

Область применимости классической механики

Классическая механика, основанная на законах Ньютона, применима к макроскопическим объектам, движущихся с нерелятивистскими скоростями $v \ll c$

С одной стороны – движение тел с релятивистскими скоростями изучает *специальная теория относительности*.

С другой стороны – законы микромира объясняются в *квантовой механике*.

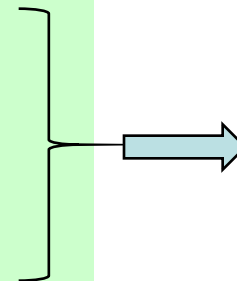
Таким образом, классическая механика является механикой макроскопических тел, движущихся с нерелятивистскими скоростями.

Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета

Свободное тело: тело, не взаимодействующее с другими телами.

Опыт: свободные тела движутся относительно друг друга прямолинейно и равномерно.

Инерциальная СО: СО, связанная со свободным телом.

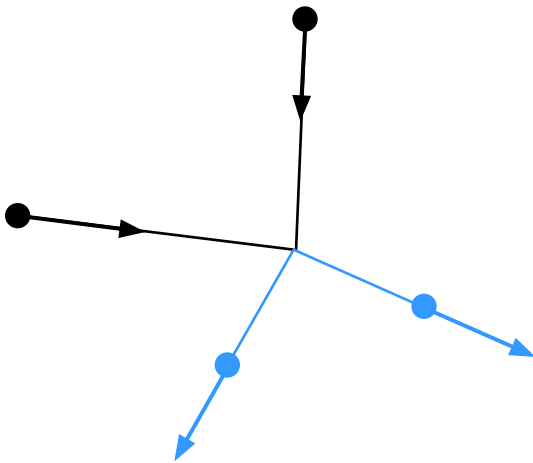


1-й закон Ньютона:

Тело (материальная точка) находится в состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения относительно ИСО, пока воздействие со стороны других тел не заставит изменить это состояние.

Масса. Импульс

Изолированная система
2-х материальных точек



Опыт: $m_1 \Delta \mathbf{v}_1 = -m_2 \Delta \mathbf{v}_2$

m_1, m_2 – (инертные) массы мат. точек,

$\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ – скорости до взаимодействия,

$\mathbf{v}'_1, \mathbf{v}'_2$ – скорости после взаимодействия,

$$\Delta \mathbf{v}_1 = \mathbf{v}'_1 - \mathbf{v}_1, \quad \Delta \mathbf{v}_2 = \mathbf{v}'_2 - \mathbf{v}_2$$

$$m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 = m_1 \mathbf{v}'_1 + m_2 \mathbf{v}'_2$$

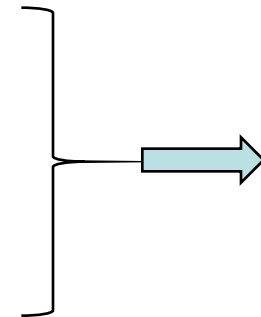
$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} \quad \text{– импульс мат. точки}$$

$$\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \text{const}$$

импульс изолированной системы
двух материальных точек сохраняется

Второй закон Ньютона

- 1) Импульс свободного тела не меняется $\mathbf{p} = \text{const}$
- 2) Воздействие (со стороны других тел) приводит к изменению импульса $\mathbf{p} \neq \text{const}$
- 3) Чем интенсивнее воздействие, тем больше $\left| \frac{d\mathbf{p}}{dt} \right|$



Логично *силу*, как меру воздействия, просто приравнять $\frac{d\mathbf{p}}{dt}$

2-й закон Ньютона:

Сила, действующая на материальную точку, равна производной ее импульса по времени

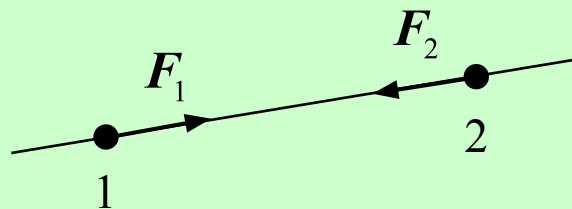
$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} \quad \text{или} \quad \mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad (\text{если } m = \text{const})$$

Третий закон Ньютона

В замкнутой системе 2-х материальных точек $p_1 + p_2 = \text{const}$ \longrightarrow

$$\frac{dp_1}{dt} + \frac{dp_2}{dt} = 0 \quad \text{или} \quad F_1 + F_2 = 0$$

Кроме того, согласно опыту, F_1 и F_2 лежат на одной прямой



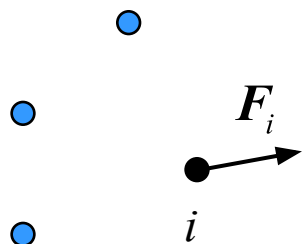
3-й закон Ньютона:

