Современные аспекты линейного кодирования

Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна

Актуальность

Линейное кодирование позволяет:

- Конкретизировать информацию;
- Выбирать оптимальные решения;
- Обеспечить надежность передачи информации по каналам связи;
- согласование параметров передаваемой информации с особенностями канала связи;

- Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна

Цель

- Изучение современных аспектов линейного кодирования

- Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна

Задачи

- Дать определение линейному кодированию;
- Изучить его параметры и свойства;
- Разобрать методы его осуществления;

- Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна

Введение

В связи с появлением современных технологий и средствами передачи информации, возрастающим объемом потоком данных появилась необходимость кодирования информации.

Кодирование изучает, как лучше упаковать данные, чтобы после передачи сигнала можно было надежно и просто выделить полезную информацию из них.

Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна

Помехоустойчивые коды и их применение

- Помехоустойчивые коды – это коды, позволяющие обнаруживать и исправлять ошибки в кодовых словах, которые возникают при передаче по каналам связи.

- Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна

Помехоустойчивые коды и их применение

- Применение помехоустойчивых кодов для повышения верности передачи данных связанно с решением задач кодирования и декодирования.

- Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна

Помехоустойчивые коды и их применение

- Кодирование:

СООБЩЕНИЕ → ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ КОДОВ

- Декодирование:

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ КОДОВ → СООБЩЕНИЕ

- Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна

Основные параметры помехоустойчивых кодов

Основные параметры помехоустойчивых кодов следующие:

- n – общее число элементов кодовой комбинации;
- k – количество информационных элементов;
- r – количество проверочных разрядов кодовой комбинации $r = n - k$;
- d_0 – кодовое расстояние Хэмминга;
- R – скорость кода $R = \frac{r}{n}$. Характеризует качество кода;
- D_k – избыточность кода;
- p_{OO} – вероятность обнаружения ошибки (искажения);
- p_{HO} – вероятность не обнаружения ошибки (искажения);

Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна

Классификация помехоустойчивых кодов

Рисунок 1 – классификация помехоустойчивых кодов

- Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна

Линейные коды. Параметры и свойства

Линейные коды – это коды, в которых проверочные символы представляют собой линейные комбинации информационных символов. Для двоичных кодов в качестве линейной операции используют сложение по модулю 2.

$$0 \oplus 0 = 0;\ 0 \oplus 1 = 1;\ 1 \oplus 0 = 1;\ 1 \oplus 1 = 0.$$

Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна

Линейные коды. Параметры и свойства

Кодовый вектор $\longrightarrow$ 1 и 0

Вес кодового вектора (кодовой комбинации) равен его числу ненулевых компонентов.

Расстояние между двумя кодовыми векторами равно весу вектора, полученного в результате сложения исходных векторов по модулю 2.

Линейные коды. Параметры и свойства

Преимущество линейного кодирования: благодаря линейности для запоминания или перечисления всех кодовых слов достаточно хранить в памяти кодера или декодера существенно меньшую их часть.

Недостаток: линейные коды хорошо справляются с редкими, но большими пачками ошибок, их эффективность при частых, но небольших ошибках менее высока.

Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна

Линейные коды. Параметры и свойства

Применение:

- в системах цифровой связи, в том числе: спутниковой, радиорелейной, сотовой, передаче данных по телефонным каналам;
- в системах хранения информации, в том числе магнитных и оптических;
- в сетевых протоколах различных уровней;

- Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна

Код Шеннона-Фано

Алгоритм Шеннона — Фано — один из первых алгоритмов сжатия.

Алгоритм префиксные, то есть никакое кодовое слово не является началом любого другого. Это свойство позволяет однозначно декодировать любую последовательность кодовых слов.

Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна

Код Шеннона-Фано

<table>
<tr><th>a_i</th><th>$p(a_i)$</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>Итого</th></tr>
<tr><td>a_1</td><td>0.36</td><td rowspan="2">0</td><td colspan="3">00</td><td>00</td></tr>
<tr><td>a_2</td><td>0.18</td><td colspan="3">01</td><td>01</td></tr>
<tr><td>a_3</td><td>0.18</td><td rowspan="4">1</td><td colspan="3">10</td><td>10</td></tr>
<tr><td>a_4</td><td>0.12</td><td rowspan="3">11</td><td colspan="2">110</td><td>110</td></tr>
<tr><td>a_5</td><td>0.09</td><td rowspan="2">111</td><td>1110</td><td>1110</td></tr>
<tr><td>a_6</td><td>0.07</td><td>1111</td><td>1111</td></tr>
</table>

Рисунок 2 - Пример построения кодовой схемы для шести символов a_1 - a_6 и вероятностей p_i

Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна

Код Шеннона-Фано

Исходные символы:

- A (частота встречаемости 50)
- B (частота встречаемости 39)
- C (частота встречаемости 18)
- D (частота встречаемости 49)
- E (частота встречаемости 35)
- F (частота встречаемости 24)

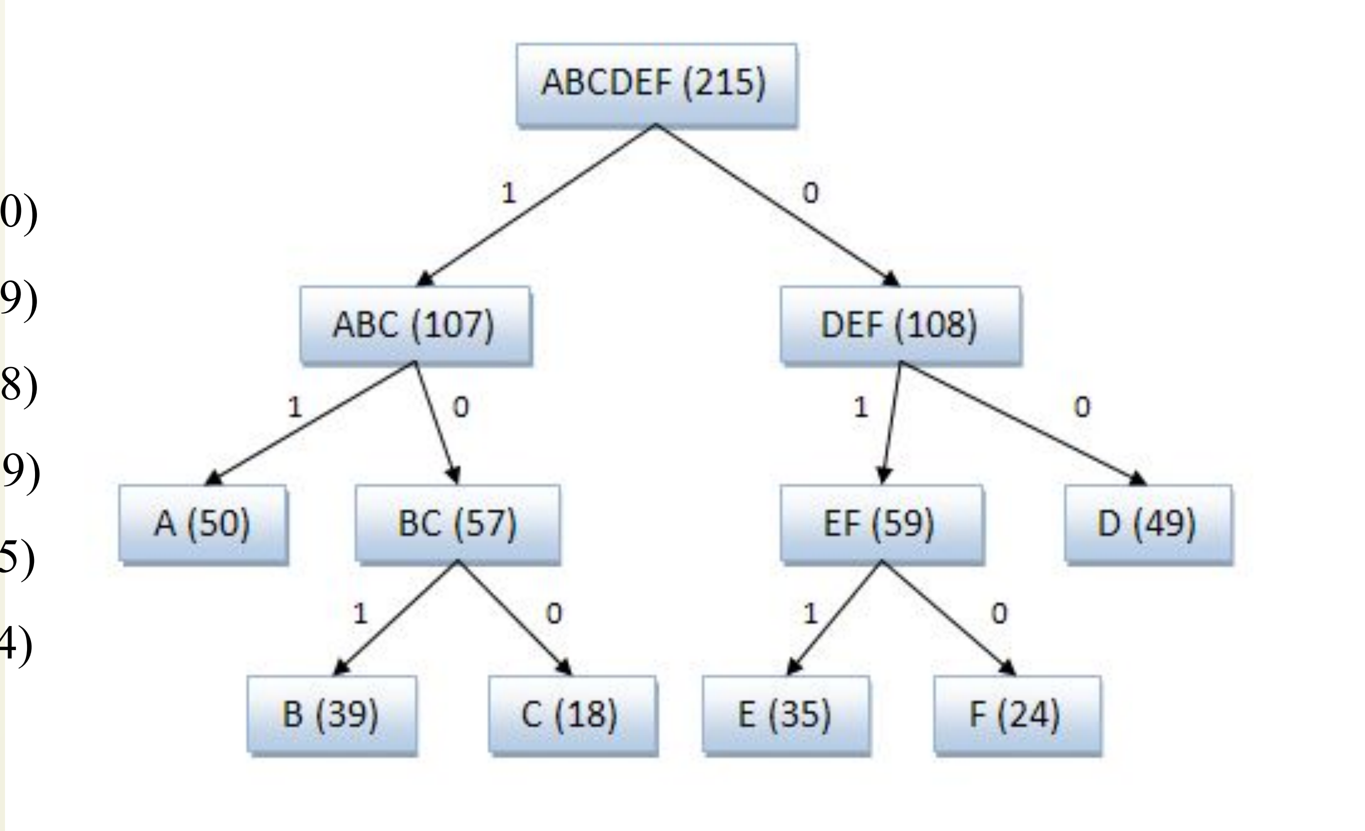

Рисунок 3 – Пример кодового дерева

Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна

Код Хаффмана

- Алгоритм Хаффмана — жадный алгоритм оптимального префиксного кодирования алфавита с минимальной избыточностью.
- Этот метод кодирования состоит из двух основных этапов:

1) Построение оптимального кодового дерева.

2) Построение отображения код-символ на основе построенного дерева.

- Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна

Код Хаффмана

- Таблица 1 – исходные данные

Символы	Вероятности
a_1	0,2
a_2	0,07
a_3	0,3
a_4	0,03
a_5	0,4

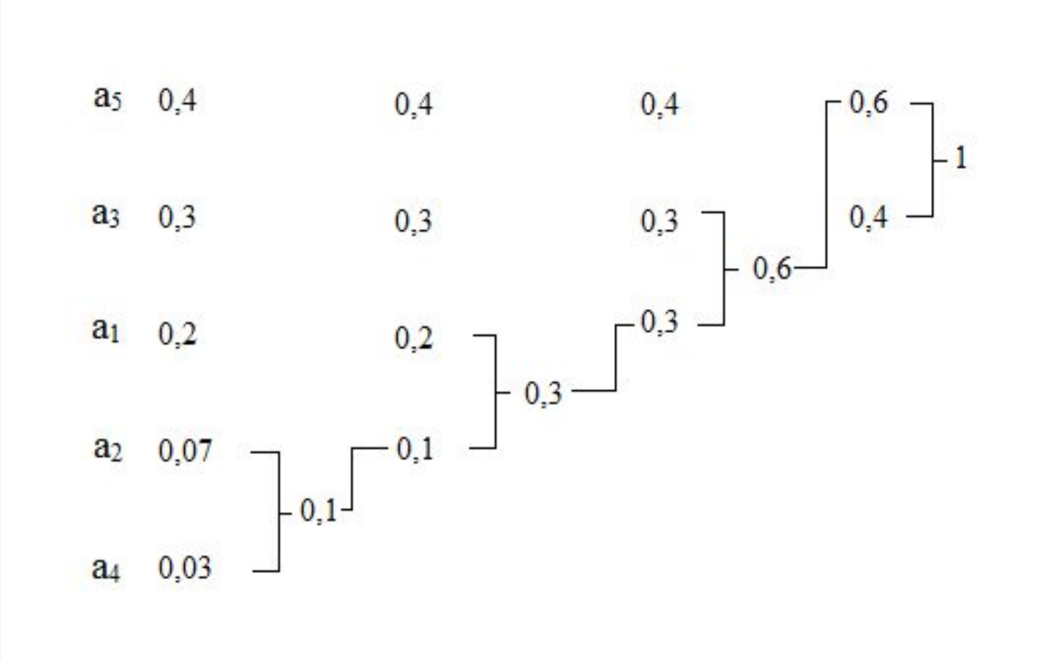

Рисунок 4 – Код Хаффмана

- Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна

Код Хаффмана

Теперь строим дерево кода Хаффмана:

