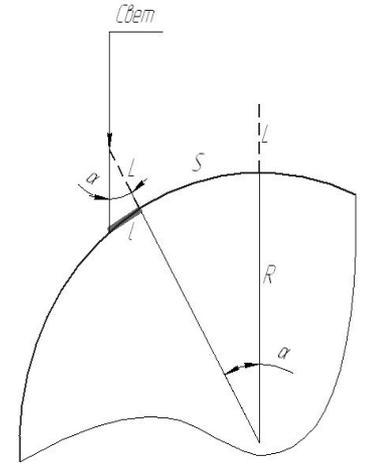


Длина пройденного по планете расстояния от экватора равна

$$S = \alpha R = \alpha D / 2$$

Отсюда

$$D = \frac{2S}{\operatorname{arctg}(l / L)}$$



Получим значения диаметра 4878, 4445 и 4567 км соответственно. Средняя величина – 4630км.

Задача 2. Решение (продолжение)



2) Реальная дистанция составляет 9500-10500 м. Реальная длина тени 39-43 мм.

Для получения максимального значения диаметра подставим в уравнение максимальную дистанцию и минимальную длину тени. Для минимального значения диаметра – наоборот.

Таким образом, диаметр составляет от 4418-5384 км.

Погрешность определения диаметра в первом измерении составляет

$$E_{\min} = \frac{L_{\min} - L}{L} = -9,43\%$$

$$E_{\max} = \frac{L_{\max} - L}{L} = 10,37\%$$

Задача 3. Условие



Жидкий азот хранится в сосуде сферической формы с пенопластовой теплоизоляцией при температуре кипения -195°C (такая же температура внутренней поверхности теплоизоляции). Плотность азота составляет 808 кг/м^3 , а его удельная теплота испарения 199 кДж/кг . Теплопроводность пенопласта $0,5 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$, температура окружающей среды (и внешней поверхности теплоизоляции) равна 20°C .

Для оценки плотности теплового потока через стенку (количеству энергии, проходящей через единицу площади поверхности стенки в единицу времени) используется следующая формула:

$$q = \lambda \frac{T_2 - T_1}{\delta},$$

где λ – теплопроводность материала стенки, T_1 и T_2 – соответственно, температура внутренней и наружной поверхности стенки, δ – толщина стенки. Тепловой поток направлен со стороны с большей температурой в сторону с меньшей температурой.

Задача 3. Условие (продолжение)



Найти зависимость времени полного испарения азота из емкости от диаметра емкости в диапазоне 0,2-1,0 м при условии, что толщина теплоизоляции составляет 0,01 м.

Задача 3. Решение



Время испарения определяется поступающей в сосуд тепловой мощностью и теплотой испарения жидкого азота. Тепловая мощность равна произведению теплового потока на площадь поверхности сосуда:

$$N = qS$$

$$q = \lambda \frac{T_2 - T_1}{\delta},$$

$$S = \pi D^2$$

Затраты энергии на испарение азота

$$E = \frac{1}{6} \rho \pi D^3 r_{\text{исп}}$$

Произведение мощности на время равно затратам энергии:

$$N \cdot t = E$$

Задача 3. Решение (продолжение)



Решая полученную систему, находим

$$t = k \cdot D$$

где

$$k = \frac{\rho r_{\text{исп}} \delta}{6\lambda(T_2 - T_1)} = 2493 \text{ с/м}^3$$

Граничные значения времени составляют:

