

Урок 1

**ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ
ПОЗИЦІЙНОЇ І
НЕПОЗИЦІЙНОЇ
СИСТЕМИ
ЧИСЛЕННЯ.**

**10(11) клас
2018/2019 н.р.**

Поняття про системи числення

- Система числення – це спосіб зображення чисел і відповідні йому правила дій над числами.
- Розрізняють непозиційні та позиційні системи числення.

Системи числення

```
graph TD; A[Системи числення] --> B[Непозиційні]; A --> C[Позиційні];
```

Непозиційні – значення цифри не залежить від місця в записі числа.

Прикладом є римська система числення.

XXXV

Каламет Ю.О.

Позиційні – значення цифри залежить від позиції в записі числа.

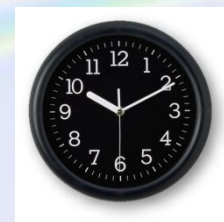
Прикладом позиційної системи числення є десяткова.

1234 = 1000 + 200 + 30 + 4
















Історичний екскурс



- У різні історичні періоди користувалися системами числення, відмінними від десяткової. Широке застосування мала дванадцяткова система, її походження пов'язують з рахунками на чотирьох вказівних пальцях руки, які мають 12 фаланг. До нашого часу ця система дійшла у виразах:
 - «дюжина»,
 - «грос» — дюжина дюжин,
 - «маса» — дюжина гросів,
 - 1 фут = 12 дюймів,
 - 1 шилінг = 12 пенсів.
- У давньому Вавилоні існувала шістдесяткова система числення. Ця система також дійшла до наших днів:
 - 1 година = 60 хвилин,
 - 1 хвилина = 60 секунд,
 - 1 градус = 60 хвилин.
- У деяких африканських народів існувала чотирьохпальцева система числення, а в ацтеків і майя була двадцяткова система.



Єгипетська нумерація

								
1	2	3	4	5	6	7	8	9
								
10	100	1000	10 000	100 000	1 000 000			



- Розрядні знаки писали групами справа наліво, в одній групі — не більше як чотири однакових знаки. Наприклад, число 3247 зображалося так:



- Кожен знак означає одне й те саме число, де б він не стояв. У непозиційній десятковій нумерації для запису одного розрядного числа потрібно від одного до дев'яти розрядних знаків. Число 847 записувалося так:



Слов'янське алфавітне позначення чисел

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	20	30	40	50	60	70	80	90
100	200	300	400	500	600	700	800	900
Тисяща				Леодр	Ворон	Колода		

- Слов'янське алфавітне позначення чисел виникло в X ст. і застосовувалося без істотних змін до XVII ст. включно.
- Над буквою, яка позначала певне число, ставили особливий знак — титло. Для позначення багатоцифрових чисел знаки записували підряд: тисячі, сотні, десятки, одиниці. Слов'янська алфавітна нумерація була десятковою.
- Для позначення тисячі застосовувався особливий знак — перекреслена риска, який записували ліворуч від букви. Наприклад, число 2873 записували так:

Римська нумерація



- Зі стародавніх нумерацій збереглася лише римська. Вона застосовується для позначення століть, запису чисел на циферблаті годинників.
- Римська нумерація — десяткова, але із залишками п'ятіркової; вона непозиційна, без знака нуль.
- За допомогою вузлових чисел та принципів додавання й віднімання записують інші натуральні числа.
- Одна й та сама цифра може повторюватися не більше як три рази. Менше число ліворуч від більшого може бути записане лише один раз.
- Наприклад, число 1985 записують так: MСMLXXXV.
- Головний недолік римської нумерації у тому, що вона не пристосована для письмового виконання арифметичних дій.

Алфавіт римської системи

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Якщо менша цифра стоїть праворуч від більшої, то вона додається до більшої.

VI	XI	LX	CX	DC	MC
6	11	60	110	600	1100

Менша цифра, що стоїть ліворуч від більшої, віднімається від більшої. Перед більшою цифрою може стояти тільки одна менша цифра.

IV	IX	XL	XC	CD	CM
4	9	40	90	400	900

Перетворіть римські числа у десяткові та назвіть подію, що відбулася цього року:

Події з історії
України:

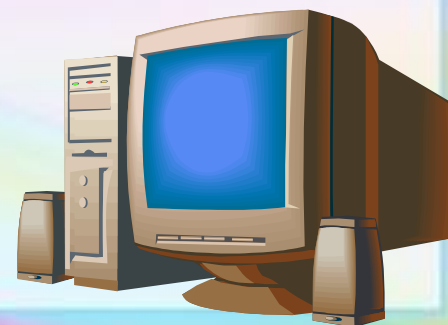
- a) CMLXXXVIII
- b) MDCLI
- c) MDCCCXIV
- d) MDCCCLXXVIII
- e) MCMXLV
- f) MCMXCI

Події з історії
розвитку ОТ:

- a) MDCXLII
- b) MDCLXXIII
- c) MDCCCXXXIV
- d) MCMXLVI
- e) MCMLI
- f) MCMXCV



Каламет Ю.О.



