

Теория вероятностей (Д. Кардано, Г. Галилей, Б. Паскаль, Я. Бернулли, А. Муавр, П. Лаплас, С. Пуассон);
- геометрическая вероятность (Ж. Бюффон);
- неравенство Чебышева.



**Выполнил: учитель
математики СОШ МБОУ №24
города Орла Жукова Татьяна
Николаевна**

История теории вероятностей

История теории вероятностей отмечена многими уникальными особенностями. Прежде всего, в отличие от появившихся примерно в то же время других разделов математики (например, математического анализа или аналитической геометрии), у теории вероятностей по существу не было античных или средневековых предшественников, она целиком — создание Нового времени. Долгое время теория вероятностей считалась чисто опытной наукой и «не совсем математикой», её строгое обоснование было разработано только в 1929 году, то есть даже позже, чем аксиоматика теории множеств (1922). В наши дни теория вероятностей занимает одно из первых мест в прикладных науках по широте своей области применения; «нет почти ни одной естественной науки, в которой так или иначе не применялись бы вероятностные методы»

Этапы развития теории вероятностей:

- I. **Предыстория теории вероятностей** (Л. Пачоли, Дж. Кардано, Н. Тарталья и др.; до к. XVII в.).
- II. **Возникновение теории вероятностей как науки** (Б.Паскаль, П. Ферма, Х.Гюйгенс; XVII-н.XVIII в.).
- III. **Возникновение предельных теорем. Формирование приложений теории вероятностей** (Я.Бернулли, А. Муавр, П. Лаплас, К. Гаусс и С. Пуассон; XVIII-н. XIX в.).
- IV. **Возникновение и развитие русской школы теории вероятностей** (А.Ю.Давидов, М. В. Остроградский, В. Я. Буняковский, П. Л Чебышев, А. М. Ляпунов, А. А. Марков; XVIII-XIX вв.)
- V. **Современный период развития теории вероятностей. Построение аксиоматики. Развитие математической статистики** (А.Н. Колмогоров; XX в.).

Раздел игровой ставки

Лука Пачоли «Сумма знаний по арифметике, геометрии, отношениям и пропорциональности» (ок.1445-ок.1514 гг.)



Задачи:

1. Компания играет в мяч до 60 очков и делает ставку в 22 дуката. В связи с некоторыми обстоятельствами игра прекращена до ее окончания причем одна сторона в этот момент имеет 50, другая - 30 очков. Спрашивается, какую часть общей ставки должна получить каждая сторона?

Решение: первый должен получить $\frac{5}{8}$ ставки, т.е. 13,75 дуката, а второй – $\frac{3}{8}$ ставки, т.е. 8,25 дуката.

2. Трое соревнуются в стрельбе из арбалета. Кто первым достигнет 6 лучших попаданий, тот выигрывает. Ставка 10 дукатов. Когда первый получил 4 лучших попадания, второй 3, а третий 2, они не хотят продолжать и решают разделить приз справедливо. Спрашивается, какой должна быть доля каждого?

Решение: первый должен получить 4 и $\frac{4}{9}$ дуката, второй – 3 и $\frac{3}{9}$ дуката, третий – 2 и $\frac{2}{9}$ дуката.

Вывод: Пачоли делил ставку пропорционально числу выигранных партий, что было ошибочным (!!!).



Н. Тарталья

«Общий трактат о мере и числе» (1556 г.)

Раздел игровой ставки (по задаче Л.Пачоли)



«Ошибка брата Луки из Борго»: «Это его правило мне не кажется ни красивым, ни хорошим, потому что если бы одна из этих сторон имела 10, а другая вообще не имела бы очка, то, действуя по такому правилу, получилось бы, что одна сторона, имеющая указанные 10 очков, должна была бы взять всё, а другая не получила бы ничего, что было бы совершенно лишено смысла».

Решение: первый игрок, набравший 10 очков, должен получить половину всей ставки (11 дукатов) и $(10-0)/60$ ставки (или $22/6$ дуката), т.е. всего $14 \frac{2}{3}$ дуката. А второй – $7 \frac{1}{3}$ дуката, т.е. $11 + (0-10)/60 * 22$.

Вывод: Н.Тарталья делил ставку по правилу – отклонение выигрыша от половины ставки должно быть пропорционально разности выигранных партий.





- Одним из первых подсчетом различных комбинаций при игре в кости занялся итальянский математик Никколо Тарталья (1499–1557). Настоящая его фамилия – Фонтана. Никколо родился в Брешии (Италия) в бедной семье. Когда мальчику было шесть лет, он вместе с родственниками спасался в храме от французских завоевателей, осадивших его родной город Брешу. Священные стены, однако, не уберегли от несчастья: Никколо был тяжело ранен мечом французского солдата в гортань. С тех пор он говорил с трудом и на всю жизнь остался заикой. Отсюда его прозвище – Тарталья (картавый, заика).

