

Теоретические основы электротехники

Учебно-методические материалы и информационное обеспечение дисциплины

Литература

Основная:

Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: учебник для вузов / 11-е изд., испр. и доп. - М.: Гардарики, 2006. - 701 с

Теоретические основы электротехники. Т.3 : учебник для вузов для самостоят. изучения курса / Демирчян К. С., Нейман Л. Р., Коровкин Н. В., Чечурин В. Л.; 4-е изд., доп. - СПб.: Питер, 2006. - 377 с.

Печатные и рукописные методические указания, рекомендации, инструкции по изучению дисциплины (разработанные в ЮРГТУ(НПИ)) в том числе и электронные

Золотарев Н. А. Теоретические основы электротехники. Ч. 1 : учеб. пособие для дистанц. обуч. / МО РФ ЮРГТУ(НПИ); - Новочеркасск: Изд-во ЮРГТУ(НПИ), 2002. - 293 с.

Задачи по курсу «Теоретические основы электротехники». Линейные электрические цепи/ Ершов Ю.К., Птах Г.К., Саввин Д.Д. и др. Юж.-Рос. гос. техн. ун-т. –Новочеркасск: ЮРГТУ(НПИ), 2007. – 35 с.

Линейные электрические цепи синусоидального тока: сборник примеров решения простейших задач/ Слухаёв Н.Г., Золотарёв Н.А., Саввин Д.Д. / Юж.-Рос. гос. техн. ун-т (НПИ) –Новочеркасск: ЮРГТУ –2010 –45 с

ТЕМА 1

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ И ТЕОРИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМА

Структура ЭМП



Векторы ЭМП

\vec{E} Напряженность электрического поля, В/м (силовая характеристика электрического поля)

\vec{D} Электрическая индукция (вектор электрического смещения), Кл/м²

\vec{B} Магнитная индукция магнитного поля, Тл (силовая характеристика магнитного поля)

\vec{H} Напряженность магнитного поля, А/м

Источники ЭМП

Неподвижные заряды

Дифференциальная характеристика неподвижных зарядов

$\rho(M)$ Объемная плотность зарядов (количество заряда в единице объема) , Кл/м³

Интегральная характеристика неподвижных зарядов

$q = \iiint_V \rho(M) dV_M$ количество заряда в объеме V ,
Кл

Движущиеся заряды

Дифференциальная характеристика движущихся зарядов

$\vec{\delta}(M)$ Вектор плотности тока проводимости (определяет скорость прохождения положительного заряда через единицу поверхности, ориентированную в направлении максимальной величины этой скорости), А/м²

Интегральная характеристика движущихся зарядов

$$i = \int_S \bar{\delta}(M) d\bar{S}_M$$

Электрический ток проводимости,
А

Электрический ток проводимости – это скорость прохождения заряда q через заданную площадку S

$$i = \frac{dq}{dt}$$

Уравнения ЭМП в интегральной форме

$$\oint_L \bar{H} d\bar{l} = \iint_S \left(\bar{\delta} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \right) d\bar{S}$$

Закон полного
тока

$$\oint_L \bar{E} d\bar{l} = - \frac{d}{dt} \iint_S \bar{B} d\bar{S}$$

Закон электромагнитной
индукции

$$\oiint_S \bar{D} d\bar{S} = \iiint_V \rho dV = q$$

Постулат
Максвелла

$$\oiint_S \bar{B} d\bar{S} = 0$$

Принцип непрерывности магнитного поля
(условие соленоидальности магнитного
поля)

Материальные уравнения
поля

$$\bar{D} = \varepsilon_a \bar{E}$$

Для диэлектрической
среды

$$\bar{B} = \mu_a \bar{H}$$

Для магнитных
сред

$$\bar{\delta} = \gamma \bar{E}$$

Для проводящих сред (Закон Ома в дифференциальной
форме)

$\varepsilon_a = \varepsilon \varepsilon_0$ - Абсолютная диэлектрическая проницаемость диэлектрика,
Ф/м

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м - диэлектрическая
постоянная

$\mu_a = \mu \mu_0$ - Абсолютная магнитная проницаемость магнетика,
Гн/м

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м - магнитная
постоянная

γ - Электрическая проводимость (электропроводность) проводящей среды,
1/Омм

Уравнения ЭМП в дифференциальной форме

$$\operatorname{rot} \bar{H} = \bar{\delta} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}$$

Закон полного
тока

$$\operatorname{rot} \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}$$

Закон электромагнитной
индукции

$$\operatorname{div} \bar{D} = \rho$$

Постулат
Максвелла

$$\operatorname{div} \bar{B} = 0$$

Принцип непрерывности магнитного поля
(условие соленоидальности магнитного поля)

Энергия ЭМП

$$W'_э = \frac{1}{2} \bar{E} \bar{D}$$

Удельная энергия электрического поля,
Дж/м³

$$W'_м = \frac{1}{2} \bar{B} \bar{H}$$

Удельная энергия магнитного поля,
Дж/м³

$$W = \iiint_V \left(\frac{1}{2} \bar{E} \bar{D} + \frac{1}{2} \bar{B} \bar{H} \right) dV$$