$$t(0,0) = 498 \text{ с} \approx 8$$

$$t(1,0) = 2493 \text{ с} \approx 41,6$$

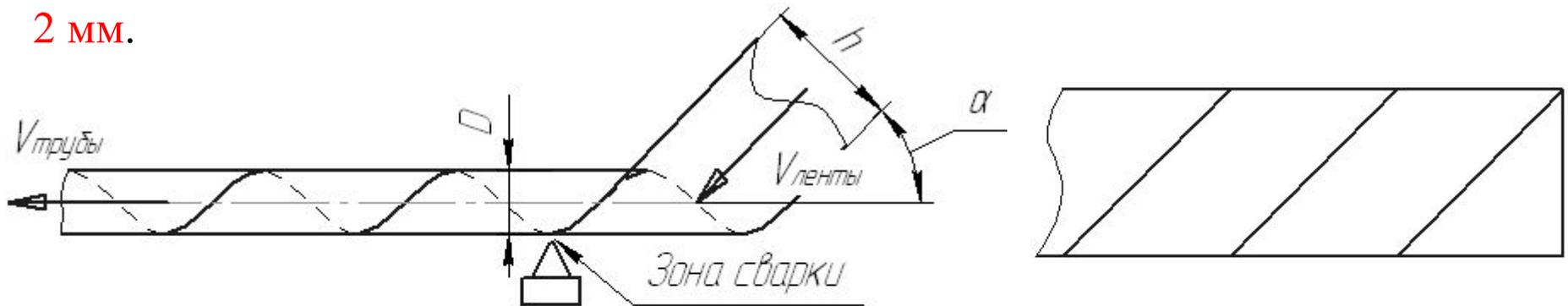


**ЗАДАЧИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО
НАПРАВЛЕНИЯ**

Задача 1. Условие



Сварная труба изготавливается методом спиральной намотки стальной ленты на оправку. Оправка обеспечивает продольную подачу трубы и её вращение. Сварка обеспечивается стационарным аппаратом. Для сварки необходимо нагреть и расплавить на стыке ленты полосу металла шириной **2 мм.**



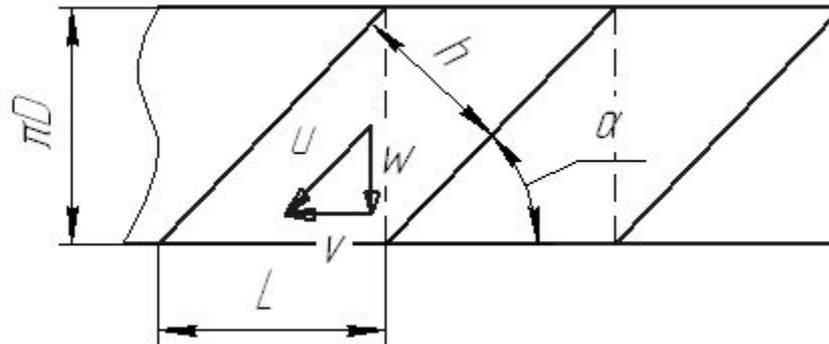
Диаметр трубы 1 м, ширина полосы 0,2 м, толщина металла 0,001 м, скорость выхода готовой трубы 0,1 м/с, теплоемкость стали 460 Дж/(кг·К), плотность стали 7900 кг/м³, теплота плавления стали 84 кДж/кг.

- 1) Найти угол и скорость подачи ленты, а так же частоту вращения оправки.
- 2) Определить необходимую мощность сварочного аппарата.

Задача 1. Решение



1) Лента подается на оправку таким образом, чтобы задняя кромка ленты после оборота вокруг оправки прикасалась к переднему краю нового участка ленты, подающегося на оправку. На схеме ниже представлен **раскрой** трубы.



Ширина продольного **раскроя** равна длине окружности с диаметром трубы. В этом случае угол намотки связан с шириной ленты и диаметром наматываемой трубы. Вектор скорости подачи направлен под тем же углом, под которым подается лента. Эта скорость связана с линейной скоростью подачи трубы. Частота вращения определяется скоростью поперечного движения ленты w и диаметром трубы.

Задача 1. Решение (продолжение)



2) Мощность можно оценить исходя из скорости подачи стыка к аппарату и необходимой энергии для нагрева и расплавления узкой зоны металла вдоль стыка. Можно оценить энергию, необходимую для расплавления зоны сварки длиной, равной подаче шва за одну секунду. Поскольку мощность равна расходу энергии в единицу времени – полученное значение энергии численно равно мощности.

Формализация:

2.1) Из элементарной тригонометрии получаем искомый угол подачи ленты:

$$\alpha = \arccos \frac{h}{\pi D} = 71,44^\circ$$

Задача 1. Решение (продолжение)



Треугольник скоростей так же связан через угол подачи (а именно – скорость продольной подачи трубы и скорость подачи ленты)

$$\cos \alpha = \frac{v}{u},$$

откуда

$$u = \frac{v}{\cos \alpha} = v \frac{\pi D}{h} = 0,1 \cdot \frac{\pi \cdot 0,2}{0,2} = 0,314 \text{ м/с}$$

А окружная скорость (т.е. скорость движения по окружности оправки):

$$w = v \cdot \operatorname{tg} \alpha,$$

так же эта скорость равна произведению радиуса трубы на угловую скорость оправки

$$w = \omega \frac{D}{2}$$

Задача 1. Решение (продолжение)