Историческая задача Никколо Тарталья

- **Задача.** На какую сумму очков, выпавших при подбрасывании двух игральных костей, разумно делать ставку?
- *Решение.* Перечислим возможные суммы и способы их получения, представленные в таблице 1.

Историческая задача Никколо Тарталья

Сумма очков	Число способов	Возможные варианты
2	1	$1 + 1$
3	2	$1 + 2; 2 + 1$
4	3	$1 + 3; 3 + 1; 2 + 2$
5	4	$1 + 4; 4 + 1; 2 + 3; 3 + 2$
6	5	$1 + 5; 5 + 1; 2 + 4; 4 + 2; 3 + 3$
7	6	$1 + 6; 6 + 1; 2 + 5; 5 + 2; 3 + 4; 4 + 3$
8	5	$2 + 6; 6 + 2; 3 + 5; 5 + 3; 4 + 4$
9	4	$3 + 6; 6 + 3; 4 + 5; 5 + 4$
10	3	$4 + 6; 6 + 4; 5 + 5$
11	2	$5 + 6; 6 + 5$
12	1	$6 + 6$

Историческая задача Джироламо Кардано



Простейшими задачами такого же типа занимался Джироламо Кардано (1501–1576). Джироламо Кардано был истинным сыном эпохи Возрождения, воплотившим как хорошие, так и дурные стороны своего времени. С юности Джироламо обурежала жажда славы. «Цель, к которой я стремился, – писал он на склоне лет в автобиографии, – заключалась в увековечивании моего имени, поскольку я мог этого постигнуть, а вовсе не в богатстве или праздности, не в почестях, не в высоких должностях, не во власти...»

Историческая задача Джироламо Кардано

Задача. Составить таблицу совпадений шансов: а) при метании двух костей; б) при метании трех костей.

Ответ. а) – в таблице 2, б) – в таблице 3.

Сумма очков	2 или 12	3 или 11	4 или 10	5 или 9	6 или 8	7
----------------	----------	----------	----------	---------	---------	---

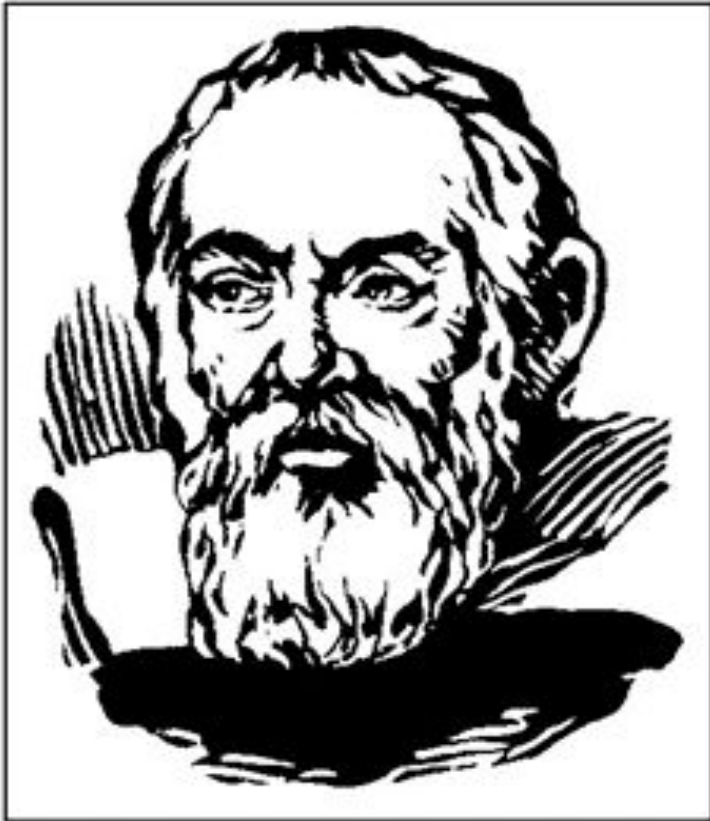
Число способо в	1	2	3	4	5	6
-----------------------	---	---	---	---	---	---

Историческая задача Джироламо Кардано

Сумма очков	3 или 18	4 или 17	5 или 16	6 или 15	7 или 14	8 или 13	9 или 12	10 или 11
----------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	--------------

Число способ ов	1	3	6	10	15	21	25	27
-----------------------	---	---	---	----	----	----	----	----

Историческая задача Галилео Галилея



Наиболее полное решение задачи о числе всех возможных исходов при бросании трёх игральных костей дал Галилео Галилей (1564–1642) в работе «О выходе очков при игре в кости». Впервые она была опубликована в 1718 году.