Энергия ЭМП в объеме V ,
Дж

2. Идеализированные параметры электрических цепей

Если ЭМП существует в области проводящего пространства, то его электрическая составляющая напряженностью E воздействует на свободные заряды этой проводящей среды и приводят их в движение (дрейф). Этот **дрейф** и есть **электрический ток проводимости**. Энергия ЭМП при этом преобразуется в тепловую энергию (проводящая среда нагревается). Если эта часть энергии ЭМП имеет значительное энергетическое преобладание по сравнению с энергией магнитной его части, то эта часть пространства может быть представлена идеализированным интегральным элементом – **электрическое сопротивление**, которое обозначается как

r

или

R

Электрическое сопротивление имеет размерность **Ом**

Если ЭМП существует в области диэлектрического пространства, изменяющегося во времени, то происходит процесс переполаризации диэлектрика называемый **электрическим током смещения**. Если энергия электрической составляющей ЭМП при этом имеет значительное энергетическое преобладание по сравнению с энергией магнитной его части, то эта часть пространства может быть представлена идеализированным интегральным элементом – **емкость**, которое обозначается как

C

Емкость имеет размерность Фарада(Φ)

Если ЭМП существует в некоторой области пространства и энергия его магнитной составляющей значительно преобладает по сравнению с энергией его электрической составляющей, то эта часть пространства может быть представлена идеализированным интегральным элементом – **индуктивность**, который обозначается как

L

Индуктивность имеет размерность Генри(Γ н)

Из выше рассмотренного можно сделать вывод- при определенных допущениях о характере ЭМП это поле можно описывать как совокупность более укрупненных объектов описываемых идеализированными интегральными элементами : электрическое сопротивление (r,R), емкость(C), индуктивность(L). В результате модель ЭМП заменяется **моделью электрической цепи(ЭЦ)**. В этой модели вместо векторных характеристик поля (\vec{E} \vec{D} \vec{B} \vec{H}) будут фигурировать интегральные характеристики поля : электрический ток (i,I), электрическое напряжение (u,U).

3. Основные понятия и законы теории электрических цепей

Электрическая цепь, электрическая схема

Совокупность устройств электромагнитные процессы в которых могут быть описаны с помощью интегральных понятий ток, напряжение, сопротивление, емкость, индуктивность называется **электрическая цепь**.

Электрический ток в зависимости от материальной среды в которой он существует разделяется на ток проводимости(в проводниках) и ток электрического смещения(в диэлектриках). Обозначение тока i, I , измеряется в амперах (А).

Электрическое напряжение-работа сил поля по перемещению единичного положительного заряда из одной точки пространства в другую. Обозначение напряжения u, U , измеряется в вольтах (В).

$$u = \int_a^b \overline{E} dl$$

Электрическое поле может быть описано с помощью скалярной функции-электрический потенциал $\varphi(M)$

Электрический потенциал-работа сил поля по перемещению единичного положительного заряда из точки M пространства в точку нулевого потенциала M_0

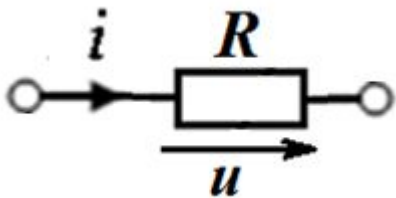
$$\varphi(M) = \int_M^{M_0} \overline{E} d\vec{l}$$

Электрическое напряжение равно разности потенциалов точек между которыми вычисляется это напряжение

$$u_{ab} = \varphi_a - \varphi_b$$

Электрическое сопротивление, емкость, индуктивность называют пассивными элементами ЭЦ. Условное изображение этих элементов:

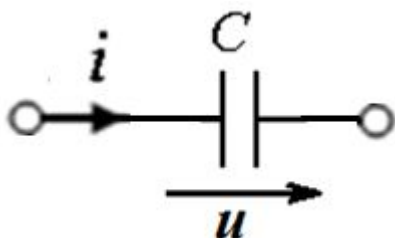
Электрическое сопротивление



$$u = iR$$

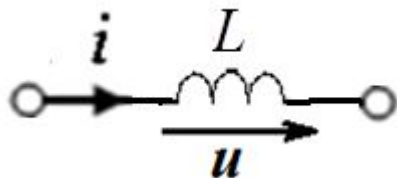
Закон Ома

Емкость



$$i = C \frac{du}{dt}$$

Индуктивность



$$u = L \frac{di}{dt}$$

Как известно, электрическое поле потенциальное, поэтому работа сил этого поля по замкнутому пути(контуре) равна нулю.

$$\oint_l \overline{E} d\overline{l} = 0$$

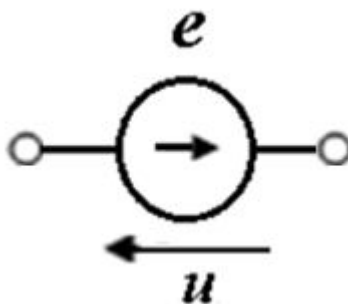
Условие потенциальности электрического поля

Вследствие этого электрическое поле не способно заставить перемещаться заряд по замкнутому пути, то есть создать своими силами ток в проводящем пространстве.