Отсюда найдем угловую скорость

$$\omega = \frac{2v \cdot \operatorname{tg} \alpha}{D},$$

а частота вращения равна

$$n = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{2v \cdot \operatorname{tg} \alpha}{2\pi D} = \frac{0,1 \cdot \operatorname{tg}(71,44)}{\pi \cdot 0,2} = 0,474 \text{ об/с}$$

2.2) За 1с через сварку проходит участок шва длиной 0,314 м. Масса участка равна

$$m_{св} = l_1 \delta s \rho = 0,314 \cdot 0,001 \cdot 0,002 \cdot 7900 = 0,00496 \text{ кг.}$$

Затраты энергии составят:

$$E = m(C_p(T_{пл} - T_0) + r_{пл}) = 0,00496 \cdot (460 \cdot (1200 - 300) + 84000) = 2470 \text{ Дж.}$$

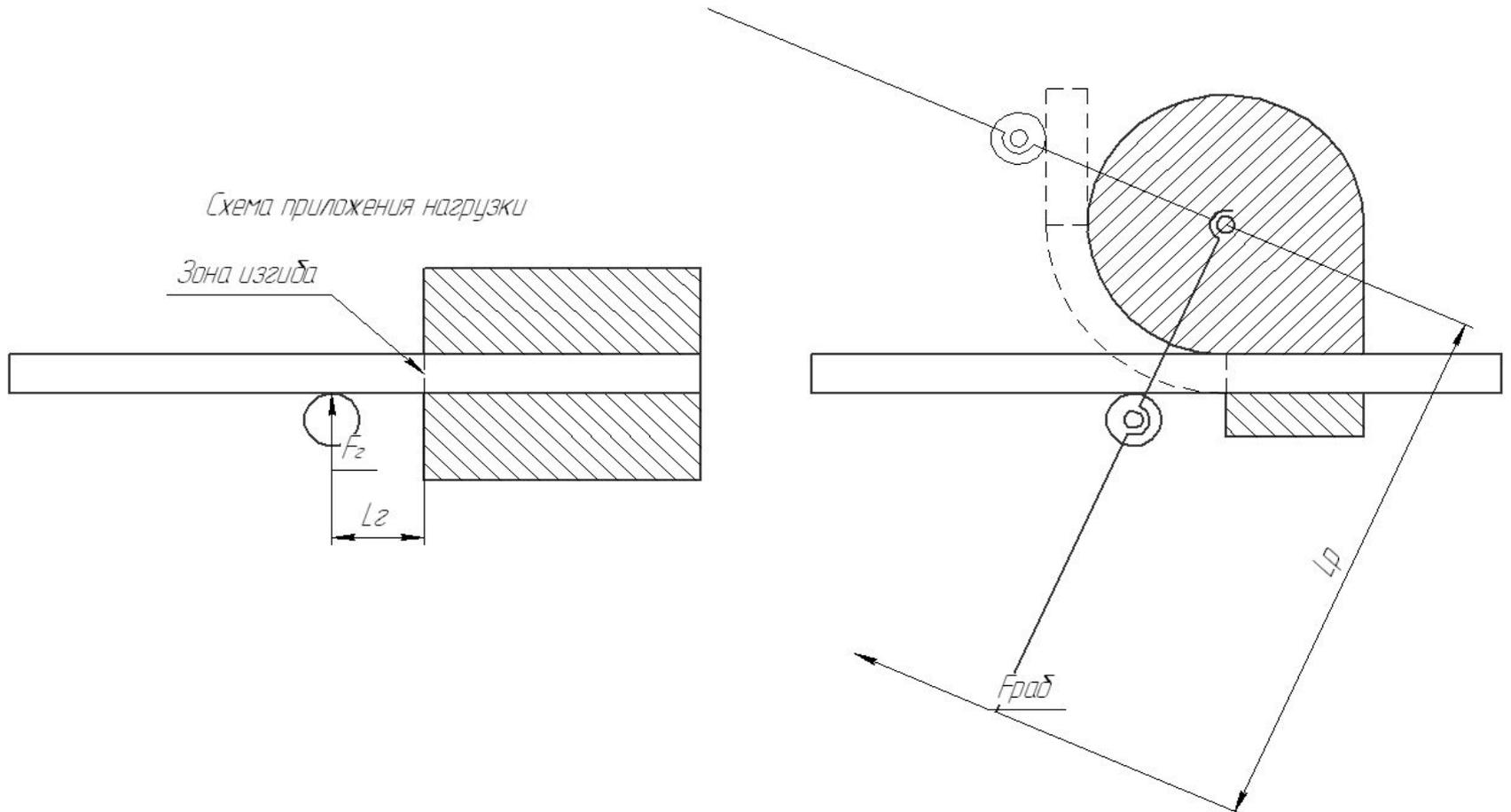
Эффективная мощность сварочного процесса:

$$N = \frac{E}{t} = 2470 \text{ Вт.}$$

Задача 2. Условие



Для механизированной холодной гибки металлического проката (в основном труб) применяется ручной рычажный трубогиб, схема которого изображена на рисунке.



Задача 2. Условие (продолжение)



Для изгиба трубы необходимо приложить к ней изгибающий момент, равный произведению усилия инструмента (ролика) F_r на плечо приложения силы L_r . Так как в качестве инструмента используется ролик, касательное усилие отсутствует. Гиб профильной трубы (20 x 20 мм) начинается по достижении момента 240 Н·м, до этого момента труба, подобно пружине, изгибается упруго (возвращается в исходное состояние после снятия нагрузки). Коэффициент изгибной упругости трубы составляет 70 Н·м/°.

- 1) Определить необходимое плечо рычага L_r , если рабочее усилие $F_{\text{раб}}$ составляет 200 Н.
- 2) На какой угол необходимо согнуть трубу, чтобы после распрямления упругих деформаций угол сгиба составил 90°.
- 3) Определите затраты энергии для изгиба трубы на угол 90°.

Задача 2. Решение (продолжение)



Длягиба трубы необходимо приложить к ней изгибающий момент. Согласно схеме, при повороте рычага усилиегиба прикладывается на плече. Поскольку плечо это равно расстоянию от точки приложения до линии, проходящей через ось поворота рычага – именно такой момент нужно создать на рычаге. Если известен момент и усилие на конце рычага – можно найти его длину.

При приложении момента до начала пластических деформаций труба гнется упруго, но на какой бы угол ее не согнули – часть трубы будет согнута упруго до тех пор, пока не снимется изгибающее усилие, после чего немного распрямится. Поскольку свойства трубы при гibe почти не меняются – угол упругих деформаций не зависит от полного углагиба. Достаточно найти максимальный угол упругих деформаций и прибавить его к потребному углу – получим угол, до которого нужно согнуть трубу, чтобы получить искомые 90° .

Задача 2. Решение (продолжение)



Затраты энергии можно оценить как рабочее усилие, умноженное на длину описанной в ходегиба дуги, или как момент усилия, умноженный на угол.

Необходимый момент на рычаге равен:

$$M_{изг} = L_p F_{раб}.$$

1) Определим плечо рычага:

$$L_p = \frac{M_{изг}}{F_{раб}} = \frac{240}{200} = 1,2 \text{ м}$$

2) Определим максимальный угол упругой деформации. Запишем по аналогии с уравнением упругой деформации пружины:

$$\alpha_{упр} = \frac{M_{изг}}{k} = \frac{240}{70} = 3,43^\circ.$$

Для получения угла рабочий уголгиба должен достигать

$$\alpha_{max} = \alpha + \alpha_{упр} = 90^\circ + 3,43^\circ = 93,43^\circ.$$

Задача 2. Решение (продолжение)



3) Для определения расхода энергии определим длину дуги. Только для рабочего угла 90° , так как упругий перегиб труба нам возвращает.

$$L_{\text{дуги}} = \frac{\pi}{2} L_p = 1,885 \text{ м.}$$

И энергия:

$$E = F_{\text{раб}} L_{\text{дуги}} = 200 \cdot 1,885 = 377 \text{ Дж.}$$

Задача 3. Условие



Для изготовления стеклопластиковых труб проводится намотка на оправку (форму) ткани из тонких стеклянных нитей, пропитанной связующим (жидкий материал, превращающийся в пластмассу под воздействием физических или химических факторов). После этого проводится отверждение связующего. В качестве связующего используется двухкомпонентный состав, состоящий из двух объемных долей эпоксидной смолы и одной объемной доли отвердителя.