Историческая задача Галилео Галилея

Задача. Какая сумма 9 или 10 очков при бросании трех костей выпадает чаще?

Решение. Может показаться, что шансы равны, так как каждая сумма из 9 и 10 очков может быть получена одним из шести способов:

$$9 = 1 + 2 + 6 = 1 + 3 + 5 = 1 + 4 + 4 = 2 + 2 + 5 = 2 + 3 + 4 = 3 + 3 + 3;$$
$$10 = 1 + 3 + 6 = 1 + 4 + 5 = 2 + 2 + 6 = 2 + 3 + 5 = 2 + 4 + 4 = 3 + 3 + 4.$$

Однако с учетом перестановок для суммы 9 очков получается 25 различных способов ($6 + 6 + 3 + 3 + 6 + 1$), а для суммы 10 очков – 27 различных способов ($6 + 6 + 3 + 6 + 3 + 3$). Как видно, шансы этих случайных событий довольно близки между собой и относятся к друг другу как 25 : 27, что и вызвало затруднения солдата.

Ответ. Чаще выпадает сумма 10.

Историческая задача Якоба Бернулли



- Якоб Бернулли (1654 – 1705) родился в семье великих математиков. По желанию отца он готовился к званию протестантского священника. Окончил Базельский университет, где изучал философию, богословие и языки. Испытывая непреодолимое влечение к математике, изучал ее тайком от отца. В 1671 году получил степень магистра философии. Читал проповеди. В тоже время продолжал пополнять свои знания по математике без учителя, почти без учеников. Несколько лет молодой человек, самоучкой овладевший математикой, учительствовал в частных домах. В 1687 году Бернулли становится профессором математики Базельского университета.

Историческая задача Якоба Бернулли

Задача. Рассмотрим некоторые события, которые могут произойти в результате подбрасывания игральной кости: А – выпадает «шестерка»; В – выпадает нечетное число очков; С – выпадает число очков, кратное трем; D – выпадает число очков, некратное трем; E – выпадает меньше семи очков; F – выпадает больше шести очков. Опишите совокупность всех исходов каждого из описанных событий при подбрасывании игральной кости. Найдите вероятности этих событий.

Историческая задача Якоба Бернулли

Решение. Совокупность всех исходов при подбрасывании игральной кости опишем следующим образом: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Таким образом, общее число исходов равно 6. Совокупности исходов для событий опишем следующим образом:

$A = \{6\}$, $B = \{1, 3, 5\}$, $C = \{3, 6\}$, $D = \{1, 2, 4, 5\}$, $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $F = \{ \}$.

Таким образом, число исходов, благоприятствующих событию A , равно 1, событию B – 3, событию C – 2, событию D – 4, событию E – 6 и событию F – 0. Найдем вероятности этих событий как число, равное отношению числа исходов, благоприятствующих событию, к общему числу исходов, которые являются еще и несовместными, и равновероятными.

Таким образом, мы показали, что число благоприятных исходов всегда больше, либо равно 0 и меньше, либо равно общему числу исходов.

Ответ. Вероятность случайного события может изменяться от 0 до 1.

«Искусство предположений» Якоба Бернулли



Якоб Бернулли
Базель, Исторический
музей

Над трактатом «Искусство предположений» Якоб Бернулли работал двадцать лет, уже лет за десять до публикации текст этого труда в виде незаконченной рукописи стал распространяться по Европе, вызывая большой интерес. Трактат стал *первым систематическим изложением* теории вероятностей. В этой книге автор привёл, в частности, классическое определение вероятности события как отношения числа исходов, связанных с этим событием, к общему числу исходов (у достоверного события вероятность равна единице, у невозможного — нулю). Систематически изученная Бернулли вероятностная схема сейчас называется биномиальным распределением

«Искусство предположений» Якоба Бернулли



Трактат
«Искусство предположений»

В первой части своего трактата Бернулли полностью перепечатывает книгу Гюйгенса, которой он даёт самую высокую оценку, и существенно дополняет собственными комментариями. В частности, он приводит общую «формулу Бернулли»: если вероятность события равна p , то вероятность того, что в n испытаниях событие случится m раз, равна

$$C_n^m p^m (1-p)^{n-m}$$

Далее Бернулли подробно излагает комбинаторику и на её основе решает несколько задач со случайным выбором. В последней части книги, оставшейся недописанной, Бернулли собирался рассмотреть экономические и другие практические приложения теории вероятностей

Закон больших чисел

Огромное значение как для теории вероятностей, так и для науки в целом имел доказанный Бернулли первый вариант закона больших чисел. Этот закон объясняет, почему статистическая частота при увеличении числа наблюдений сближается с теоретическим её значением — вероятностью, и тем самым связывает два разных определения вероятности.

