

**ОСНОВЫ  
МОДЕЛИРОВАНИЯ  
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ  
СИСТЕМ**

# Список литературы

- Сосновиков Г.К. Основы имитационного моделирования систем связи на GPSS World: Учебное пособие / МТУСИ. – М., 2015.
- Сосновиков Г.К. Практикум по имитационному моделированию в среде GPSS World / МТУСИ. – М., 2007.
- Сосновиков Г.К., Воробейчиков Л.А. Практикум по имитационному моделированию в среде GPSS World: Электронное пособие / МТУСИ. – 2013. (На компьютерах в дисплейном классе)
- Сосновиков Г.К., Воробейчиков Л.А. Компьютерное моделирование. Практикум по имитационному моделированию в среде GPSS World: учебное пособие. - М.: ФОРУМ : инфра-м, 2015.
- Шрайбер Т. Дж. Моделирование на GPSS: Пер. с англ. – М.: Машиностроение, 1980.
- Шеннон Р. Имитационное моделирование систем – искусство и наука: Пер. с англ. – М.: Мир, 1978.
- Нейлор Т. Машинные имитационные эксперименты с моделями экономических систем: Пер. с англ. – М.: Мир, 1975.

# Объекты моделирования в научных разработках кафедры

- Сети передачи данных с коммутацией сообщений
- Узлы коммутации сетей передачи данных
- Система теледиагностики неисправностей элементов квазиэлектронных систем коммутации
- Система телеобработки данных
- Распределенная база данных сетей электросвязи
- Автоматизированные справочно–информационные службы предприятий связи
- Автоматизированные системы управления специального назначения
- Локальные вычислительные сети

- Термин **вычислительная система** появился в начале - середине 60-х гг. при появлении ЭВМ III поколения. Это время знаменовалось переходом на новую элементную базу - интегральные схемы. Следствием этого явилось появление новых технических решений: разделение процессов обработки информации и ее ввода-вывода, множественный доступ и коллективное использование вычислительных ресурсов в пространстве и во времени. Появились сложные режимы работы ЭВМ - многопользовательская и многопрограммная обработка.

# Понятие вычислительной системы

- Под ***вычислительной системой*** (ВС) будем понимать совокупность взаимосвязанных и взаимодействующих процессоров или ЭВМ, периферийного оборудования и программного обеспечения, предназначенную для сбора, хранения, обработки и распределения информации.

# Понятие инфокоммуникационной системы

**Инфокоммуникационная система** – совокупность, включающая сущности информационной и телекоммуникационной систем.

**Информационная система** включает в себя информацию и пользователя.

**Телекоммуникационная система** обеспечивает перенос информации от источника к потребителю.

# Введение в моделирование

1. Моделирование как метод научных исследований
2. Виды моделирования и математических моделей
3. Модели массового обслуживания

# Сущность моделирования

**Моделирование** — это исследование каких-либо объектов: явлений, процессов или систем путем построения и изучения их **моделей**, использование моделей для определения и уточнения характеристик (**задачи анализа**) и рационализации способов построения вновь конструируемых объектов (**задачи синтеза**).

**Моделирование** — одна из основных категорий теории познания: на идее моделирования, по существу, базируется любой метод научного исследования — как теоретический, так и экспериментальный.

**Сущность моделирования** заключается в замещении исследуемого объекта его моделью с целью исследования свойств объекта при помощи модели.



Моделирование вообще и компьютерное в частности нашло практическое применение во всех сферах человеческой деятельности. К таким сферам можно отнести, например:

- ❖ в технике связи – проектирование телефонных станций и сетей связи
- ❖ на транспорте – анализ процессов дорожного движения;
- ❖ в промышленности – например, при автоматизации производств;
- ❖ в автоматизированных системах – для оценки производительности вычислительных систем;
- ❖ в торговле – расчет качества работы магазинов;
- ❖ в здравоохранении – например, при определении потребностей в лечебной аппаратуре;
- ❖ в службе быта;
- ❖ в сфере науки и образования – например, при обработке спутниковой информации, проектировании и анализе работы институтов;
- ❖ в издательском деле;

# Дополнительные сферы применения моделирования

- Бизнес–процессы
- Боевые действия
- Динамика населения
- ИТ-инфраструктура
- Моделирование исторических процессов
- Логистика
- Пешеходная динамика
- Производство
- Рынок и конкуренция
- Сервисные центры
- Цепочки поставок
- Уличное движение
- Управление проектами
- Экономика здравоохранения
- Экосистемы

**Задачи указанных типов приходится решать не только при проектировании вновь создаваемых систем, но и в процессе эксплуатации имеющихся.**

**Компьютерное моделирование используют прежде всего для принятия решений. Модель позволяет проигрывать любые ситуации и получать наиболее эффективные решения проблем.**

# Этапы моделирования

**Объект**



**Модель**



**Изучение модели**



**Получение знаний об объекте**

# Виды моделирования



# Имитационное моделирование

*Имитационное моделирование* — это метод, позволяющий строить модели, описывающие процессы так, как они проходили бы в действительности. Такую модель можно «проиграть» во времени как для одного испытания, так и заданного их множества. При этом результаты будут определяться случайным характером процессов. По этим данным можно получить достаточно устойчивую статистику.

*Имитационное моделирование* — это метод исследования, при котором изучаемая система заменяется моделью с достаточной точностью описывающей реальную систему и с ней проводятся эксперименты с целью получения информации об этой системе. Экспериментирование с моделью называют имитацией (*имитация* — это постижение сути явления, не прибегая к экспериментам на реальном объекте).

*Имитационное моделирование* — это частный случай математического моделирования. Существует класс объектов, для которых по различным причинам не разработаны аналитические модели, либо не разработаны методы решения полученной модели. В этом случае математическая модель заменяется имитатором или имитационной моделью.