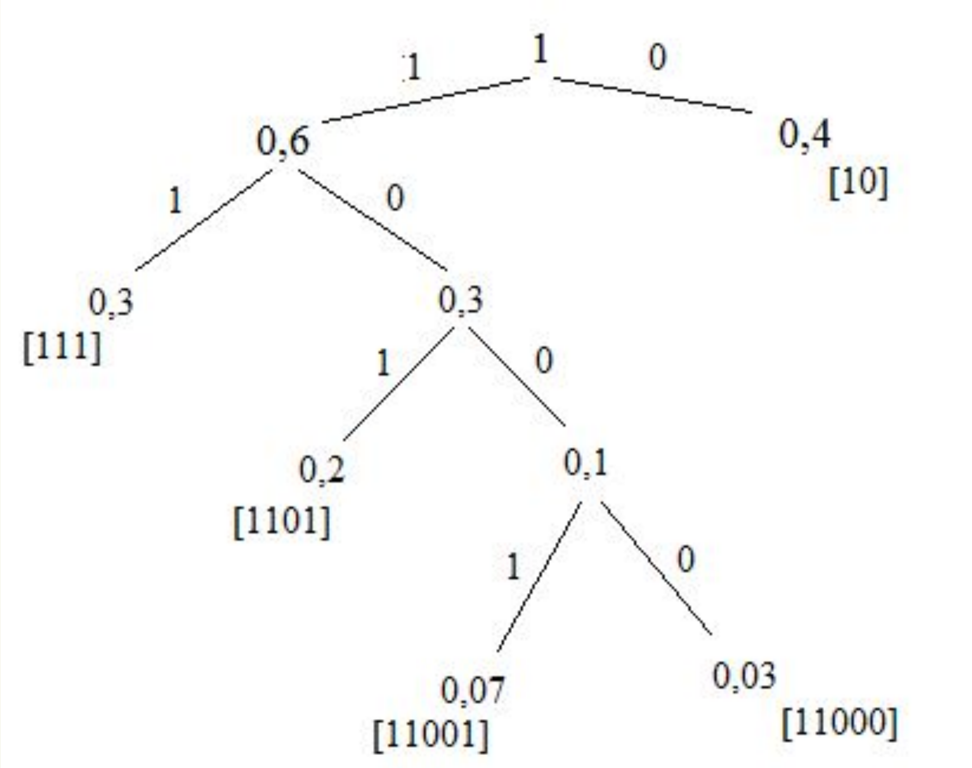

Рисунок 5 – Построение дерева Хаффмана

Код Хэмминга

- Коды Хэмминга — вероятно, наиболее известный из первых самоконтролирующихся и самокорректирующихся кодов. Позволяет исправлять одиночную ошибку и находить двойную.

$t_{об}$ – обнаруживающая способность, т.е. сколько ошибок может обнаружить;

$t_{и}$ – исправляющая способность, т.е. сколько ошибок может исправить;

Код Хэмминга

- $t_{об} = d_0\text{-}1$

$$t_{и} = \begin{cases} \frac{d_0 - 1}{2}, \text{ где } d_0 - \text{нечетная} \\ \frac{d_0}{2}, \text{ где где } d_0 - \text{четная} \end{cases}$$

Рассмотрим правила построения кода Хэмминга при K=16 и d_0=3:

Определяем количество информационных разрядов из общего количества числа сообщений.

