

Мультимедийные лекции по физике

Классическая и
релятивистская механика

Тема 4. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА И ЭНЕРГИЯ

План лекции

- 4.1. Механическая работа.
- 4.2. Консервативные и неконсервативные силы.
- 4.3. Полная механическая энергия.
- 4.4. Кинетическая энергия и её связь с работой.
- 4.5. Потенциальная энергия и её связь с работой.
- 4.6. Связь потенциальной энергии с консервативной силой.

4.1. Механическая работа

Опыт показывает, что различные формы движения материи способны к взаимным превращениям.

В тепловой машине хаотическое молекулярное движение превращается (частично) в упорядоченное механическое.

При движении с трением механическое движение превращается в хаотическое молекулярное.

Установлено, что все взаимные превращения различных форм движения материи происходят в строго определенных количественных соотношениях.

«Исчезновение» одной формы движения всегда сопровождается «возникновением» эквивалентного количества движения другой формы.

Работа – это физическая величина, характеризующая процесс превращения одной формы движения в другую.

Работа – скалярная величина, измеряемая в Дж (джоулях)

Элементарная работа dA , совершаемая силой, равна **скалярному произведению** силы \vec{F} на $d\vec{r}$ элементарное перемещение точки приложения силы

$$dA = (\vec{F} \cdot d\vec{r})$$

Полная работа при конечном перемещении равна алгебраической сумме элементарных работ и определяется интегралом

$$A_{12} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} (\vec{F} \cdot d\vec{r})$$

\vec{r}_1 и \vec{r}_2 – радиус-векторы начального и конечного положения точки приложения силы.

Распишем скалярное произведение

$$(\vec{F} d\vec{r}) = F \cdot |d\vec{r}| \cos \alpha$$

И учтём, что

$$|d\vec{r}| = dS$$

Тогда элементарная работа силы запишется как

$$dA = F dS \cos \alpha$$

α – угол между направлением силы и направлением движения в каждой точке.

Обозначим проекцию силы на направление движения:

$$F \cos \alpha = F_S$$

Тогда

$$A_{12} = \int_{S_{12}} F_S dS$$

В ряде случаев приведенные интегралы вычисляются просто.

Так, если в процессе перемещения сила не изменяется и движение является прямолинейным, то

$$A_{12} = F_S \int_{S_{12}} dS = F_S S_{12} = FS \cos \alpha$$

1. Работа силы тяжести:

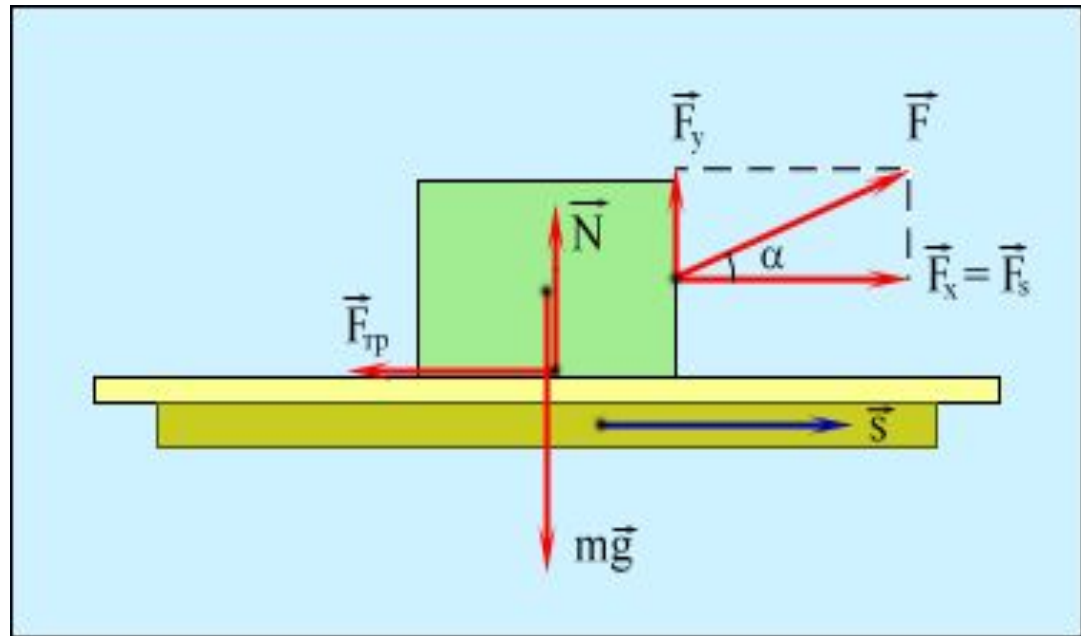
$$A_{mg} = mg \cdot s \cdot \cos 90^\circ = 0$$