Закон больших чисел

Закон больших чисел в теории вероятностей утверждает, что эмпирическое среднее (среднее арифметическое) достаточно большой конечной выборки из фиксированного распределения близко к теоретическому среднему (математическому ожиданию) этого распределения. В зависимости от вида сходимости различают слабый закон больших чисел, когда имеет место сходимость по вероятности, и усиленный закон больших чисел, когда имеет место сходимость почти всюду

Закон больших чисел

Закон больших чисел в форме Бернулли состоит в следующем: с вероятностью, сколь угодно близкой к единице, можно утверждать, что при достаточно большом числе опытов частота появления события A как угодно мало отличается от его вероятности, т. е.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left[\left| \frac{m}{n} - p \right| < \varepsilon \right] = 1$$

иными словами, при неограниченном увеличении числа n опытов частота m/n события A сходится по вероятности к $P(A)$.

Абрахам де Муавр

THE
DOCTRINE
OF
CHANCES:
OR,
A Method of Calculating the Probability
of Events in Play.



By A. De Moivre. F. R. S.

LONDON:

Printed by W. Pinfen, for the Author. MDCCLXVIII.

Трактат Якоба Бернулли вызвал резкий подъём интереса к вероятностным проблемам и рост числа исследований новых задач. Абрахам де Муавр опубликовал несколько работ, среди которых наиболее интересны статья «Об измерении случайности, или вероятностях результатов в азартных играх» (1711) и трактат «Учение о случаях» (1718), выдержавший в XVIII веке три издания. В этом трактате Муавр не только полностью решил упоминавшуюся выше «задачу о разорении игрока», но и оценил для неё среднюю продолжительность игры и вероятности выигрыша за заданное число игр для каждого игрока

Абрахам де Муавр



- Дата рождения: 26 мая 1667
- Место рождения: Витри-ле-Франсуа
- Дата смерти: 27 ноября 1754 (87 лет)
- Место смерти: Лондон
- Страна: Франция
- Научная сфера: теория вероятностей
- Научный руководитель: Жак Озанам, Исаак Ньютон

О мере случая

В своем первом теоретико-вероятностном сочинении Муавр (De Moivre 1712) обосновал понятие ожидания случайного выигрыша соображениями здравого смысла (а не определил формально), сформулировал теорему умножения шансов

О мере случая

Игроки A и B имеют p и q фишек, а их шансы выиграть каждую партию равны a и b соответственно. При помощи остроумного рассуждения, которое может быть связано с понятием мартингала (Seneta 1983), Муавр получил искомое соотношение выигрышей в виде

$$P_A / P_B = aq(ap - bp) / bp(aq - bq)$$

Элементарный случай $a = b$ он не рассматривал.

Страхование жизни

Муавр был самым значительным автором своего времени в области математического страхования жизни, которым он занимался с начала 1720-х годов.

Страхование жизни

Муавр принял равномерный непрерывный закон смертности для всех возрастов начиная с 12-ти лет и максимальную продолжительность жизни в 86 лет. Из его многочисленных результатов опишем один из числа тех, которые потребовали приложения интегрального исчисления.

Определить ожидание продолжительности жизни для человека данного возраста, если максимальное значение

(комплемент) этой величины (т.е. 86 минус возраст) равно n . Ответ Муавра: $n/2$. Реконструкция проста:

$$\int_0^n \frac{xdx}{n} = n/2$$

ЛАПЛАС Пьер Симон (Laplace 1749-1827)



- Дата рождения: 23 марта 1749
- Место рождения: Бомон-ан-Ож, Кальвадос
- Дата смерти: 5 марта 1827^[1] (77 лет)
- Место смерти: Париж
- Страна: Франция
- Научная сфера: математика, механика, физика, астрономия
- Альма-матер: Университет Кан Нижняя Нормандия
- Известен как: «отец небесной механики»

ЛАПЛАС Пьер Симон

(Laplace 1749-1827)

Научная деятельность Лапласа была чрезвычайно разнообразной. Его перу принадлежат фундаментальные работы по дифференциальным уравнениям. Он ввел в математику шаровые функции, которые применяются для нахождения общего решения уравнения Лапласа и при решении задач математической физики для областей, ограниченных сферическими поверхностями. Лаплас является одним из создателей теории вероятностей; развил и систематизировал результаты, полученные другими математиками, упростил методы доказательства. Доказал теорему об отклонении частоты появления события от его вероятности, которая теперь называется предельной теоремой Муавра-Лапласа. Развил теорию ошибок. Ввел теоремы сложения и умножения вероятностей, понятия производящих функций и математического ожидания. "Аналитическая теория вероятностей" Лапласа издавалась трижды при жизни автора (1812, 1814, 1820гг.)