$k = \log_2 K = \log_2 16 = 4$

- Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна

Код Хэмминга

- Строим производящую матрицу:

Строим единичную матрицу размером $k \times k$

$$G = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Рисунок 6 – единичная матрица размером 4×4

Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна

Код Хэмминга

К информационным элементам дописываем проверочные по следующим правилам:

- число единиц дописываемых разрядов должно быть не менее d_0-1 («1» ≥ d_0-1)

- разница между дописываемыми строками должно быть не менее, чем d_0-2 («d» ≥ d_0-2)

- «1» ≥ 3-1 = 2
- «d» ≥ 3-2 = 1

- Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна

Код Хэмминга

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccccccc} a1 & a2 & a3 & a4 & a5 & a6 & a7 \end{array} \\
G = & \left|\begin{array}{cccc:ccc}
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1
\end{array}\right|
\end{array}
$$

Рисунок 7 – производящая матрица

$n = k+r = 7$

$k = 4$

$r = 3$

Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна

Код Хэмминга

- Правила формирования проверочной матрицы:

1) Транспонируем дописанную подматрицу производящей матрицы;

2) Дописываем к транспонированной подматрицы единичной матрицы rxr

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccccccc} a1 & a2 & a3 & a4 & a5 & a6 & a7 \end{array} \\
H = & \left| \begin{array}{cccc:ccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right|
\end{array}
$$

Рисунок 8 – проверочная матрица

- Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна

Код Хэмминга

1) Если на месте проверочного элемента проверочной матрицы стоит 1, то этот проверочный элемент будет равен сумме тех информационных элементов, на местах которых в этой строке проверочной матрицы стоят единицы.

- Проверочные элементы формируются в проверочной матрице, но работают только для производящей:

$a_5 = a_1 \oplus a_2 \oplus a_3;$

$a_6 = a_1 \oplus a_2 \oplus a_4;$

$a_7 = a_2 \oplus a_3 \oplus a_4;$

- Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна

Код Хэмминга

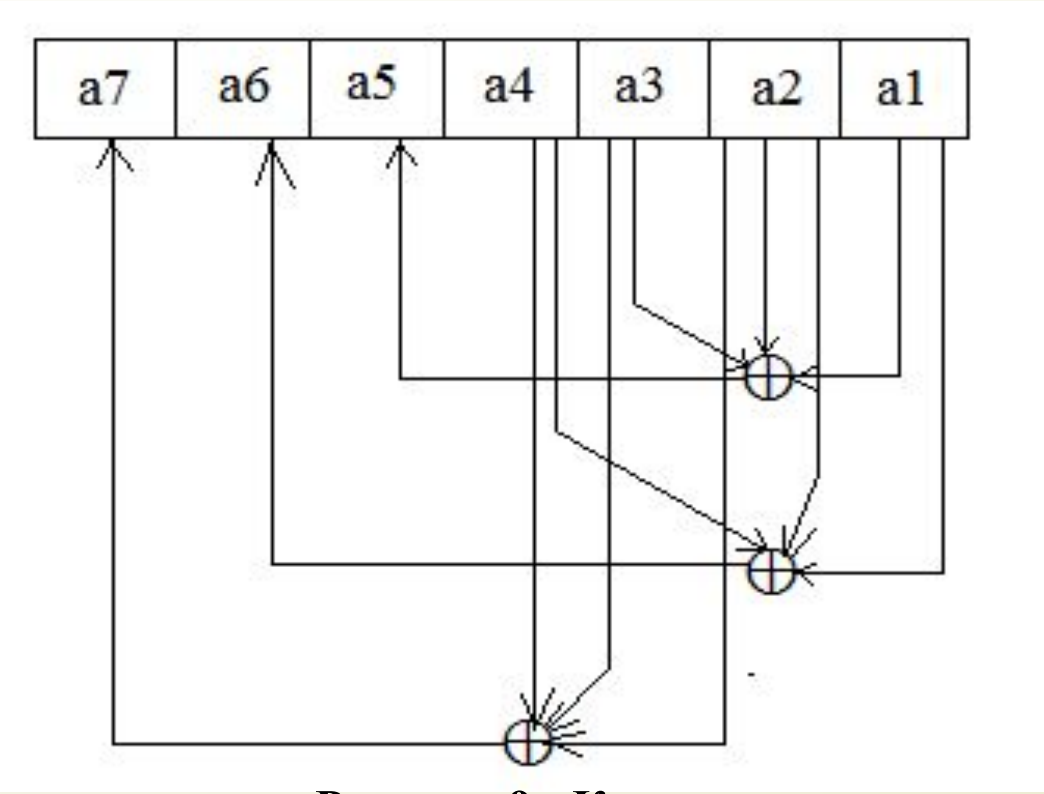

Рисунок 9 - Кодер

Код Хэмминга

- При декодировании определяют синдром ошибки.
- Каждый элемент синдрома определяется как сумма не нулевых элементов в соответствующей строке проверочной матрицы.

$b_1 = a_1 \oplus a_2 \oplus a_3 \oplus a_5$

$b_2 = a_1 \oplus a_2 \oplus a_4 \oplus a_6$

$b_3 = a_2 \oplus a_3 \oplus a_4 \oplus a_7$

- Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна

Код Хэмминга

- Кодовая комбинация – 1010101

$$b_1 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$b_2 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

$$b_3 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$\Rightarrow$ Синдром смотреть в проверочной матрице H