Плотность обоих компонентов составляет 1200 кг/м^3 . Стеклянная ткань (плотность материала 2500 кг/м^3) имеет толщину $0,2 \text{ мм}$, а нити занимают 20% её объема.

Для подготовки пропитанной ткани компоненты связующего из двух емкостей под давлением подаются в смеситель, после чего в пропиточную ванну, где происходит пропитка ткани и отжим избыточного связующего перед намоткой.

Задача 3. Условие (продолжение)



Вопросы:

- 1) Каков необходимый расход компонентов связующего (в кг/с) для производства стеклопластиковой трубы средним диаметром 100 мм с толщиной стенки 2 мм, если производительность завода составляет 100 м/час.
- 2) Определите диаметры отверстий для подачи смолы и отвердителя, если избыточное давление подачи составляет 2 атм.
- 3) Определите массу 1 метра трубы.

Дополнительные сведения: объёмный расход жидкости через отверстие в первом приближении может быть определён по формуле

$$Q = S \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho}}, \text{ м}^3/\text{с}$$

где S – площадь сечения отверстия, Δp – избыточное давление в ёмкости с жидкостью, ρ – плотность жидкости.



Выделение физических процессов:

Прежде всего, указанные материалы расходуются на формирование трубы – то есть заполнение объема её стенки. Зная поперечные размеры трубы можно определить площадь сечения (и объем материала, расходуемый на изготовление 1 метра трубы).

Зная производительность завода (в погонных метрах трубы за единицу времени) и площадь сечения трубы – можно определить суммарный объемный расход материала. Зная объемные доли компонентов (ткани и связующего) можно определить их объемные расходы, а зная их плотности – и массовые расходы.

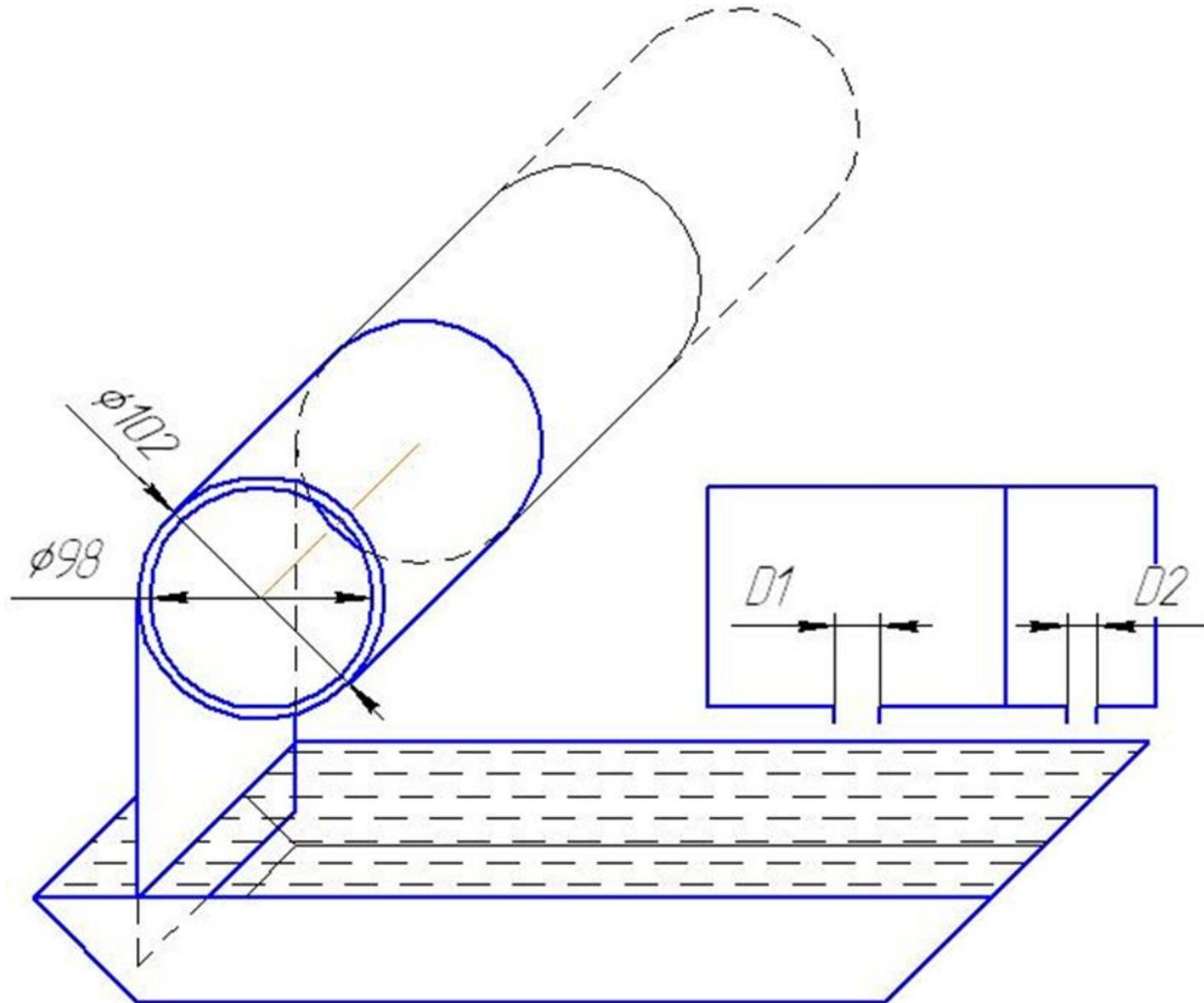
Зная толщину стенки и толщину стеклянной ткани (условно несжимаемой) можно определить количество слоев в трубе и, следовательно, необходимую площадь ткани для изготовления 1 п.м. трубы. А зная производительность завода – общий расход в $\text{м}^2/\text{с}$.