Локальная теорема Лапласа

Локальная теорема Лапласа. Вероятность того, что в n независимых испытаниях, в каждом из которых вероятность появления события равна p ($0 < p < 1$), событие наступит ровно k раз (безразлично, в какой последовательности), приближенно равна (тем точнее, чем больше n)

$$P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi(x).$$

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}, \quad x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}.$$

При этом, чем больше n , тем рассчитанная вероятность будет лучше приближать точное значение, полученное (хотя бы гипотетически) по формуле Бернулли. Рекомендуемое минимальное количество испытаний – примерно 50-100, в противном случае результат может оказаться далёким от истины. Кроме того, локальная теорема Лапласа работает тем лучше, чем вероятность ближе к 0,5, и наоборот – даёт существенную погрешность при значениях p , близких к нулю либо единице. По этой причине ещё одним критерием эффективного использования формулы является выполнение неравенства

Интегральная теорема Лапласа

(Интегральная теорема Лапласа. Если вероятность p наступления события A в каждом испытании постоянна и отлична от нуля и единицы, то вероятность $P_n(k_1, k_2)$ того, что событие A появится в n испытаниях от k_1 до k_2 раз, приближенно равна определенному интегралу:

$$P_n(k_1, k_2) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x'}^{x''} e^{-\frac{z^2}{2}} dz,$$

где $x' = (k_1 - np) / \sqrt{npq}$ и $x'' = (k_2 - np) / \sqrt{npq}$. - интегральная функция

Или $P_n(k_1, k_2) = \Phi(x'') - \Phi(x')$, $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$ Лапласа.

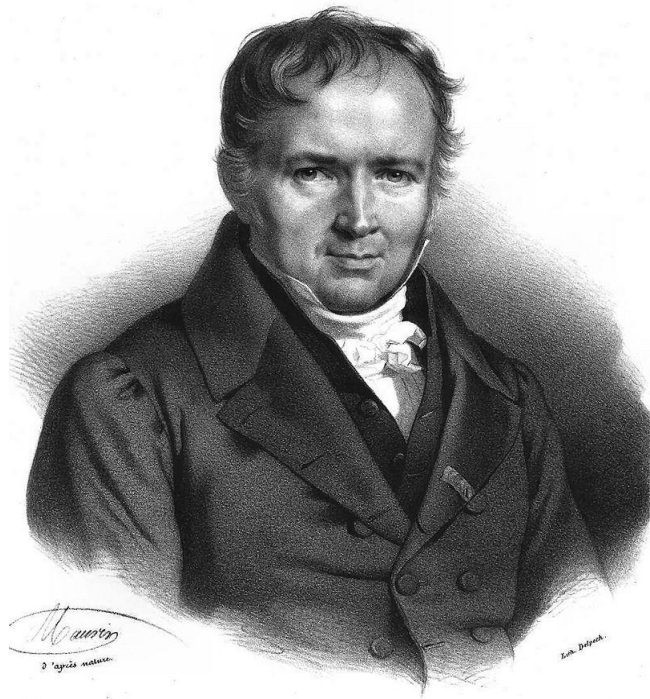
Теоремы Муавра — Лапласа

Одно и то же что теоремы Лапласа. Теоремы часто называют Муавра-Лапласа, ввиду того что Муавр был основоположником математической интерпретации вероятности случайных событий, а Лаплас развил ее и доказал математически.