Силы взаимодействия двух материальных точек равны по величине, противоположно направлены и действуют вдоль прямой, соединяющей эти материальные точки

$$F_1 = -F_2, \quad F_1, F_2 \parallel r_{12}$$

Принцип суперпозиции

Для системы материальных точек



$$F_i = \sum_{k \neq i} F_{ik}$$

Фундаментальные взаимодействия:

Гравитационное

Электромагнитное

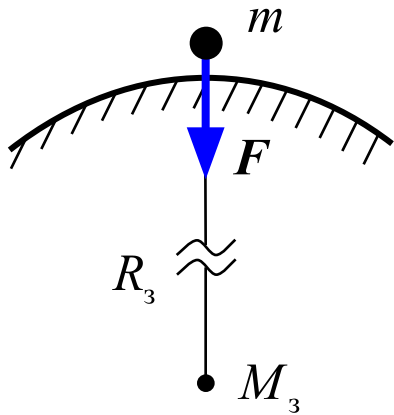
Сильное (ядерное)

Слабое

Сила тяжести. Движение под действием силы тяжести

При свободном падении $a = \text{const} = g = 9.8 \text{ м/с}^2 \implies (F = ma)$

$$F = mg$$



Земля действует на m как точечная масса, с массой равной массе Земли и находящейся в ее центре.

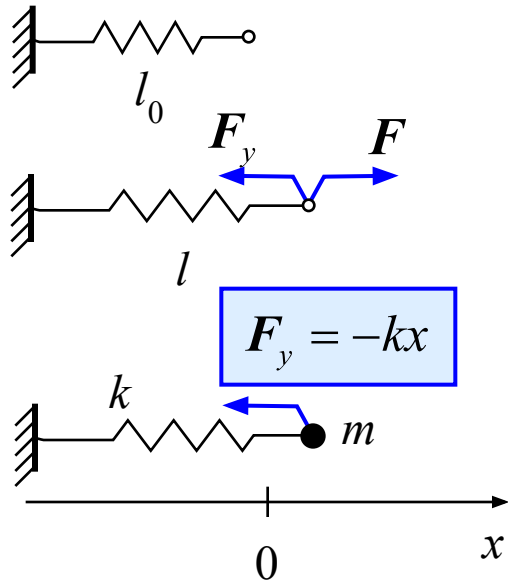
По закону всемирного тяготения –

$$F = \gamma \frac{mM_3}{R^2} = \gamma \frac{mM_3}{R_3^2} = mg, \quad g = \gamma \frac{M_3}{R_3^2}$$

$$m \frac{dv}{dt} = mg \implies v = v_0 + gt$$

$$\frac{dr}{dt} = v \implies r = r_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2}$$

Упругие силы. Движение под действием упругих сил



$$F_y = F = k\Delta l \quad \text{— закон Гука}$$

k — коэффициент упругости (жесткости)

Уравнение движения $\left[ma = F_y \right] \quad \ddot{x} = -kx \quad \longrightarrow$

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \quad , \text{ где } \omega^2 = k/m$$

Решение: гармонические колебания

$$x = A \cos(\omega t + \delta)$$

A — амплитуда,
 ω — угловая частота,
 δ — начальная фаза

A и δ находятся из начальных условий

$$\begin{cases} x_0 = A \cos \delta \\ v_0 = -A\omega \sin \delta \end{cases}$$

Силы трения. Движение при наличии трения

Трение —

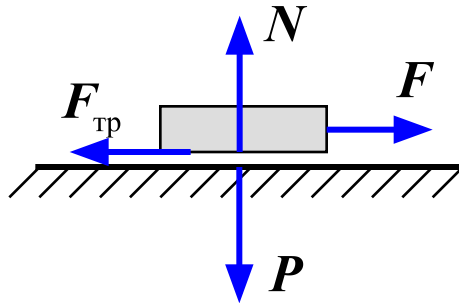
- внешнее* — между различными телами
- внутреннее* — между частями одного тела
- сухое* — между поверхностями твердых тел
- вязкое (жидкое)* — при наличии жидкости (газа)