Ошибка в первом элементе a_1

- Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна

Код Хэмминга

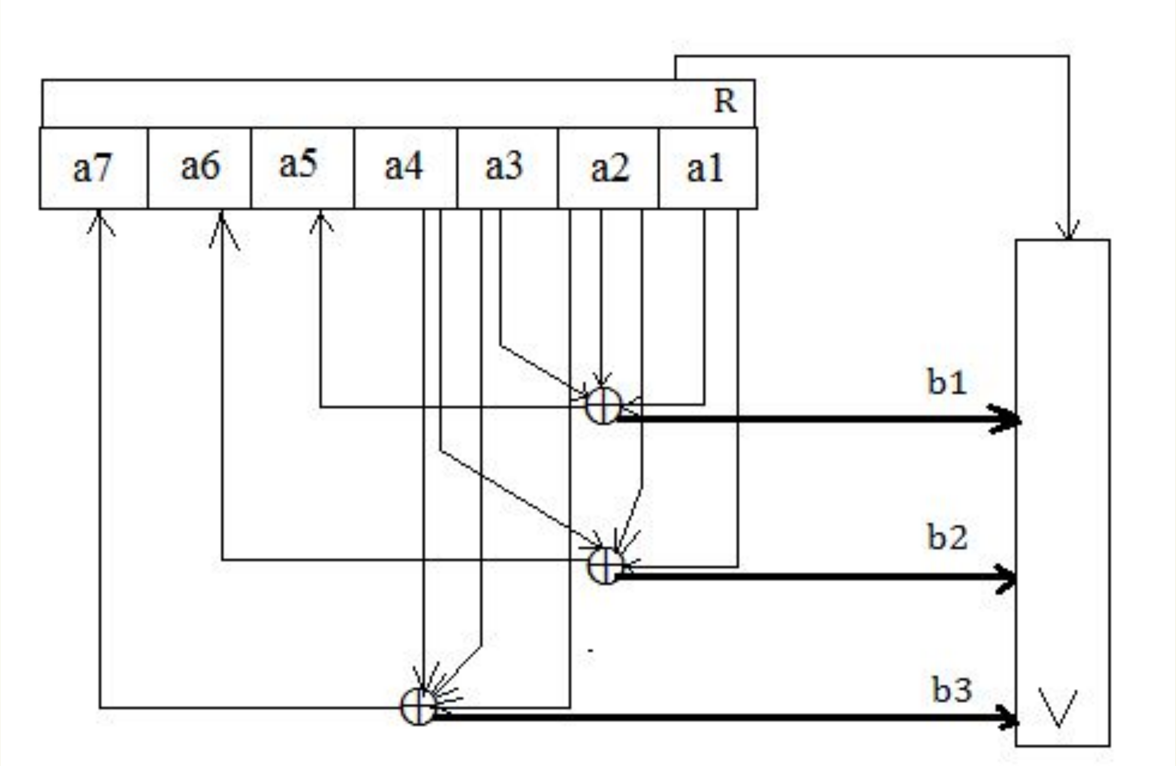

Рисунок 8 – декодер с обнаружением ошибки

Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна

Код Хэмминга

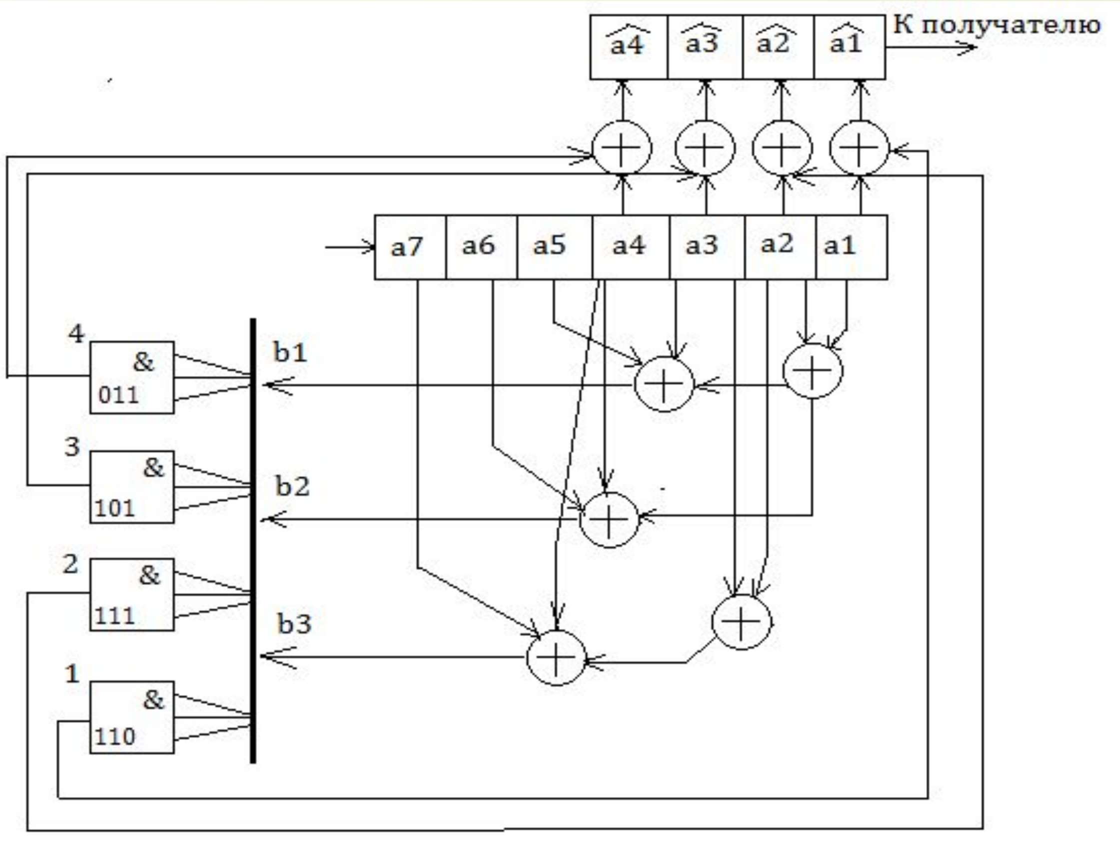

Рисунок 7 – декодер с исправлением ошибки

- Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Ознакомились с линейным кодированием, узнали, где его применяют, увидели его классификацию. Подробно рассмотрели несколько примеров осуществления кода Шеннона-Фано, Хэмминга и Хаффмана, узнали определение помехоустойчивых кодов.

- Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

- Выполнила: ст.гр.АБ-46 Федюнина Алёна Олеговна