Симеон Дени Пуассон

- Отец С. Д. Пуассона, солдат ганноверских войск, дезертировавший вследствие притеснений офицера, занимал незначительную административную должность в городе Питивье (в департаменте Луары). Здесь в 1781 г. и родился Симеон Дени Пуассон. Когда сын достиг отроческого возраста, отец сам стал его обучать, предполагая впоследствии направить его по нотариальной части. Однако, не видя, как ему казалось, в сыне способностей к умственному труду, решился отдать его в обучение цирюльнику. Но молодому Пуассону один раз поручено было вскрыть нарыв на руке больного ребёнка, а на следующий же день пациент от этой операции умер, что привело в крайнее отчаяние молодого Пуассона; он наотрез отказался продолжать учение и вернулся к своему отцу.
- Тогда началась уже революция, и отец Пуассона успел получить более высокое положение и занял одну из видных должностей в управлении городом. Случилось так, что тетради журнала Политехнической школы попали в руки молодого Пуассона, который стал просматривать их, и решать находившиеся там задачи, и находить верные решения. После этого отец поместил его в центральную школу, в Фонтенбло. Один из преподавателей, открыв в ученике недюжинные способности, стал заниматься с ним и потом подготовил его к экзамену в Политехническую школу, куда в 1798 г. 17-летний Пуассон поступил первым по экзамену.
- Спустя некоторое время способности Пуассона проявились при следующем случае. Однажды Пьер Лаплас, спрашивая учеников по небесной механике, задал одному из них объяснить решение какого-то вопроса и к своему удивлению получил ответ, представлявший совершенно новое и изящное решение. Автором его оказался Пуассон. С тех пор Лаплас, Жозеф Луи Лагранж и другие профессора обратили внимание на молодого человека. Уже в 1800 году, когда Пуассону ещё не было и 20 лет, две его статьи: фр. «*Mémoire sur l'élimination dans les équation algébriques*» (заклучавший простое доказательство теоремы Безу) и «*Mémoire sur la pluralité des integrales dans le calcul des différences*», были помещены в «Recueil des Savants étrangers» и доставили автору почётную известность в учёном мире. В том же году, по окончании курса, он был оставлен репетитором в школе, а в 1802 г. назначен адъюнкт-профессором, в 1806 г. профессором на место выбывшего Фурье. В 1812 г. Пуассон получил звание астронома в «бюро долгот», в 1816 г., при основании Faculté des Sciences, назначен профессором рациональной механики. В 1820 г. был приглашен в члены совета университета, причём ему поручено было высшее наблюдение над преподаванием математики во всех коллежах Франции. При Наполеоне он возведён в бароны, а при Луи-Филиппе был сделан пэром Франции.

Симеон Дени Пуассон



Дата рождения:	21 июня 1781
Место рождения:	Питивье, Франция
Дата смерти:	25 апреля 1840 (58 лет)
Место смерти:	Со (О-де-Сен), Франция
Страна:	Франция
Научная сфера:	математика, механика, физика
Место работы:	Политехническая школа, Бюро долгов, Факультет наук Сорбонны, Военная школа Сен-Сир
Альма-матер:	Политехническая школа
Научный руководитель:	Ж. Л. Лагранж П.-С. Лаплас
Известные ученики:	Мишель Шаль, Петер Густав Лежён-Дирихле, Жозеф Лиувиль, Сади Карно
Известен как:	Распределение Пуассона, Уравнение Пуассона, Скобка Пуассона, Интеграл Пуассона, Коэффициент Пуассона
Награды и премии	Медаль Копли (1832)

Число учёных трудов Пуассона превосходит 300. Они относятся к разным областям чистой математики, математической физики, теоретической и небесной механики. Здесь можно упомянуть только о важнейших и наиболее замечательных.

Формула Пуассона

Формула Бернулли удобна для вычислений лишь при сравнительно небольшом числе испытаний n . При больших значениях n пользоваться этой формулой неудобно. Чаще всего в этих случаях используют формулу Пуассона. Эта формула определяется теоремой Пуассона.

Формула Пуассона

Теорема. Если

вероятность p наступления события A в каждом испытании постоянна и мала, а число независимых испытаний

n достаточно велико, то вероятность наступления события A ровно m раз

приближе

$$P_n(m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$$

$$\lambda = np$$

Жорж-Луи Леклерк де Бюффон



- Дата рождения: 7 сентября 1707
- Место рождения: Монбар, (Франция)
- Дата смерти: 16 апреля 1788 (80 лет)
- Место смерти: Париж
- Страна: Франция
- Научная сфера: биология, география, геология.
- Учёная степень: Иностранный член Российской Академии наук
- Известен как: Французский натурфилософ и естествоиспытатель

Задача Бюффона о бросании ИГЛЫ

Задача Бюффона о бросании иглы — один из первых примеров применения метода Монте-Карло и рассмотрения понятия геометрической вероятности.

Это способ определения числа Пи, который был предложен Бюффоном в 1777 году.

Задача Бюффона о бросании ИГЛЫ

Суть метода была в бросании иглы длиной l на плоскость, расчерченную параллельными прямыми, расположенными на расстоянии d друг от друга (см. рис.)