Сухое трение —

- трение скольжения*
- трение качения*

Силы трения. Движение при наличии трения

Сухое трение



P – вес бруска

N – сила реакции

$$N = P$$

1) $F < F_0$, брусок покоится

$$F_{\text{тр}} = F - \text{трение покоя}$$

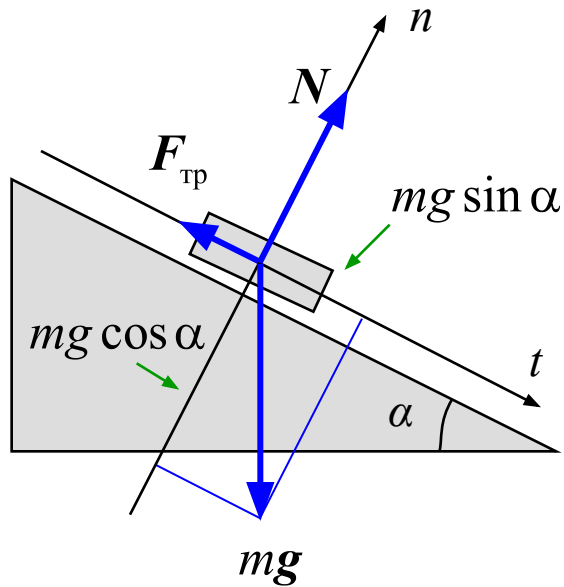
2) $F > F_0$, брусок скользит

$$F_{\text{тр}} = \mu N - \text{трение скольжения}$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N$$

μ – коэффициент трения

Силы трения. Движение при наличии трения



mg – сила тяжести

N – сила реакции

$F_{тр}$ – сила трения

$F = mg + N + F_{тр}$ – результирующая сила

$$1) F_n = 0 \text{ или } N - mg \cos \alpha = 0$$

$$N = mg \cos \alpha$$

$$2) F_t = mg \sin \alpha - F_{тр}$$

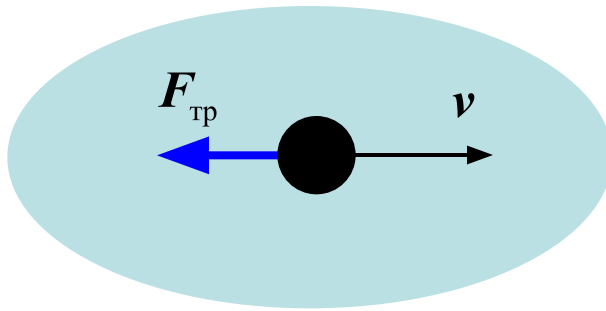
$$F_{тр} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$$



$$a = \frac{F_t}{m} = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

Силы трения. Движение при наличии трения

Вязкое трение



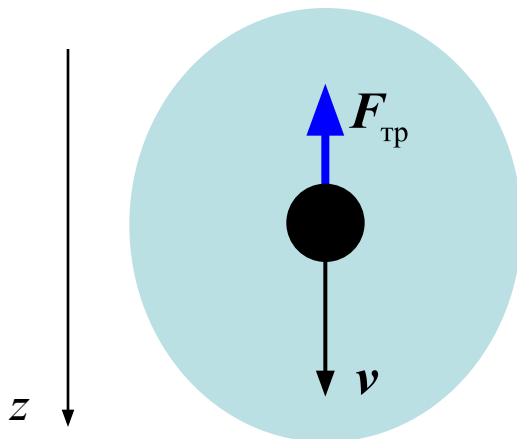
При $v = 0$, $F_{\text{тр}} = 0$

При небольших скоростях

$$F_{\text{тр}} = -kv$$

k – коэффициент

Падение тела в вязкой среде



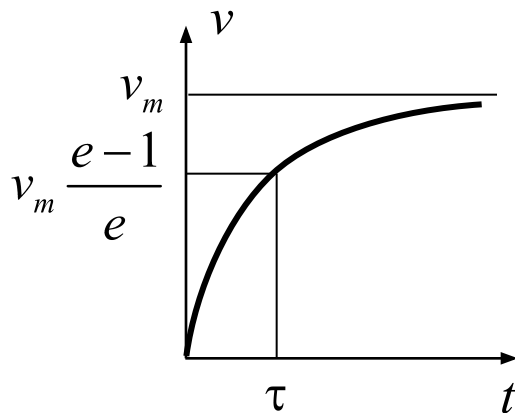
Начальные условия: при $t = 0$, $v = 0$

$$\underbrace{m \frac{dv}{dt}}_{ma} = \underbrace{mg - kv}_F \quad \left| \times \frac{g dt}{mg - kv} \right. \Rightarrow$$

Силы трения. Движение при наличии трения

$$\int_0^v \frac{dv}{1 - (k/mg)v} = g \int_0^t dt \quad \Rightarrow \quad -\frac{mg}{k} \ln \left(1 - \frac{k}{mg} v \right) = gt \quad \Rightarrow$$

$$v(t) = \frac{mg}{k} \left(1 - e^{-(k/m)t} \right)$$



$$v_m = \frac{mg}{k} \quad \text{— предельная скорость}$$

$$\tau = \frac{m}{k} \quad \text{— время релаксации}$$