Задача 3. Решение (продолжение)



- Расход ткани и массовые расходы компонентов связующего являются ответом на вопрос №1.
- Из формулы для объемного расхода жидкости, зная плотность материалов и избыточное давление подачи, можно определить площади (а значит и диаметры) отверстий, что является ответом на вопрос №2.
- Стекланная ткань является несжимаемой, но слои ложатся один на другой без зазора. То есть в намотанной на оправку ткани 20% объема занимает стекло, а остальные 80% объема – связующее. Исходя из плотностей материалов, можно найти массу 1 п.м. трубы, что является ответом на вопрос №3.

Задача 3. Решение (продолжение)



Задача 3. Решение (продолжение)



Формализация физических процессов и подготовка системы уравнений, фактически, в данном примере свернуты в один пункт, ввиду отсутствия жесткой последовательности расчетов:

Площадь сечения материала трубы составляет:

$$S = \pi(D^2 - d^2) / 4,$$

где D и d – внешний и внутренний диаметры трубы соответственно.

Объемный расход материала трубы составляет

$$V = S \frac{L}{T},$$

где $L/T = 100$ п.м/час – производительность завода. Для приведения параметров к системе СИ разделим объемный расход на количество секунд в часе:

$$V_s = \frac{SL}{3600}, \quad \text{м}^3/\text{с}$$

Задача 3. Решение (продолжение)



Объем $l = 1$ п.м трубы составляет $V_1 = S \cdot l$.

Известно, что нити занимают 20% объема ткани, а значит и намотанного материала. Определим потребные объемные расходы компонентов:

$$V_{\text{ткани}} = 0,2V_s,$$

$$V_{\text{смолы}} = \frac{2}{3}(1 - 0,2)V_s,$$

$$V_{\text{отвердителя}} = \frac{1}{3(1 - 0,2)V_s}.$$

Массовый расход ткани определяется объемным расходом материала и его ПЛОТНОСТЬЮ

$$M_{\text{ткани}} = V_{\text{ткани}} \rho_{\text{стекла}}$$

Массовые расходы смолы и отвердителя, соответственно:

$$M_{\text{смолы}} = V_{\text{смолы}} \rho_{\text{смолы}},$$

$$M_{\text{отв}} = V_{\text{отв}} \rho_{\text{отв}}.$$

Задача 3. Решение (продолжение)



Количество слоев в ткани составляет

$$n = \frac{D - d}{2h}.$$

Здесь $(D - d)/2$ – толщина одной стенки, h – толщина слоя ткани.