# Классификация математических моделей по характеру моделируемых процессов

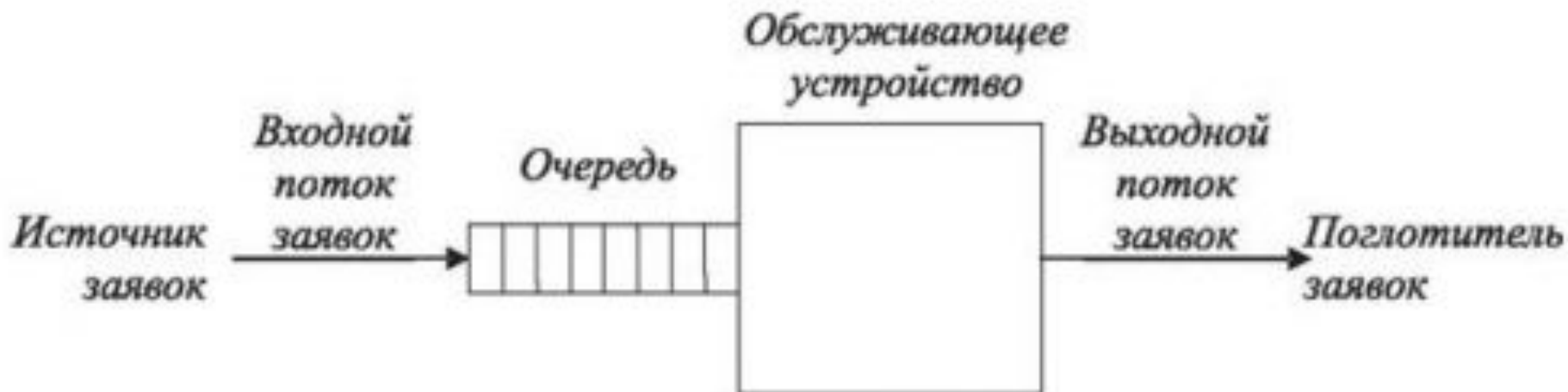


# Этапы имитационного статистического моделирования

1. Содержательное описание объекта.  
Формулировка цели моделирования.
2. Разработка концептуальной модели.  
Формализация модели.
3. **Разработка и программная реализация имитационной модели.**
4. Проверка адекватности модели.
5. Планирование экспериментов с моделью.
6. Проведение экспериментов с моделью.
7. Статистическая обработка результатов моделирования.



# Структура системы массового обслуживания



# Процесс функционирования СМО

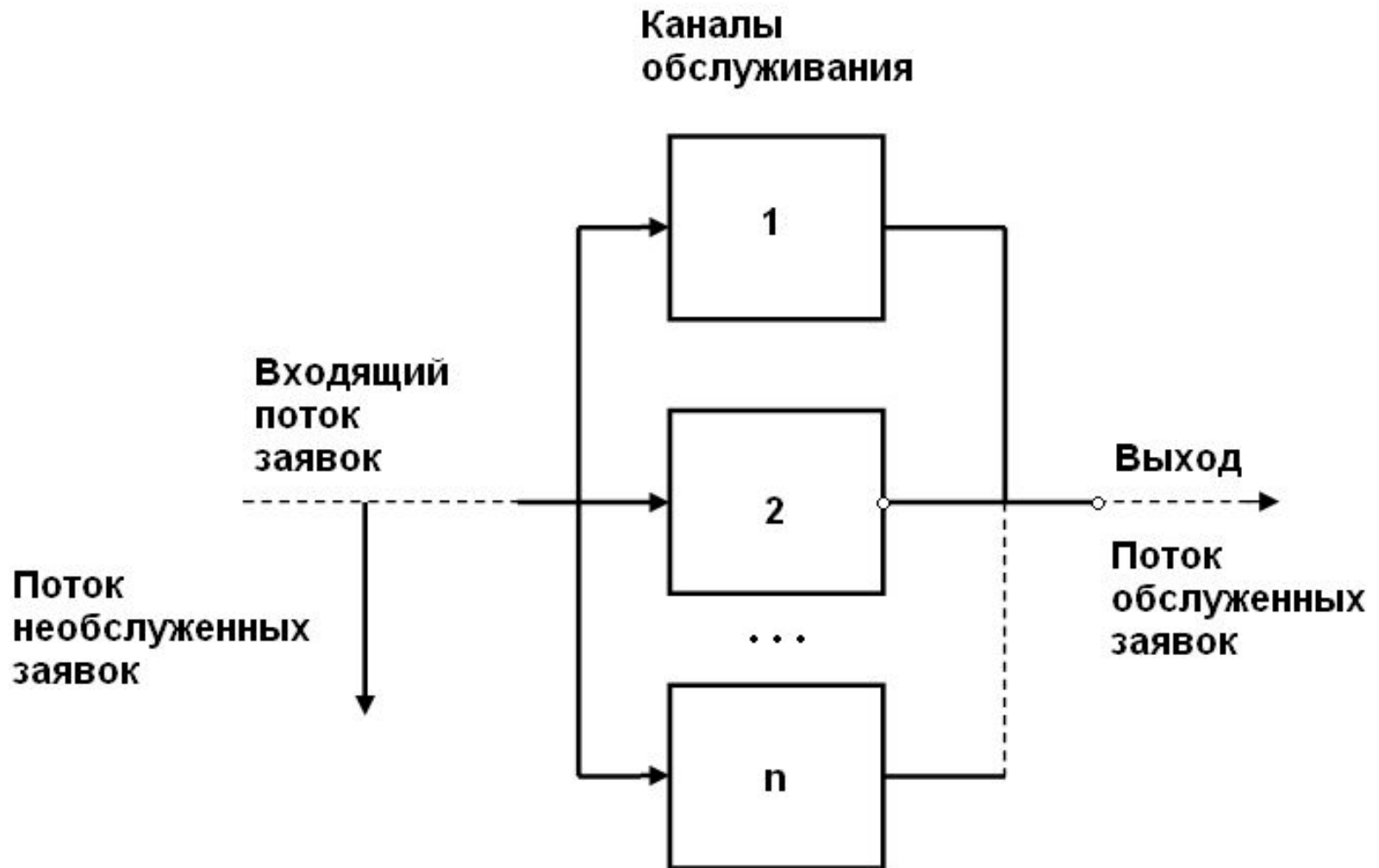
Функционирование произвольной СМО протекает в общем случае следующим образом:

- очередная заявка пытается использовать свободный ресурс обслуживающего устройства;
- если таковой находится, то заявка занимает этот ресурс (поступает на обслуживание), а по окончании обслуживания покидает систему;
- если свободных ресурсов нет, то заявка поступает в очередь ожидающих заявок (при наличии очереди), или получает отказ в обслуживании и покидает систему (при отсутствии возможности ожидания);
- по окончании обслуживания очередной заявки в обслуживающем устройстве из очереди, если она не пуста, выбирается и поступает на обслуживание одна из ожидающих заявок;
- и т.д.