Поэтому на некоторых участках замкнутого контура следует создать силы неэлектрического характера, способные помочь электрическому полю переместить заряды по контуру. Эти **силы** называются **сторонними**. Работа сторонних сил в замкнутом контуре называется **электродвижущая сила (ЭДС)**

$$e = \oint_l \overline{E_{cm}} dl$$

Условное изображение ЭДС в ЭЦ имеет вид

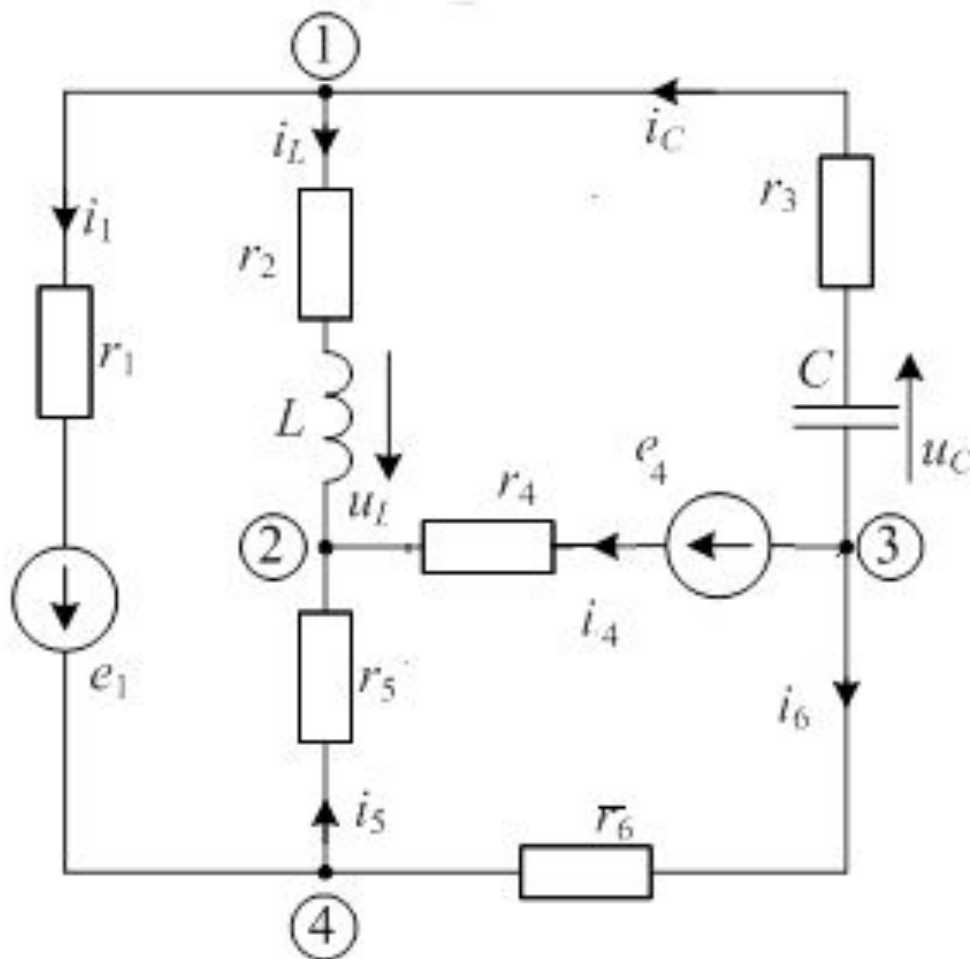


Напряжение на зажимах источника ЭДС равно напряжению на этих же зажимах, вычисленному по направлению противоположному стрелке ЭДС.

Источники ЭДС в ЭЦ называются активными элементами цепи.

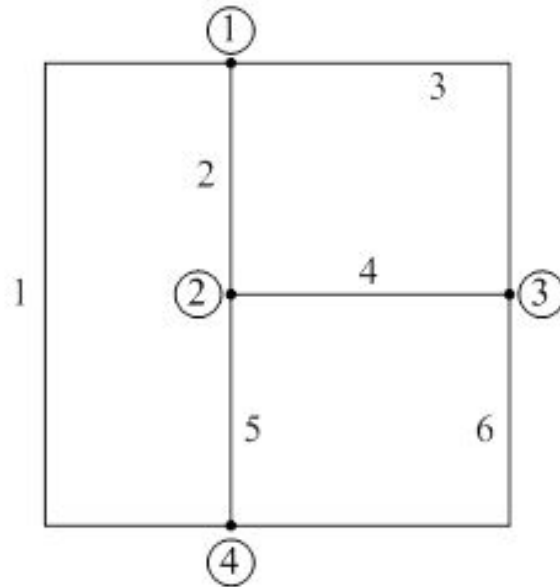
Изображение ЭЦ с помощью идеализированных пассивных и активных элементов цепи называется **электрической схемой** цепи

Пример электрической схемы ЭЦ



Основные топологические определения электрической схемы

Граф цепи-это скелетная схема цепи:



Ветвь графа цепи-это элемент графа по которому протекает один и тот же ток. Ветвь может содержать один или несколько идеализированных пассивных и(или) активных элементов цепи. На изображенном выше графе 6 ветвей.

