

Проект «Трёхмерные конвективные течения с поверхностями раздела и полем скоростей типа Хименца»

Руководитель проекта Андреев Виктор Константинович

Ответственный исполнитель: Ефимова Марина  
Викторовна

Наименование фонда / программы, в который  
планируется подача заявки Российский фонд  
фундаментальных исследований

Идеей проекта является изучение аналитическими и численными методами трёхмерных сопряжённых задач конвекции в плоских и цилиндрических областях. В качестве базовой математической модели будут использованы уравнения Обербека – Буссинеска и термодиффузии. При этом за счёт изменения поверхностного натяжения на поверхностях раздела возникают дополнительные силы, вызывающие конвекцию в жидкостях. Кроме того, будет принято во внимание полное энергетическое условие на границе раздела, учитывающее затраты энергии на её деформацию.

Решение такого рода задач связано с преодолением принципиальных математических трудностей. Основные две состоят в том, что приходится решать системы уравнений, имеющие различный вид в разных областях (например при учёте испарения одной жидкости в другую) движения жидких сред, причём часть граничных условий задана на заранее неизвестной поверхности раздела. Для понимания структур полей скоростей, температур и концентраций вблизи поверхностей раздела будут построены и изучены новые точные решения возникающих трёхмерных сопряжённых начально-краевых задач, когда поле скоростей имеет специальный вид типа Хименца. Часто такие задачи являются обратными, поскольку продольные градиенты давления вдоль слоёв определяются вместе с полем скоростей, температур и концентраций.

В настоящее время математическая теория конвективной устойчивости хорошо развита для однокомпонентных сред. Принципиальная новизна проекта состоит в развитии теории для систем с большим числом компонент (учет эффекта Соре и Дюфура, испарения, учет затраты энергии на деформацию границы раздела). Впервые будет исследована устойчивость по Ляпунову и энергетическая устойчивость трёхмерных стационарных течений с поверхностями раздела, определены области и построены карты устойчивости для физических параметров, реально измеряемых в экспериментах в случае движения пленок. Таким образом все предлагаемые к исследованию задачи проекта являются новыми и актуальными.

# Целью проекта является комплексное изучение аналитическими и численными методами трёхмерных сопряжённых задач конвекции в плоских и цилиндрических областях.

## Задачи проекта:

1. Построение новых точных решений как стационарных, так и нестационарных трёхмерных сопряжённых задач в модели Обербека – Буссинеска с учётом термодиффузии.
2. Исследование устойчивости трёхмерных сопряжённых стационарных течений для всего класса возмущений. Следует отметить, что изучение механизмов и характеристик неустойчивостей в разных ситуациях интересно не только с точки зрения фундаментальных представлений современной гидродинамики поверхностей, но и в связи с практически важной задачей реализации процессов вблизи межфазной поверхности и контроля над ними. Для этого будут получены априорные оценки и численными методами решены возникающие многопараметрические сопряжённые спектральные задачи, найдены асимптотические представления декрементов в случае длинных и коротких волн.
3. Детальное изучение трёхмерных сопряжённых начально-краевых задач, когда поле скоростей аналогично решению Хименца. При этом поля температур и концентраций должны быть квадратичными формами относительно двух координат, что хорошо согласуется со сложными граничными условиями на поверхностях раздела. На ограничивающих твёрдых стенках в отдельных точках температура имеет экстремальные значения и может их менять в зависимости от функций времени, которыми можно управлять (задавать извне потока). Такие задачи ещё полностью не изучались (исключая упомянутые линейные аналоги двумерных течений, исследованные авторами проекта).