Приняв средний диаметр трубы за диаметр намотки, определим длину ткани для намотки полной толщины:

$$X = \pi D_{mid} n.$$

Площадь отверстий выражается из формулы для расхода жидкости

$$Q \sqrt{\frac{\rho}{2 \cdot \Delta p}} = S = \frac{\pi \cdot D_1^2}{4}$$

Отсюда диаметр:

$$\sqrt{\frac{4 \cdot Q}{\pi}} \sqrt{\frac{\rho}{2 \cdot \Delta p}} = D_1$$

Задача 3. Решение (продолжение)



Проведение расчетов:

1) Расход ткани

$$M_{\text{ткани}} = V_{\text{ткани}} \rho_{\text{стекла}},$$

$$V_{\text{ткани}} = 0,2 V_s,$$

$$V_s = \frac{SL}{3600},$$

$$S = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4},$$

$$M_{\text{ткани}} = 0,2 \pi \frac{D^2 - d^2}{4} \cdot \frac{L}{3600} \rho_{\text{стекла}} = 0,2 \pi \frac{0,102^2 - 0,098^2}{4} \cdot \frac{100}{3600} \cdot 2500 = 0,00872 \text{ кг/с}$$

$$M_{\text{смолы}} = V_{\text{смолы}} \rho_{\text{смолы}},$$

$$V_{\text{смолы}} = \frac{2}{3}(1 - 0,2)V_s,$$

Задача 3. Решение (продолжение)



$$M_{\text{смола}} = \frac{2}{3}(1-0,2)\pi \frac{D^2 - d^2}{4} \cdot \frac{L}{3600} \rho_{\text{смола}}$$

$$M_{\text{смола}} = \frac{2}{3}(1-0,2)\pi \frac{0,102^2 - 0,098^2}{4} \cdot \frac{100}{3600} \cdot 1200 = 0,0167 \text{ кг/с}$$

Аналогично

$$M_{\text{отв}} = 0,00837$$

Количество слоев в ткани

$$n = \frac{D-d}{2h} = (0,102 - 0,098) / (2 \cdot 0,0002) = 10.$$

Расход ткани на полную толщину трубы

$$X = \pi D_{\text{mid}} n = \pi \cdot 0,1 \cdot 10 = 3,14$$

Диаметр отверстия для подачи смолы

$$D_1 = \sqrt{\frac{4 \cdot Q}{\pi} \sqrt{\frac{\rho}{2 \cdot \Delta p}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,0000139}{\pi} \sqrt{\frac{1200}{2 \cdot 200000}}} = 0,00098$$

Задача 3. Решение (продолжение)



Диаметр отверстия для подачи отвердителя, соответственно:

$$D_2 = 0,00069 \text{ м.}$$

Масса 1 метра трубы складывается из массы стеклянной ткани и массы связующего.

Масса ткани для 1 п.м. трубы составляет

$$M_{\text{ткани}} = 0,2S \cdot 1 \cdot \rho_{\text{стекла}} = \pi \frac{D^2 - d^2}{4} \cdot \rho_{\text{стекла}}$$

$$M_{\text{ткани}} = 0,2500 \frac{0,102^2 - 0,098^2}{4} \cdot 1200 \text{ кг} \cdot 1 = 0,314 \text{ кг}$$

Масса связующего (так как плотность компонентов одинакова — рассматриваем его как один материал с плотностью 1200 кг/м^3)

Итого, полная масса 1 п.м. трубы составляет $0,917 \text{ кг}$.

Задача 3. Решение (продолжение)



Ответ:

- 1) Необходимый расход смолы составляет $0,0167$ кг/с, отвердителя $0,00837$ кг/с.
- 2) Необходимый диаметр отверстий подачи смолы и отвердителя составляет $0,98$ мм и $0,69$ мм соответственно.
- 3) 1 метр трубы имеет массу $0,917$ кг.

Задача 3. Решение (продолжение)



Подпункт	Максимальное число баллов	Оценка решения
1. Выделение физических процессов, последовательности и причинно-следственных связей		
Основные баллы	8	8
Графическое описание	+3	+1
Структурирование	+2	+1
Максимальное число баллов	13	10
2. Формализация физических процессов		
Основные баллы	9	8
Максимальное число баллов	9	8
3. Подготовка системы уравнений, алгоритма, математической модели		
Основные баллы	8	8
Математические преобразования	+2	+1
Максимальное число баллов	10	9
4. Проведение расчетов, получение и представление результата		
Расчеты и результат	8	8
Представление результата	+4	+4
Максимальное число баллов	12	12
5. Дополнительные баллы в соответствии со спецификой задачи		
Максимальное число баллов за этап	6	
Σ Сумма баллов	50	39

Спасибо за внимание!