Узел графа цепи-это место соединения трех или более ветвей. На изображенном выше графе 4 узла.

Контур графа цепи- замкнутый путь, состоящий из ветвей графа. На изображенном выше графе можно найти 7 контуров .

Законы (правила) Кирхгофа, их связь с уравнениями Максвелла. Закон Джоуля-Ленца.

При создании теории ЭЦ уравнения ЭМП также будут преобразовываться и будут записаны через интегральные понятия: ток, напряжение, ЭДС . Полученные уравнения называют уравнения (правила) Кирхгофа. Таких уравнений для ЭЦ будет два типа: первый закон Кирхгофа , составляемый для узлов ЭЦ, и второй закон Кирхгофа, составляемый для контуров ЭЦ.

Первый закон Кирхгофа:

алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле электрической цепи, равна нулю.

$$\sum_{k=1}^n \pm i_k = 0$$

Правило знаков: токи, стрелки которых направлены к узлу берутся с собственным знаком(что соответствует знаку плюс(+)) в математической форме записи закона) , а токи, стрелки которых направлены от узла берутся с противоположным знаком (что соответствует знаку минус(-)) в математической форме записи закона) .

Второй закон Кирхгофа:

алгебраическая сумма напряжений при обходе по замкнутому контуру электрической цепи равна алгебраической сумме ЭДС в этом контуре.

$$\sum_{k=1}^m \pm u_k = \sum_{k=1}^m \pm e_k$$

Правило знаков: напряжения и ЭДС, направление стрелок которых совпадает с направлением обхода контура берутся с собственным знаком (что соответствует знаку плюс(+)) в математической форме записи закона), а напряжения и ЭДС, стрелки которых направлены против обхода контура берутся с противоположным знаком (что соответствует знаку минус(-)) в математической форме записи закона).

Закон Джоуля-Ленца, электрическая и магнитная энергии идеализированных элементов ЭЦ.

Мощность тепловой энергии, выделяющаяся в электрическом сопротивлении, находящемся в электрическом поле, определяется законом Джоуля-Ленца:

$$P = ui = i^2 r = \frac{u^2}{r}$$

Мощность измеряется в ваттах (Вт)

Магнитная энергия, запасаемая в индуктивности, определяется по формуле:

$$W_m = \frac{1}{2} Li^2$$

Электрическая энергия, запасаемая в емкости, определяется по формуле:

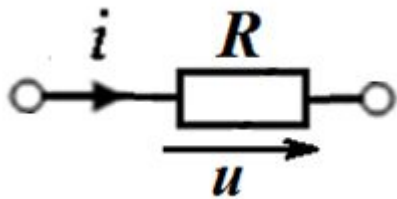
$$W_\varepsilon = \frac{1}{2} Cu^2$$

Электрическая и магнитная энергии измеряются в джоулях (Дж)

4. Реальные резисторы, катушки индуктивности, конденсаторы - их упрощенные схемы замещения.

Прототипами идеализированных элементов ЭЦ являются реальные физические элементы (устройства), специально созданные соответствующими условиям допущений о характере электромагнитных полей в них. К таким элементам относятся: резисторы, конденсаторы и катушки индуктивности. Эти устройства можно представить в виде электрической схемы замещения, состоящей из идеализированных элементов R , L , C . Эти схемы при различных режимах работы резисторов, конденсаторов, катушек индуктивности могут отличаться.

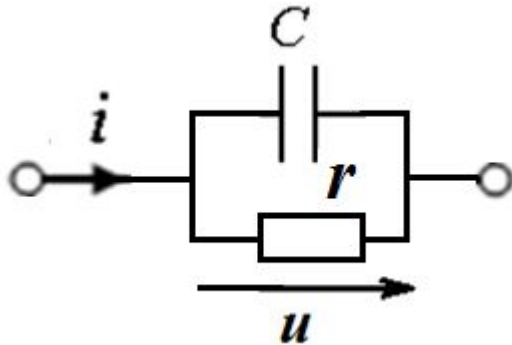
Резисторы, реостаты: в режиме постоянного тока схема замещения имеет вид



Сопротивление в этом режиме называют **ОММИЧЕСКИМ**

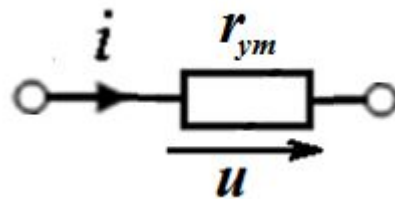
в режиме переменного тока в проводниках наблюдается эффект вытеснения тока к поверхности (поверхностный эффект) и сопротивление возрастает, но вид схемы замещения не изменяется

Конденсаторы: это устройства для запасаения энергии электрического поля в диэлектриках между проводящими обкладками. Диэлектрики реальных конденсаторов имеют проводящие примеси, поэтому схема замещения включает в себя идеализированные элементы C и r .