# Классификация СМО



# Многоканальная СМО



# Приоритетные СМО

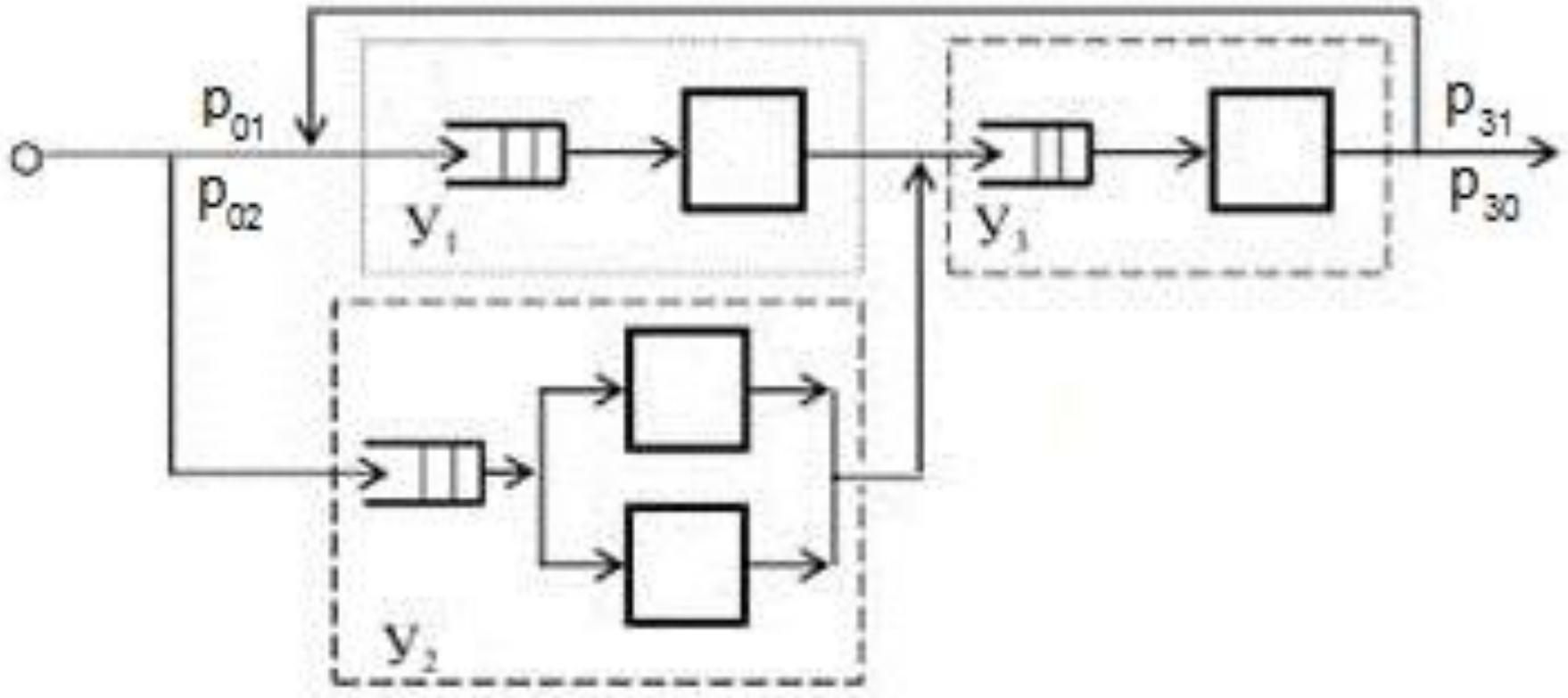
Приоритетные СМО можно подразделить на системы с относительными и абсолютными приоритетами заявок.

В системах с **относительными приоритетами** каждая заявка изначально имеет тот или иной уровень приоритета. Для каждого уровня приоритета образуется своя очередь. В первую очередь на обслуживание выбираются заявки из более приоритетной очереди, и только, если она пуста – из очереди с меньшим уровнем приоритета, и так далее.

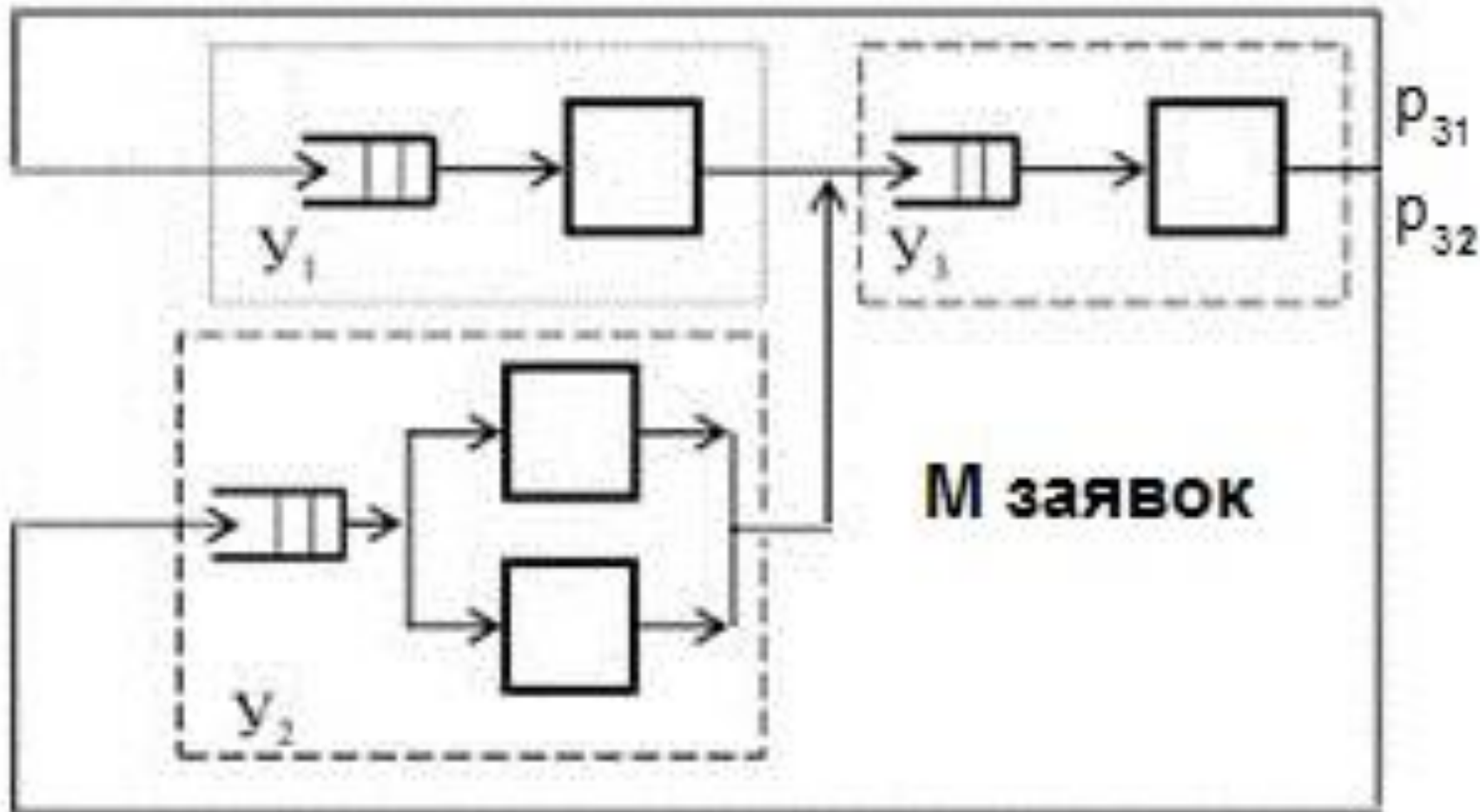
Разновидностью таких СМО являются системы, в которых относительный приоритет определяется требуемым временем обслуживания заявки: чем меньше время обслуживания, тем выше приоритет. В этом случае заявки упорядочиваются в единственной очереди **в порядке возрастания времени обслуживания (дисциплина ПВВО)** от начала к концу очереди.