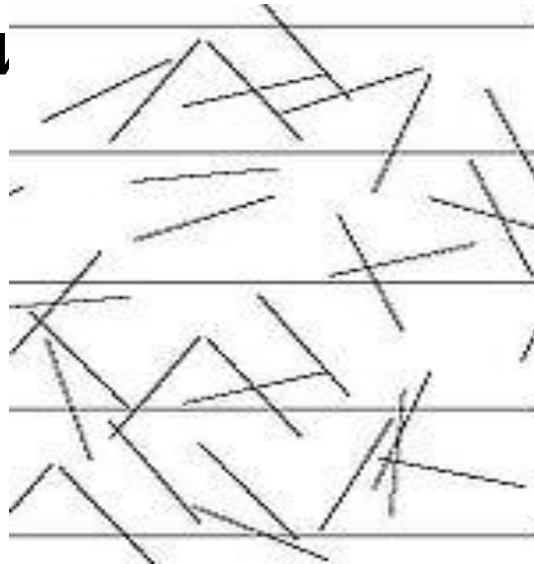


Рис. Метод Бюффона

Задача Бюффона о бросании ИГЛЫ

Вероятность (как видно из дальнейшего контекста, речь идёт не о вероятности, а о математическом ожидании количества пересечений за один опыт; вероятностью это станет $r > L$ лишь при условии, что) и того, что отрезок пересечет прямую, связана с числом Пи:

$$p = \int_0^{\pi} \int_0^{l \sin \theta} \frac{1}{r\pi} dA d\theta$$

A — расстояние от начала иглы до ближайшей к ней прямой;

θ — угол иглы относительно
прямых

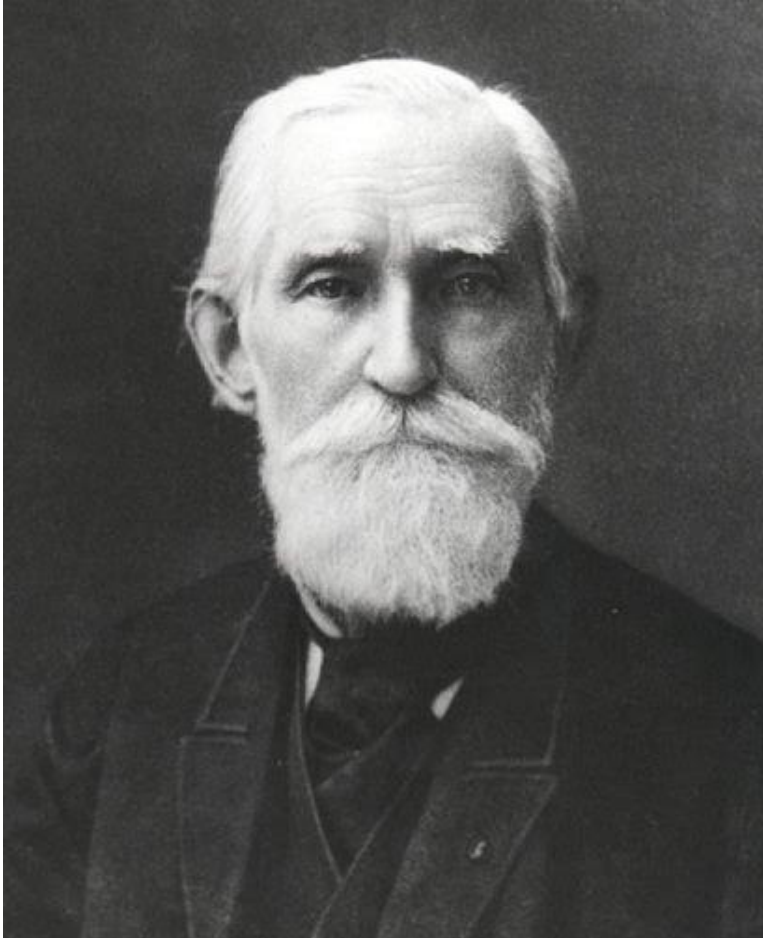
Задача Бюффона о бросании ИГЛЫ

Этот интеграл просто взять:

$$p = \frac{2L}{r\pi}$$

(при условии, что $r > L$), поэтому подсчитав долю отрезков, пересекающих прямые, можно приближенно определить это число. При увеличении количества попыток точность получаемого результата будет увеличиваться.