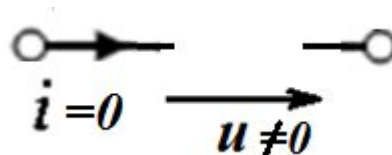


Сопротивление r в этой схеме называется сопротивлением утечки

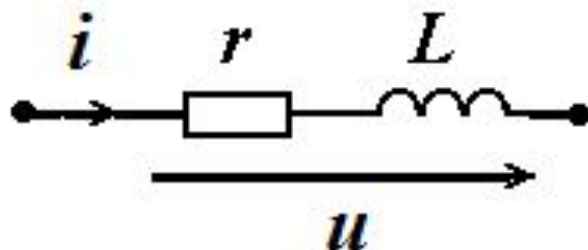
В режиме постоянного тока, когда электрическое поле не изменяется во времени, ток смещения отсутствует, то есть элемент C не работает, схема замещения принимает вид



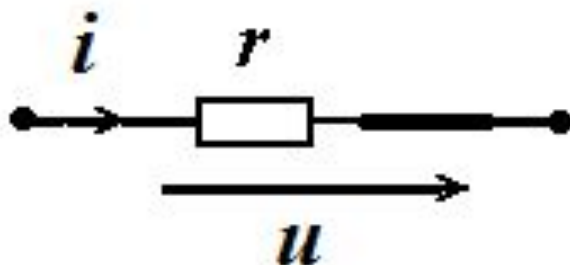
Если в емкости можно пренебречь током утечки по сравнению с током смещения, то в режиме постоянного тока схема замещения будет представлять разрыв для тока, то есть в конденсаторе ток будет равен нулю.



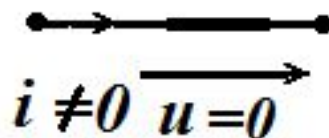
Катушки индуктивности: это устройства для запасания энергии магнитного поля в области катушки. Катушки наматываются на каркас(сердечник) проводом, то есть витки катушки –это проводящая среда. Сердечник может быть диэлектрический или ферромагнитный. Схема замещения будет включать в себя идеализированные элементы r, L



В режиме постоянного тока, когда магнитное поле не изменяется во времени, напряжение на элементе L отсутствует, то есть этот элемент не работает, схема замещения принимает вид



Если в катушке индуктивности можно пренебречь потерями энергии в сопротивлении проводов, то в режиме постоянного тока схема замещения будет представлять нулевое сопротивление, то есть «закоротку» и напряжение на катушке будет равно нулю.



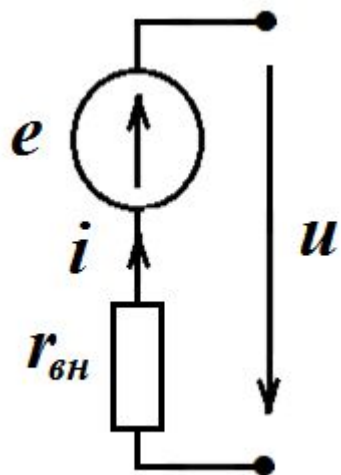
5. Реальные источники сторонних сил (источники напряжения, источники тока)

К реальным источникам энергии можно отнести: аккумуляторные батареи, химические источники (батарейки), электромашинные источники (генераторы), источники, работающие на солнечной энергии (солнечные батареи), и т. д. Все эти источники выполняют двойную функцию: производят разделение зарядов на положительные и отрицательные и тем самым становятся источником электрического поля. Сила, производящая разделение зарядов (сторонняя сила), определяется видом источника. В аккумуляторных батареях и химических источниках (батарейках) это сила электролитической диссоциации, в электромашинных источниках (генераторах) это совместное действие механических сил и магнитного поля.

Особенность реальных источников в том, что они имеют внутренние потери энергии. В **схеме замещения** реальных источников эти потери оцениваются введением электрического сопротивления, называемым внутренним сопротивлением источника.