Позиційні системи числення

- У позиційній системі числення значення цифри залежить від позиції, яку вона займає в зображенні числа. В цілих числах позиції нумеруються справа наліво, починаючи з нульової. Наприклад, число 4321 можна подати у вигляді такої суми:

$$4321_{10} = 4 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 1 = 4 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$$

- Число 10 називається основою десяткової системи числення.
- Алфавіт системи числення з основою p складається з p цифр:

$$0, 1, 2, \dots, p - 1.$$

- Інші цифри використовувати не можна. На практиці застосовують системи числення з основами 2, 8, 10, 16.
- Алфавіт двійкової системи складається з двох цифр: 0, 1.
- У системі числення з основою $p = 8$ алфавіт такий:

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.$$

- Алфавіт системи з основою $p = 16$ складається із символів:

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F,$$

де $A = 10, B = 11, C = 12, D = 13, E = 14, F = 15$.

Переведення чисел з системи числення з основою p у десяткову систему

- Десяткові значення числа, записаного в системі числення з основою p , знаходять за формулою:

$$(a_k a_{k-1} \dots a_1 a_0)_p = a_k \cdot p^k + a_{k-1} \cdot p^{k-1} + \dots + a_1 \cdot p^1 + a_0 \cdot p^0$$

Приклади.

$$\begin{array}{cccccccc} & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ (1100101)_2 & = & 1 \cdot 2^6 & + & 1 \cdot 2^5 & + & 0 \cdot 2^4 & + & 0 \cdot 2^3 & + \\ & + & 1 \cdot 2^2 & + & 0 \cdot 2^1 & + & 1 \cdot 2^0 & = & 64 & + & 32 & + & 4 & + & 1 & = & 101_{10} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} & 1 & 0 \\ (37)_8 & = & 3 \cdot 8^1 & + & 7 \cdot 8^0 & = & 24 & + & 7 & = & 31_{10} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & 2 & 1 & 0 \\ (321)_8 & = & 3 \cdot 8^2 & + & 2 \cdot 8^1 & + & 1 \cdot 8^0 & = & 192 & + & 16 & + & 1 & = & 209_{10} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} & 1 & 0 \\ (7D)_{16} & = & 7 \cdot 16^1 & + & 13 \cdot 16^0 & = & 125_{10} \end{array}$$

Вправи

1. Розташуйте за спаданням

125_8 216_8 75_8 37_8 257_8 711_8 463_8

2. Переведіть числа у десяткову систему числення:

a) 34_5

b) 23_8

c) 127_8

d) 10011_2

e) 1110100_2

f) $1AE_{16}$

g) $B4_{16}$

Переведення чисел з десяткової системи в іншу

- Щоб перевести ціле число з десяткової системи в систему з основою p , треба здійснити послідовне ділення даного числа на число p за таким алгоритмом:
 - Число поділити на p .
 - Знайти остачу і частку.
 - Якщо частка менша за p , то виконати пункт 6; якщо ні, то виконати пункт 4.
 - Розглянути частку як нове число.
 - Виконати пункти 1, 2, 3.
 - Прочитати результат.
- Результат — це ланцюжок цифр, який складається з останньої частки та всіх остач, починаючи від останньої.
- Приклад 1. Перевести $(125)_{10}$ у вісімкову систему числення.
 $(125)_{10} = (175)_8$

$$\begin{array}{r|l} 125 & 8 \\ \hline 120 & 15 & 8 \\ \hline & 5 & 8 & 1 \\ & & & 7 \end{array}$$

Вісімкова система числення (метод триад)

- Правило переведення двійкового числа у вісімкове:
 - розбити запис двійкового числа справа наліво по 3 цифри;
 - доповнити нулями до 3 цифр крайній лівий запис (якщо необхідно);
 - кожену групу з 3 двійкових цифр замінити відповідною вісімковою цифрою.

Вісімкові цифри	0	1	2	3	4	5	6	7
Двійкові числа	000	001	010	011	100	101	110	111

Приклад 1. Перевести у вісімкову систему двійкове число:

$$11001110_2 = 011\ 001\ 110_2 = 316_8$$

Приклад 2. Перевести у двійкову систему вісімкове число:

$$172_8 = 001\ 111\ 010_2 = 1111010_2$$

Шістнадцяткова система числення (метод тетрад)

- Правило переведення двійкового числа у шістнадцяткове:
 - розбити запис двійкового числа справа наліво по 4 цифри;
 - доповнити нулями до 4 цифр крайній лівий запис (якщо необхідно);
 - кожену групу з 4 двійкових цифр замінити відповідною шістнадцятковою цифрою.

16-ові цифри	0	1	2	3	4	5	6	7
Двійкові числа	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111
16-ові цифри	8	9	A	B	C	D	E	F
Двійкові числа	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111

Вправи

1. Переведіть числа з десяткової системи у вісімкову:

а) 5_{10} ; б) 25_{10} ;

в) 64_{10} ; г) 100_{10} .

Отримані числа переведіть у двійкову систему.

2. Переведіть десятковий запис у двійкову, а потім вісімкову та шістнадцяткову системи, використовуючи методи тріад та тетрад:

а) 94_{10} ; б) 13_{10} ;

в) 48_{10} ; г) 57_{10} .

3. Перетворіть вісімкові записи чисел на шістнадцяткові (спочатку переведіть число в двійкову систему за допомогою тріад, а потім у шістнадцяткову, використовуючи тетради)

а) 37_8 ; б) 41_8 ;

в) 252_8 ; г) 161_8 .

10-ва	2-ва	8-ва	16-ва
0	000	0	0
1	001	1	1
2	010	2	2
3	011	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10