# План работы над проектом:

№ этапа	Сроки	Выполняемые работы	Полученные результаты
1 этап	2022 г.	Построение и анализ новых точных решений сопряжённых задач трёхмерной конвекции с учётом полного энергетического условия на поверхности раздела.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- построение точных решений сопряжённых стационарных краевых задач в случае изотермической плоской или цилиндрической поверхностью раздела;</li> <li>- построение точных решений сопряжённых нестационарных краевых задач в случае изотермической плоской или цилиндрической поверхностью раздела;</li> <li>- построение точных решений сопряжённых стационарных краевых задач с неизотермической (с учётом эффекта Марангони и термоконцентрации) плоской или цилиндрической поверхностью раздела;</li> </ul>
2 этап	2023 г.	Исследование устойчивости новых точных трёхмерных стационарных течений с поверхностью раздела и построение карт устойчивости в зависимости от безразмерных параметров жидких сред, реально измеряемых в экспериментах в случае движения плёнок.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- получение достаточных условий устойчивости стационарных ползущих двухслойных течений в случае изотермической границы раздела;</li> <li>- получение достаточных условий устойчивости стационарных ползущих двухслойных течений в случае неизотермической границы раздела;</li> <li>- построение карт устойчивости трёхмерных стационарных течений как с учётом эффекта Марангони на поверхности раздела, так и без него;</li> </ul>
3 этап	2024 г.	Анализ нелинейных сопряжённых начально-краевых задач конвекции, когда поле скоростей аналогично полю скоростей типа Хименца. Построение структуры скоростей, температур и концентраций с учётом полного энергетического условия на границе	<ul style="list-style-type: none"> <li>- выделение трёхмерных пограничных слоёв на твёрдых торцах кюветы или цилиндра; анализ двухслойных течений в ядре области в случае изотермической границы раздела;</li> <li>- выделение трёхмерных пограничных слоёв на твёрдых торцах кюветы или цилиндра; анализ двухслойных течений в ядре области в случае неизотермической границы раздела;</li> <li>- численное решение полных трёхмерных начально-краевых задач,</li> </ul>

## Методы и подходы:

Для нахождения тестовых точных решений уравнений моделей конвекции и их анализа будут применены методы теории симметрий, априорных оценок и асимптотических разложений по числу Марангони. Для определения трёхмерных полей скоростей, температур и концентраций будут развиты, с учётом специфики сопряжённых задач, на основе тау-метода процедуры нахождения приближённого решения нелинейных стационарных краевых задач. Эволюционные задачи для определения положения поверхности раздела с учётом её деформации (конечные числа Вебера) будут решены численно на основе метода Ньютона – Канторовича. Задачи об устойчивости построенных точных стационарных течений требуют поэтапного решения. На первом этапе для изучения критических характеристик будет использован метод линеаризации. На втором этапе предполагается использование метода малого параметра для определения возможных закритических режимов и нелинейной динамики точных решений. Для получения достаточных условий устойчивости новых полученных двухслойных стационарных течений будет использован метод априорных оценок.

**Необходимое оборудование** (отдельно указать оборудование, имеющееся в наличии, и оборудование, которое необходимо приобрести для реализации проекта; описать, как планируется использовать приобретаемое оборудование):

Коллектив располагает следующим научным оборудованием и вычислительной техникой: 7 персональных компьютеров с высоким уровнем быстродействия с выходом на высокопроизводительный кластер МВС1000/96.

## Ожидаемые результаты:

- точные решения сопряжённых стационарных краевых задач в случае изотермической плоской или цилиндрической поверхностью раздела;
- достаточные условия устойчивости стационарных ползущих двухслойных течений в случае изотермической границы раздела;
- трёхмерные пограничные слои на твёрдых торцах кюветы или цилиндра; анализ двухслойных течений в ядре области в случае изотермической границы раздела;

# Команда проекта:

<b>№ п/п</b>	<b>ФИО</b>	<b>Роль в проекте</b>	<b>Возраст (полных лет)</b>	<b>Выполняе мые работы</b>	<b>Количество публикаций WoS, Scopus / ВАК за 5 лет</b>	<b>Опыт руководства проектами / участия в проектах</b>
1.	Андреев Виктор Константинович	руководитель	72	11	12	37 лет
2.	Ефимова Марина Викторовна	ответственный исполнитель	44	7	6	16 лет
3.	Лемешкова Елена Николаевна	исполнитель	32	4	6	5 лет
4.	Магденко Евгений Петрович	исполнитель	31	4	4	5 лет
5.	Азанов Андрей Андреевич	исполнитель	25	3	1	1 год

**Показатели качества проекта** (планируемые по итогам реализации проекта):

<b>№ п/п</b>	<b>Показатель</b>	<b>Значение показателя</b>
1.	Число публикаций в изданиях, индексируемых в базах данных WoS, Scopus	2
2.	Число публикаций в изданиях, входящих в перечень ВАК	6
3.	Число заявок на получение охранных документов на результаты интеллектуальной деятельности	8