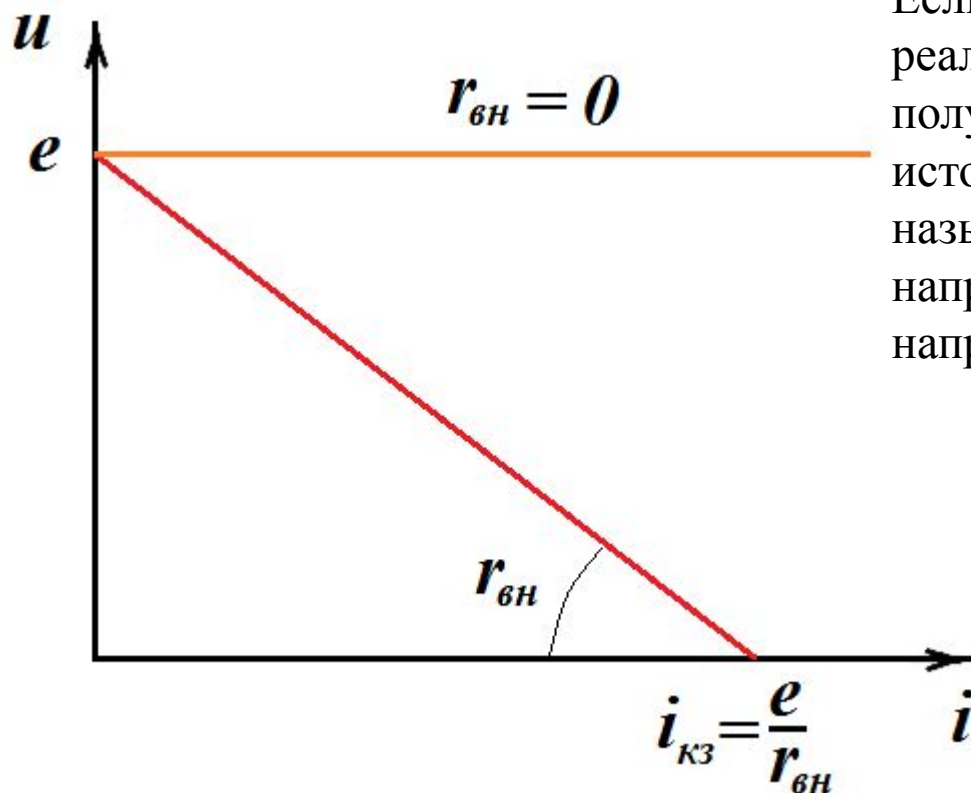
Такой источник называется **реальный источник напряжения**.

Свойства этого источника определяются его **внешней характеристикой**, это зависимость напряжения на его выходных зажимах от тока, проходящего через источник



$$u(i) = e - ir_{вн}$$

Графически внешняя характеристика имеет вид



Если внутреннее сопротивление реального источника равно нулю, то получается схема идеализированного источника напряжения (источника ЭДС), называемая идеальным источником напряжения. Для идеального источника напряжения

$$u = e$$

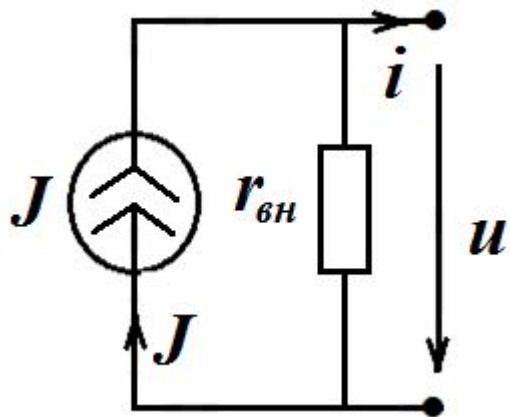
Именно поэтому идеальный источник ЭДС является источником напряжения то есть напряжение на его зажимах постоянно и не зависит от тока источника.

Если **внутреннее сопротивление источника напряжения мало**, то напряжение на выходе будет незначительно отличаться от ЭДС, то есть мало меняться при изменении тока (нагрузки) источника. Поэтому такие реальные источники ЭДС называют **источниками напряжения**.

Если внутреннее сопротивление источника ЭДС увеличивается, то ток источника будет мало отличаться от тока короткого замыкания источника.

$$i = \frac{e}{r_{вн}} - \frac{u}{r_{вн}} = i_{кз} - \frac{u}{r_{вн}}$$

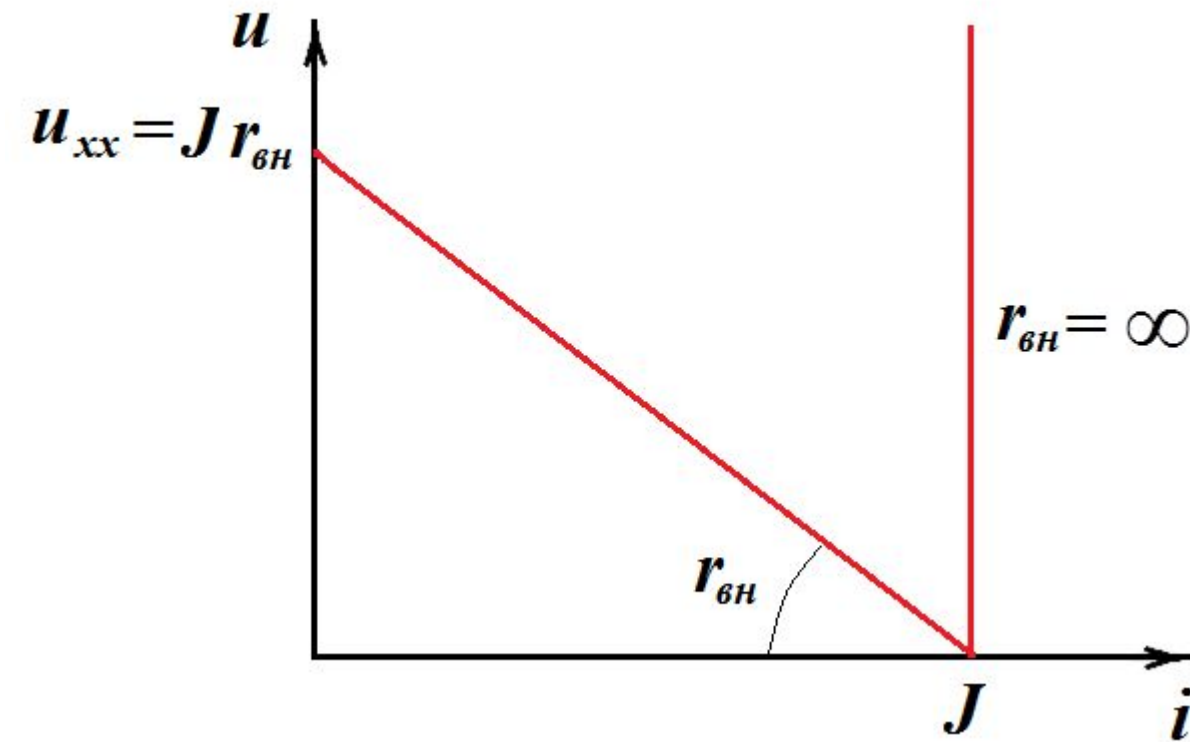
Источник ЭДС, работающий в таком режиме называется источником тока. Его схема замещения имеет вид:



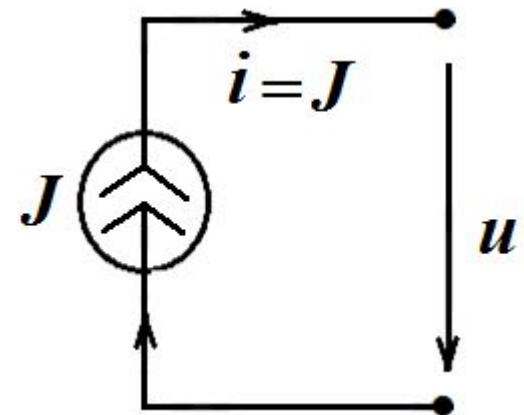
Внешняя характеристика реального источника тока имеет вид

$$i(u) = J - \frac{u}{r_{вн}}$$

График внешней характеристики источника тока



Если внутреннее сопротивление источника тока стремится к бесконечности, то источник тока превращается в идеальный источник тока. Его схема замещения имеет вид



Как видно из графиков внешних характеристик реальных источников напряжения и тока они абсолютно идентичны по своему виду. Поэтому реальные источники напряжения и тока могут взаимно преобразовываться друг в друга.

При преобразовании источника напряжения в источник тока

$$J = \frac{e}{r_{вн}} \quad r_{вн} = r_{вн}$$

При преобразовании источника тока в источник напряжения

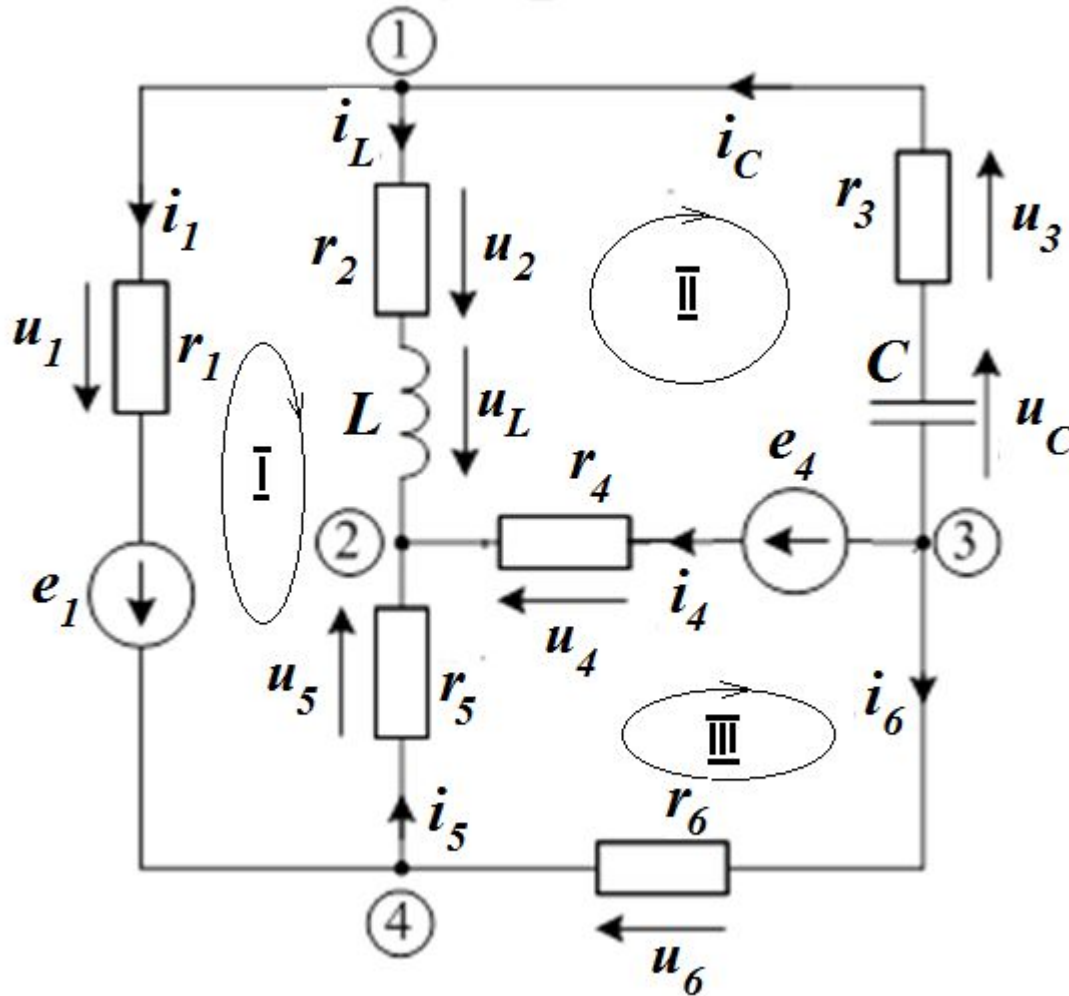
$$e = Jr_{вн} \quad r_{вн} = r_{вн}$$

6. Описание электрических цепей уравнениями Кирхгофа.

Расчеты ЭЦ предполагают задачи двух типов: задачи анализа и задачи синтеза.

Задачи анализа сводятся к определению токов в ветвях ЭЦ. Универсальным методом расчета токов является метод расчета по законам Кирхгофа.

Количество уравнений для ЭЦ по законам Кирхгофа должно равняться количеству неизвестных токов. Но для ЭЦ по законам Кирхгофа можно составить больше уравнений, чем это необходимо. Поэтому уравнения Кирхгофа составляются только для независимых узлов и независимых контуров ЭЦ.



Из топологического анализа электрических схем следует:

- **Независимым узлом ЭЦ** называется такой узел, который отличается от других хотя бы одной новой ветвью, подходящей к нему;
- **Независимым контуром ЭЦ** называется такой контур, который отличается от других хотя бы одной новой ветвью, входящей в него;

Количество расчетных уравнений для ЭЦ по законам Кирхгофа должно равняться суммарному количеству уравнений для независимых узлов (по первому закону Кирхгофа) и количеству уравнений для независимых контуров (по второму закону Кирхгофа).