В системах с **абсолютными приоритетами** появление заявки с более высоким приоритетом прерывает обслуживание менее приоритетной заявки. В таких системах могут происходить вложенные прерывания, если обслуживание заявки, которая прервала обслуживание менее приоритетной заявки, в свою очередь будет прервано еще более приоритетной заявкой. Прерванные заявки могут либо покинуть систему, либо снова становиться в очередь для дообслуживания. Дисциплина с абсолютными приоритетами характерна для моделирования различных вычислительных систем и устройств.

# Разомкнутая сеть массового обслуживания



# Замкнутая сеть массового обслуживания



# Количественные параметры СМО

- $n$  - количество каналов обслуживания;
- $\lambda$  - интенсивность (скорость) входного потока заявок (среднее количество заявок, поступающих в систему в единицу времени);
- $\mu$  - интенсивность (скорость) обслуживания (среднее количество заявок, которое может обслужить один канал в единицу времени)



# Входной поток и время обслуживания

В общем случае, в силу случайности входного потока, он может быть описан распределением вероятностей дискретной случайной величины  $P_k(T)$  - количества заявок  $k$ , поступающих в систему за время  $T$ . Параметр  $\lambda$  – математическое ожидание этой случайной величины.

Входной поток может быть описан также распределением вероятностей непрерывной случайной величины  $p(t)$  – интервалов времени между поступлением двух соседних заявок. Математическое ожидание этой случайной величины равно  $1/\lambda$ .

Время обслуживания обычно также описывают распределением вероятностей непрерывной случайной величины  $p(t)$  – продолжительности обслуживания заявки в каждом канале

# Пуассоновский входной поток

В теории массового обслуживания, занимающейся **аналитическим исследованием СМО**, особое место занимает так называемый **пуассоновский поток** заявок, для которого

$$P_k(T) = \frac{(\lambda T)^k}{k!} e^{-\lambda T}$$

Для пуассоновского потока распределение интервала времени между поступлением двух соседних заявок подчиняется экспоненциальному закону:

$$p(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

# Экспоненциальное распределение времени обслуживания

Большинство результатов (теоретических формул) в теории массового обслуживания получено в предположении, что **входной поток** является **пуассоновским**, а распределение времени обслуживания также подчинено **экспоненциальному закону**:

$$p(t) = \mu e^{-\mu t}$$

# Коэффициент загрузки СМО

Важнейшей характеристикой СМО является **коэффициент загрузки (использования)** – доля каналов, занятых обслуживанием заявок. Для одноканальных СМО эту характеристику следует интерпретировать как долю времени, когда канал занят обслуживанием заявок. Коэффициент загрузки  $\rho$  определяется через параметры СМО по следующей формуле:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

Если  $\rho \geq 1$ , то в СМО с неограниченным ожиданием отсутствует **стационарный режим**. Это означает, что длина очереди бесконечно растет с течением времени. Таким образом, условием стационарного процесса функционирования СМО с неограниченным ожиданием является  $\rho < 1$ .

# Основные характеристики СМО

Для систем с отказами основными характеристиками являются:

- $P_{\text{отк}}$  – вероятность отказа в обслуживании поступившей заявки;
- $A$  – абсолютная пропускная способность СМО (среднее число заявок, обслуженных в единицу времени).

Для систем с ожиданием основными характеристиками являются:

- $W$  – средняя длина очереди (среднее количество заявок, ожидающих обслуживания);
- $N$  – среднее количество заявок в системе (в очереди плюс на обслуживании);
- $T_w$  – среднее время ожидания заявки (среднее время нахождения в очереди, от момента поступления заявки до начала обслуживания);
- $T_N$  – среднее время нахождения заявки в системе (от момента поступления до момента обслуживания)

# Формулы для характеристик одноканальной СМО

Для одноканальных СМО с пуассоновским входным потоком и экспоненциально распределенным временем обслуживания в теории массового обслуживания получены следующие формулы:

- для системы с отказами

$$P_{\text{отк}} = \frac{\rho}{1+\rho} \quad A = \frac{\rho\mu}{1+\rho}$$

- для системы с неограниченным ожиданием

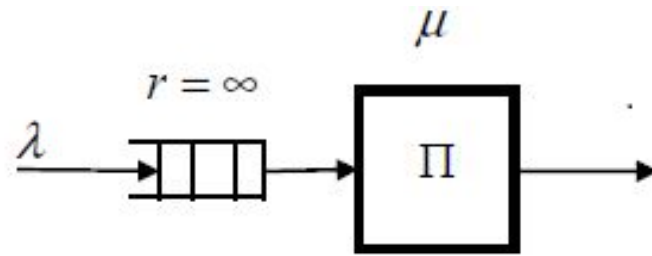
$$W = \frac{\rho^2}{1-\rho} \quad T_w = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)}$$
$$N = \frac{\rho}{1-\rho} \quad T_N = \frac{1}{\mu(1-\rho)}$$

# Пример "ручного" моделирования

**Моделируемый объект** – магазин с одним продавцом.

**Концептуальная модель** – одноканальная СМО с неограниченным ожиданием:

**заявки = покупатели, обслуживающее устройство = продавец**



Пусть **интервал поступления** заявок – случайная величина  $t_a$  с равномерным распределением на отрезке **[1;10]** мин., а **время их обслуживания** – случайная величина  $t_b$  с равномерным распределением на отрезке **[1;6]** мин. Тогда математическое ожидание интервала поступления  $1/\lambda = 5.5$  мин., математическое ожидание времени обслуживания  $1/\mu = 3.5$  мин.

Требуется найти среднее время ожидания обслуживания  $T_w$  и долю времени  $\eta$ , в течение которого обслуживающее устройство простаивает (коэффициент простоя). Распределения случайных величин  $t_a$  и  $t_b$  не экспоненциальные, поэтому аналитические формулы не годятся.

# Пример "ручного" моделирования

Будем имитировать работу системы, "разыгрывая" случайные интервалы поступления заявок и случайные продолжительности их обслуживания и фиксируя время ожидания каждой заявки и время простоя обслуживающего устройства в ожидании очередной заявки. Для упрощения будем считать эти времена целочисленными.

Возьмем 10 пронумерованных фишек и игральный 6–сторонний кубик. Случайным выбором фишки будем "разыгрывать" интервал поступления очередной заявки, а выпавшим в результате броска кубика числом – время ее обслуживания.

**Результаты:** среднее время ожидания  $T = 18/20 = 0.9$  мин :

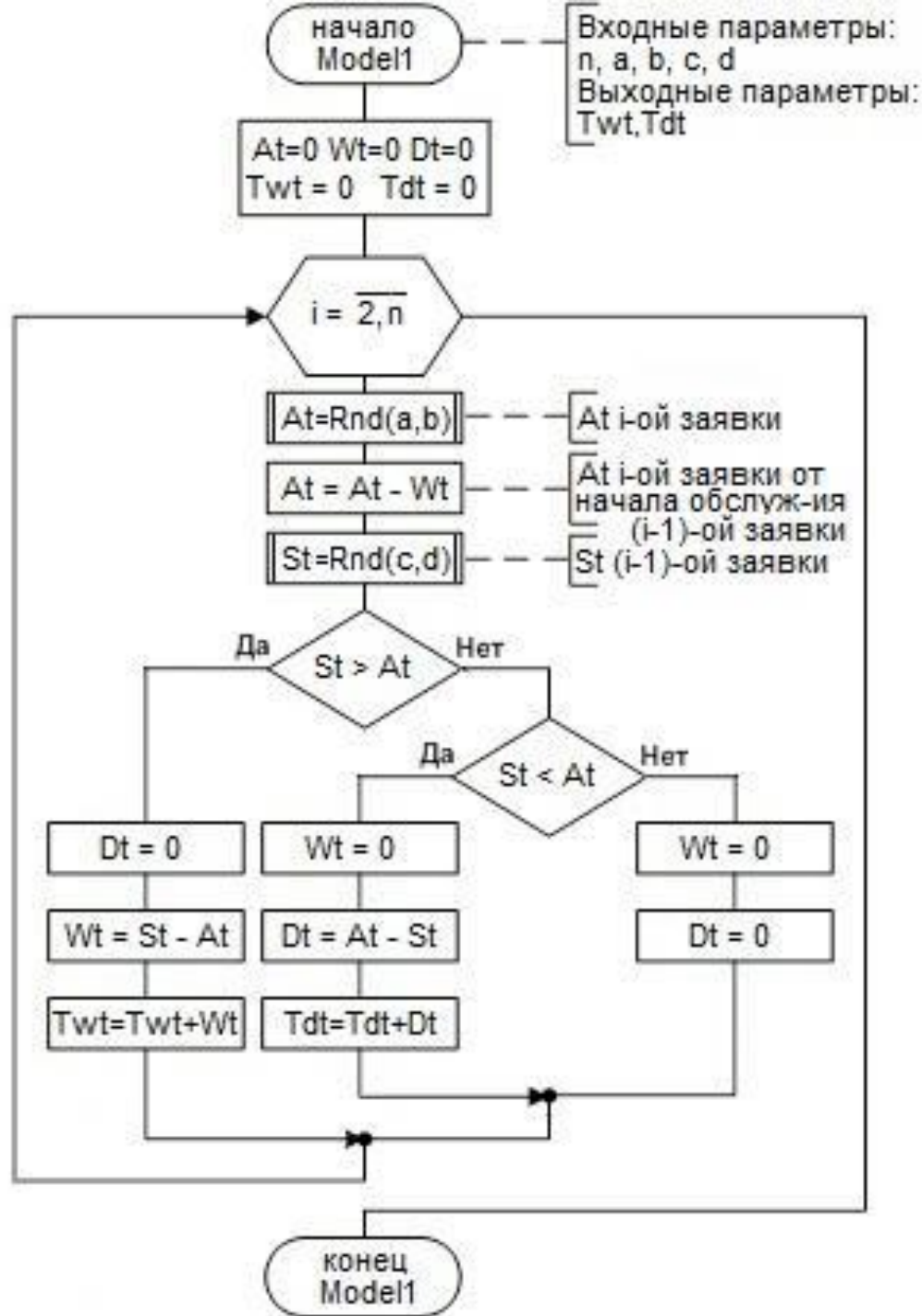
Порядковый номер заявки	Время после поступления предыдущей заявки (мин.)	Время обслуживания заявки (мин.)	Текущее время в момент поступления заявки	Начало обслуживания	Конец обслуживания	Время ожидания заявки начала обслуживания	Время простоя обслуживающего устройства
1	0	1	0	0	1	0	0
2	3	4	3	3	7	0	2
3	7	4	10	10	14	0	3
4	3	2	13	14	16	1	0
5	1	6	14	16	22	2	0
6	5	5	19	22	27	3	0
7	10	2	29	29	31	0	2
8	4	3	33	33	36	0	2
9	2	1	35	36	37	1	0
10	9	5	44	44	49	0	7
11	2	2	46	49	51	3	0
12	4	4	50	51	55	1	0
13	6	5	56	56	61	0	1
14	4	3	60	61	64	1	0
15	8	4	68	68	72	0	4
16	1	6	69	72	78	3	0
17	7	2	76	78	80	2	0
18	9	4	85	85	89	0	5
19	3	5	88	89	94	1	0