Пафну́тий Льво́вич Чебышёв



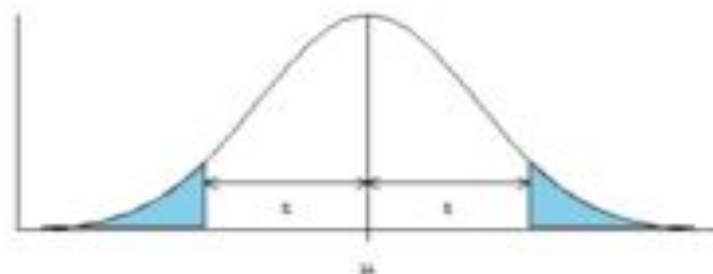
- Дата рождения: 4 (16) мая 1821
- Место рождения: Окатово, Боровский уезд, Калужская губерния, Российская империя
- Дата смерти: 26 ноября (8 декабря) 1894 (73 года)
- Место смерти: Санкт-Петербург, Российская империя
- Страна: Российская империя
- Научная сфера: математика, механика
- Место работы: Петербургский университет
- Альма-матер: Московский университет
- Научный руководитель: Н. Д. Брашман
- Известные ученики: Е. И. Золотарёв, А. Н. Коркин, А. М. Ляпунов, А. А. Марков, П. О. Сомов, Ю. В. Сохоцкий
- Известен как: один из основателей современной теории приближений

Неравенство Чебышева

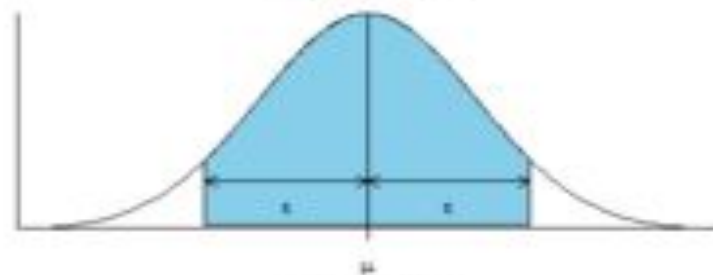
Чебышёв стал первым русским математиком мирового уровня и в теории вероятностей. С 1860 года он сменил В. Я. Буняковского на кафедре теории вероятностей Петербургского университета и начал свой цикл лекций. Он опубликовал по данной теме всего четыре работы, но фундаментального характера. В статье «О средних величинах» (1866 год) было впервые доказано «неравенство Чебышёва», позднее усиленное Марковым:

Неравенство Чебышёва

$$\mathbb{P}(|x - Mx| \geq k\sigma) \leq \frac{1}{k^2}$$



$$\mathbb{P}(|x - \mu| \geq \sigma/c) \leq 1/c^2$$



$$\mathbb{P}(|x - \mu| < \sigma/c) \geq 1 - 1/c^2$$

Неравенство Чебышёва

Неравенство Чебышёва, ограничивающее вероятность больших отклонений случайной величины от своего математического ожидания

Эта формула означает, что вероятность отклонения любой случайной величины x от её среднего значения (математического ожидания) Mx более чем на k стандартных отклонений () не превышает $\frac{1}{k^2}$.

Например, отклонение более чем на $k=5$ имеет вероятность не более $1/25$, то есть 4 %.

Хотя указанное неравенство впервые было опубликовано (без доказательства) И.-Ж. Бьенэме в 1853 году, за ним закрепилось название «неравенство Чебышёва» — в значительной мере потому, что П. Л. Чебышёв не только дал вывод этого неравенства, но и успешно применил его для решения важной проблемы — обоснования закона больших чисел.

Неравенство Чебышёва

Именно, в качестве следствия данного неравенства Чебышёв получил чрезвычайно общую формулировку закона больших чисел: если математические ожидания серии случайных величин и квадраты этих математических ожиданий ограничены в совокупности, то среднее арифметическое этих величин с ростом n сходится к среднему арифметическому для их математических ожиданий. Из этой теоремы получаются как следствия теоремы Бернулли и Пуассона; Чебышёв впервые строго оценил точность этих теорем и других приближений.

Неравенство Чебышёва

В 1887 году появилась статья Чебышёва «О двух теоремах относительно вероятностей». В этой работе он установил, что при некоторых (достаточно общих) условиях выполняется центральная предельная теорема: сумма большого числа независимых случайных величин с нулевыми математическими ожиданиями (например, погрешностей измерения) распределена приближённо по нормальному закону, и тем точнее, чем больше слагаемых в сумме. Этот результат по своей общности далеко перекрывает теорему Муавра — Лапласа и все её аналоги. В ходе поисков доказательства теоремы Чебышёв разработал — для случая сходимости к нормальному распределению — метод, известный сейчас как метод моментов, то есть метод определения распределения вероятностей по его моментам.

Неравенство Чебышёва

Обе упомянутые теоремы Чебышёва занимают центральное место в теории вероятностей. Особенно важно то обстоятельство, что Чебышёв не только указал предельное распределение, но в обоих случаях детально проанализировал границы возможных отклонений от этого предела. Исследования П. Л. Чебышёва продолжили его ученики, в первую очередь А. А. Марков и А. М. Ляпунов