Практически же для заданной ЭЦ количество независимых узлов и независимых контуров определяется проще. Если q - общее количество узлов схемы, то независимых узлов будет $q-1$. Если неизвестных токов n , то количество независимых контуров равно $p = n - (q - 1)$.

Расчет ЭЦ следует начинать с произвольного выбора направлений токов (стрелок) в ветвях схемы. Далее необходимо расставить стрелки напряжений на пассивных элементах цепи. Каждую стрелку необходимо обозначить соответствующей буквой.

Для изображенной выше схемы независимых узлов – 3 (например 1-й, 2-й, 3-й), независимых контуров – 3 (например 1-й, 2-й, 3-й, обозначены римскими цифрами). Незвестных токов – 6. Общее количество расчетных уравнений Кирхгофа - 6, из них : По первому закону - 3 ($q-1=3$), по второму закону - 3 ($p = n - (q - 1)=6-(4-1)=3$).

Расчетные уравнения имеют вид:

Первый закон Кирхгофа:

$$\text{Узел 1:} \quad i_C = i_L + i_1$$

$$\text{Узел 2:} \quad i_L + i_4 + i_5 = 0$$

$$\text{Узел 3:} \quad 0 = i_C + i_4 + i_6$$

Второй закон Кирхгофа:

$$\text{Контур 1:} \quad -u_1 + u_2 + u_L - u_5 = -e_1$$

$$\text{Контур 2:} \quad u_4 - u_2 - u_L - u_3 - u_C = e_4$$

$$\text{Контур 3:} \quad u_5 + u_6 - u_4 = -e_4$$

Напряжения, записанные во вторых законах Кирхгофа, связаны с токами известными **уравнениями связи:**

$$u_1 = i_1 r_1$$

$$u_2 = i_L r_2$$

$$u_3 = i_C r_3$$

$$u_4 = i_4 r_4$$

$$u_5 = i_5 r_5$$

$$u_6 = i_6 r_6$$

$$u_L = L \frac{di_L}{dt}$$

$$u_C = \frac{1}{C} \int i_C dt$$

После подстановки уравнений связи получится система шести уравнений с шестью неизвестными токами. В общем случае это система **дифференциальных уравнений**, решение которой дает распределение токов по ветвям цепи.

$$i_C = i_L + i_1$$

$$i_L + i_4 + i_5 = 0$$

$$0 = i_C + i_4 + i_6$$

$$-i_1 r_1 + i_L r_2 + L \frac{di_L}{dt} - i_5 r_5 = -e_1$$

$$i_4 r_4 - i_L r_2 - L \frac{di_L}{dt} - i_C r_3 - \frac{1}{C} \int i_C dt = e_4$$

$$i_5 r_5 + i_6 r_6 - i_4 r_4 = -e_4$$