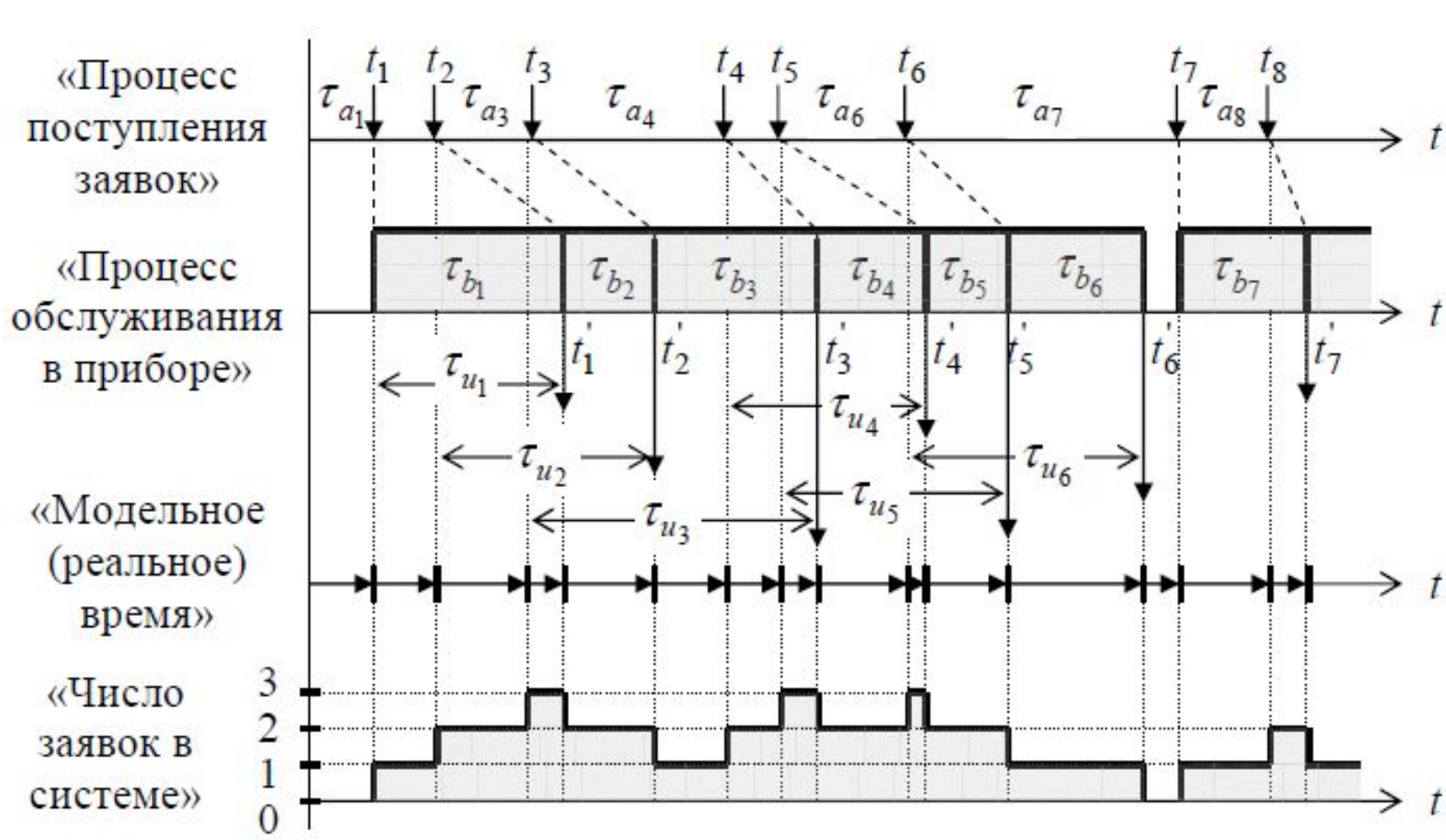
Порядковый номер заявки	Время после поступления предыдущей заявки (мин.)	Время обслуживания заявки (мин)	Текущее время в момент поступления заявки	Начало обслуживания	Конец обслуживания	Время ожидания заявки начала обслуживания	Время простоя обслуживающего устройства
1	0	1	0	0	1	0	0
2	3	4	3	3	7	0	2
3	7	4	10	10	14	0	3
4	3	2	13	14	16	1	0
5	1	6	14	16	22	2	0
6	5	5	19	22	27	3	0
7	10	2	29	29	31	0	2
8	4	3	33	33	36	0	2
9	2	1	35	36	37	1	0
10	9	5	44	44	49	0	7
11	2	2	46	49	51	3	0
12	4	4	50	51	55	1	0
13	6	5	56	56	61	0	1
14	4	3	60	61	64	1	0
15	8	4	68	68	72	0	4
16	1	6	69	72	78	3	0
17	7	2	76	78	80	2	0
18	9	4	85	85	89	0	5
19	3	5	88	89	94	1	0
20	6	2	94	94	96	0	0
					<b>Итого:</b>	<b>18</b>	<b>26</b>

# Схема алгоритма имитационной модели

- n** – количество заявок
- a, b** – границы интервала поступления
- c, d** – границы времени обслуживания
- At** – интервал поступления
- St** – время обслуживания
- Wt** – время ожидания
- Dt** – время простоя
- Twt** – суммарное время ожидания
- Tdt** – суммарное время простоя



# Временная диаграмма процессов в одноканальной СМО с ожиданием



# Механизм модельного времени

Наиболее эффективный подход – **переменный шаг продвижения модельного времени**, который реализуется в соответствии с **принципом “до ближайшего события”**, заключающемся в следующем.

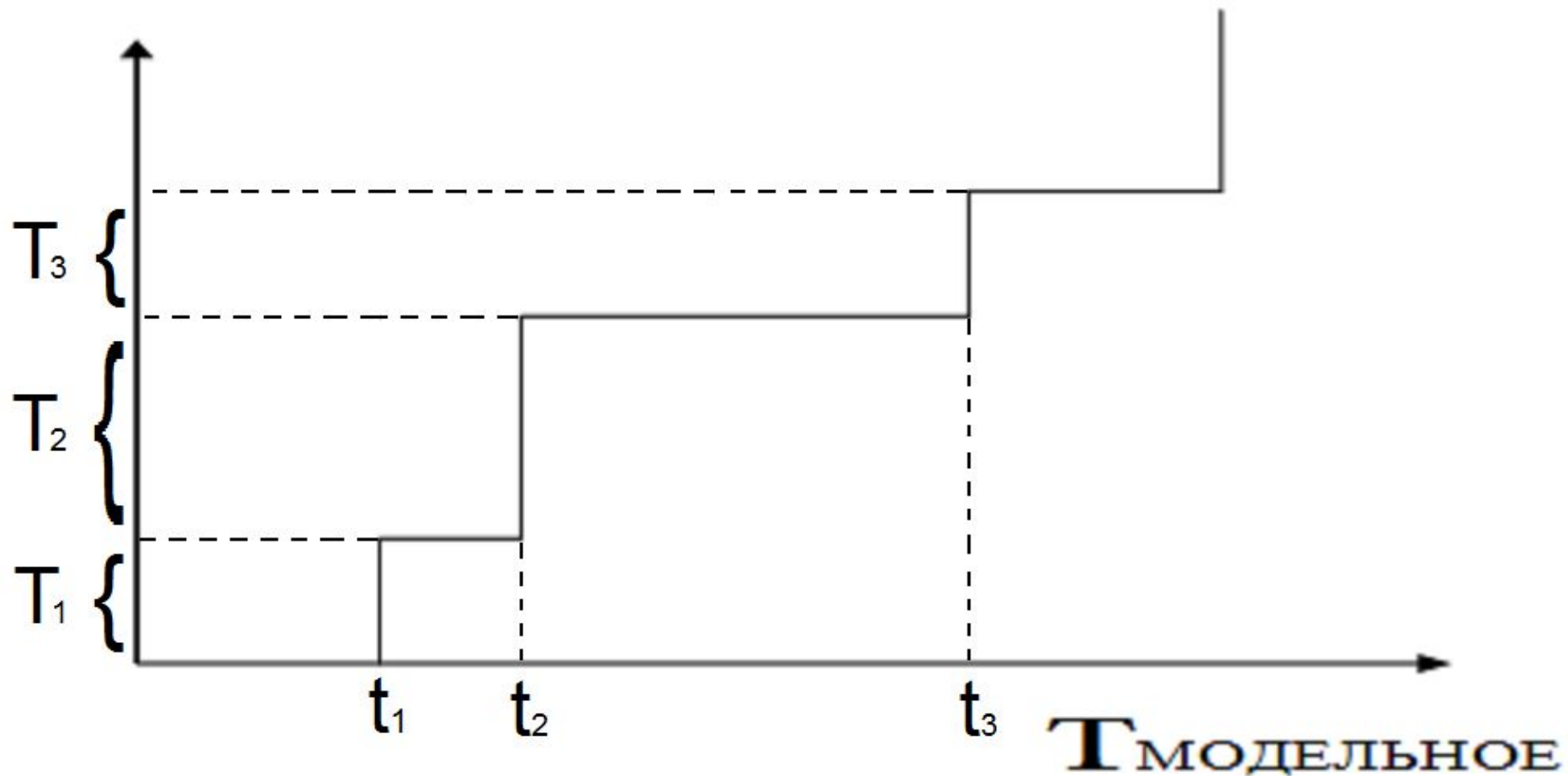
По всем процессам, параллельно протекающим в моделируемой системе, формируются **моменты наступления “ближайшего события в будущем”**. Затем модельное время продвигается до момента наступления ближайшего из всех возможных событий. В зависимости от того, какое событие оказалось ближайшим, выполняются те или иные действия.

# Дискретно–событийные модели

Имитационные модели, построенные на основе моделирующего алгоритма с переменным шагом модельного времени до ближайшего события, часто называют **дискретно–событийными** моделями, а моделирование с использованием таких моделей – **имитационным событийным моделированием**.

# Модельное и машинное время

$T_{\text{МАШИННОЕ}}$



# Моделирующий алгоритм и его

## функции

Имитационная модель СМО отображает стохастический процесс смены дискретных состояний в непрерывном времени в форме **моделирующего алгоритма**. При этом **элементам СМО ставятся в соответствие объекты модели, а свойствам элементов СМО – свойства (атрибуты) объектов модели**. Например, обслуживаемому прибору ставится в соответствие объект модели с набором атрибутов, описывающих текущее состояние устройства: текущее состояние (занято или свободно), количество вошедших заявок, среднее время обслуживания и т.д. **Реальному времени ставится в соответствие особый атрибут – системное или модельное время.**

# Моделирующий алгоритм и его функции

В процессе выполнения моделирующего алгоритма имитационная модель СМО проходит через ряд последовательных дискретных состояний, упорядоченных в соответствии с увеличением модельного времени. **Изменение состояний модели происходит под воздействием событий, причем каждому событию ставится в соответствие определяющий момент**



# Планирование событий

Одной из основных функций моделирующего алгоритма является **планирование событий**, т.е. **определение моментов модельного времени, в которые должны происходить изменения состояния модели.** Такое планирование связано с генерированием случайных временных интервалов в соответствии с заданными распределениями интервалов поступления заявок, времени их

# Синхронизация событий

События должны обрабатываться в модели в порядке увеличения модельного времени, поэтому еще одной важной функцией моделирующего алгоритма является синхронизация событий, т.е. выбор для обработки ближайшего по времени

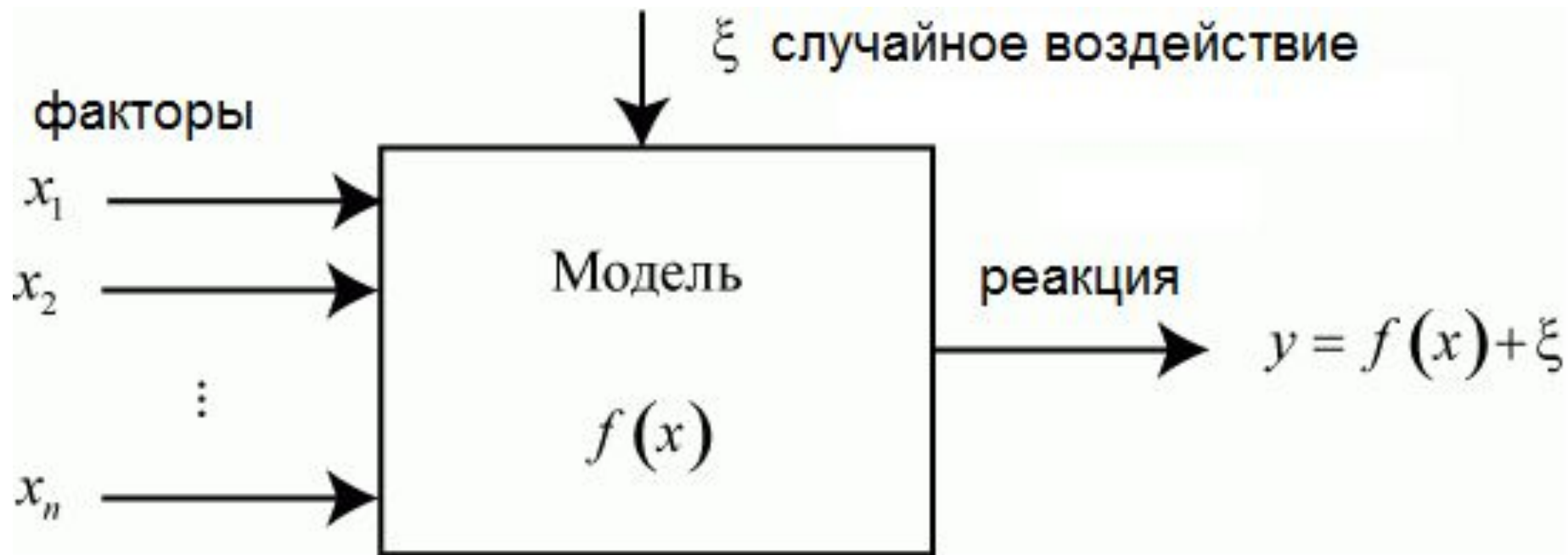
# Обработка событий

Еще одной функцией моделирующего алгоритма является **обработка событий**, связанная с **изменением атрибутов объектов модели**. При **обработке событий** одновременно производится **накопление статистики** по тем объектам модели и их атрибутам, которые являются предметом исследования. По окончании моделирования накопленная статистика обрабатывается с целью получения **выборочных распределений исследуемых величин** или их **выборочных моментов** (средних,

# Специализированные системы моделирования

Функции моделирующего алгоритма достаточно разнообразны и сложны, и их реализация средствами универсальных языков программирования представляет собой непростую и трудоемкую задачу. В специализированных системах имитационного моделирования, эти функции реализуются средствами самих систем. Одну из таких систем, **общецелевую систему моделирования GPSS World**, мы начнем подробно рассматривать на следующих лекциях.

# Представление имитационного эксперимента



# Факторы и реакция

Фактор называется **количественным**, если его значения (уровни) являются числами, влияющими на реакцию. В противном случае фактор называется **качественным**.

Так, например, в имитационной модели одноканальной СМО с ожиданием, **количественными факторами** могут служить **интенсивность входного потока и скорость обслуживания**, а **качественными факторами** – **закон распределения вероятностей времени обслуживания и дисциплина обслуживания**. В качестве **переменной реакции** может быть выбрано, например, **время ожидания заявки**. Случайное воздействие определяется случайным характером интервала поступления заявок и времени их обслуживания.

# Стратегическое планирование эксперимента

Говоря о планировании имитационных экспериментов с моделью, следует различать **два вида планирования: стратегическое и тактическое.**

**Стратегическое планирование** – это разработка эффективного плана эксперимента в соответствии с его целями, который дает требуемый объем информации о моделируемой системе при наименьших затратах. Т.е. основная цель стратегического планирования – получить желаемую информацию для изучения моделируемой системы при минимальных затратах на экспериментирование, при наименьшем числе прогонов модели

# Цели моделирования

**Выбор плана эксперимента существенно зависит от его цели. Наиболее распространенными целями моделирования являются:**

- оценка реакции модели при заданных уровнях факторов;
- выявление зависимости реакции от факторов;
- выбор уровней факторов на множестве альтернатив;
- нахождение такой комбинации уровней факторов, при которой переменная реакции принимает оптимальное значение.



# Задачи стратегического планирования

Основными задачами, решаемыми при стратегическом планировании, являются:

- **выбор переменной реакции** в соответствии с целью эксперимента;
- **выбор (определение) существенных факторов** и их сочетаний, влияющих на работу моделируемой системы;
- **выбор значений (уровней)** каждого фактора.

В теории планирования эксперимента разработано и доступно для использования множество видов планов постановки экспериментов для всех перечисленных целей и множество методов решения указанных задач.

# Тактическое планирование

## эксперимента

**Тактическое планирование эксперимента** связано с вопросами эффективности и **определением способов проведения имитационных прогонов**, намеченных **планом эксперимента**. Основными **задачами тактического планирования** являются:

- определение **продолжительности имитационного прогона** или требуемого числа повторений каждого прогона (**размера выборки**), обеспечивающего заданную точность результатов моделирования;
- определение **длительности переходного режима** (анализ установившегося состояния), задание **начальных условий** (начального состояния).

Эти задачи решаются методами дисперсионного и

# Статистическая обработка результатов моделирования

После того, как эксперимент спланирован и проведен, необходимо обработать его результаты. **Статистическая обработка результатов моделирования** проводится классическими **методами математической статистики**. В зависимости от цели моделирования могут использоваться дисперсионный и (или) регрессионный анализ, различные критерии проверки статистических гипотез, методы множественного сравнения и множественного упорядочения и ряд других методов.