2. Работа силы реакции опоры: $A_N = N \cdot s \cdot \cos 90^\circ = 0$

3. Работа силы трения: $A_{TP} = F_{TP} \cdot s \cdot \cos 180^\circ = -F_{TP} \cdot s$

4. Работа силы F:

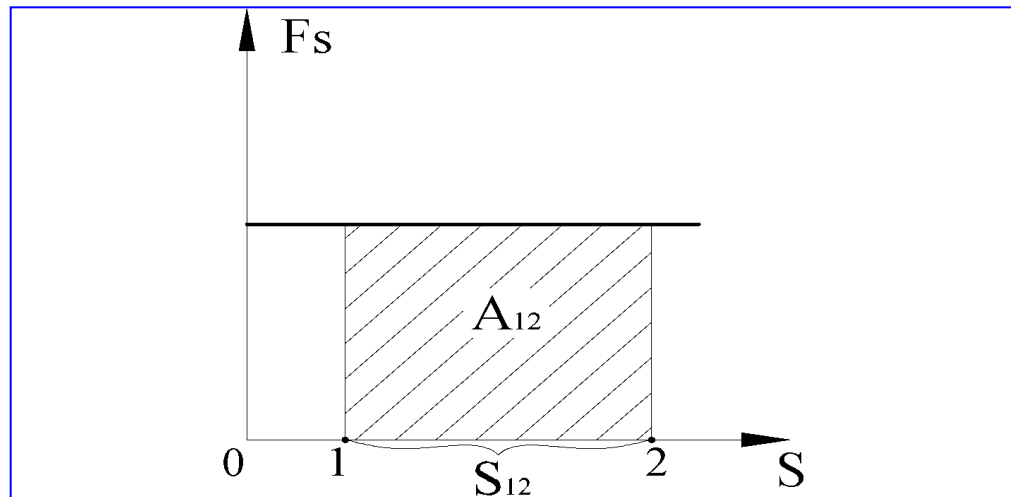
$$A_F = FS \cos \alpha$$



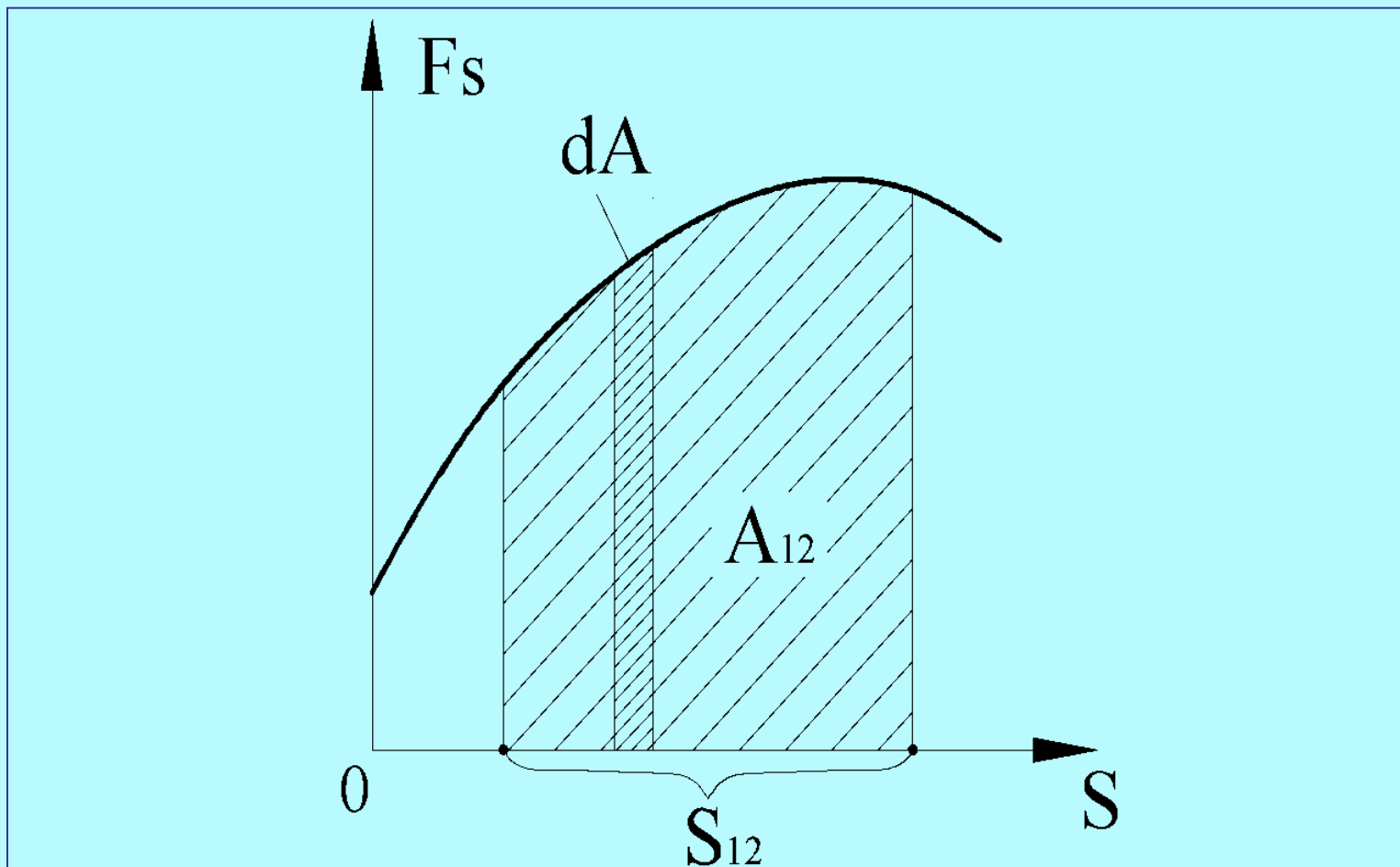
Графическое изображение работы

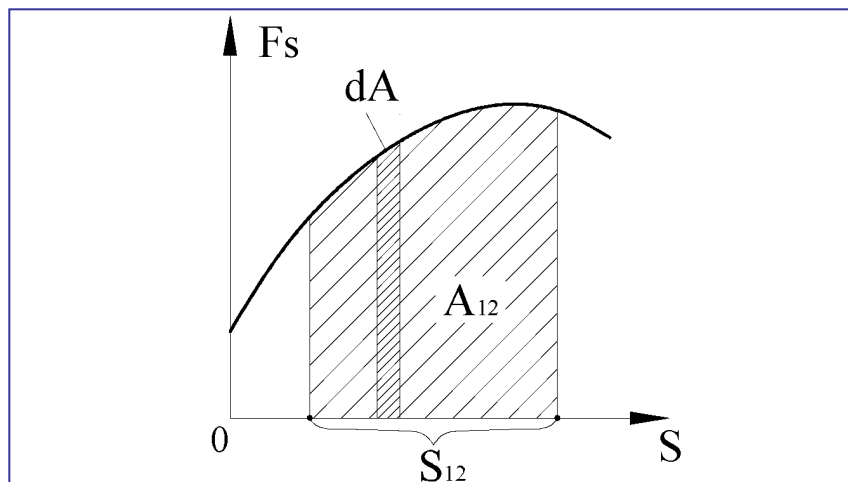
Если $F_s = \text{const}$, то графиком F_s будет прямая, параллельная оси S .

Работа силы на пути S_{12} численно равна площади заштрихованного прямоугольника: $A_{12} = F_s S_{12}$.



Если $F_s \neq \text{const}$, то графиком F_s будет некоторая кривая.





Полная **работа силы** на пути S_{12} в этом случае равна площади заштрихованной криволинейной трапеции:

$$A_{12} = \int_{S_{12}} F_s dS$$

Элементарная работа δA равна площади узкой **ПОЛОСКИ**.

Мощность

Мощность:

- характеризует быстроту совершения работы;
- равна работе, совершаемой за единицу времени;
- величина скалярная, измеряемая в Вт (ваттах).

Различают среднюю и мгновенную мощность.

Средняя мощность за промежуток времени Δt
равна

$$\langle N \rangle = \frac{A_{12}}{\Delta t}$$

A_{12} – работа, совершаемая за время Δt .

Мгновенная мощность равна

$$N = \frac{dA}{dt}$$

Подставив

$$dA = (\mathbf{F} \cdot d\mathbf{r})$$

и учитывая, что

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}$$

получим

$$N = (\mathbf{F} \cdot \mathbf{v}) .$$

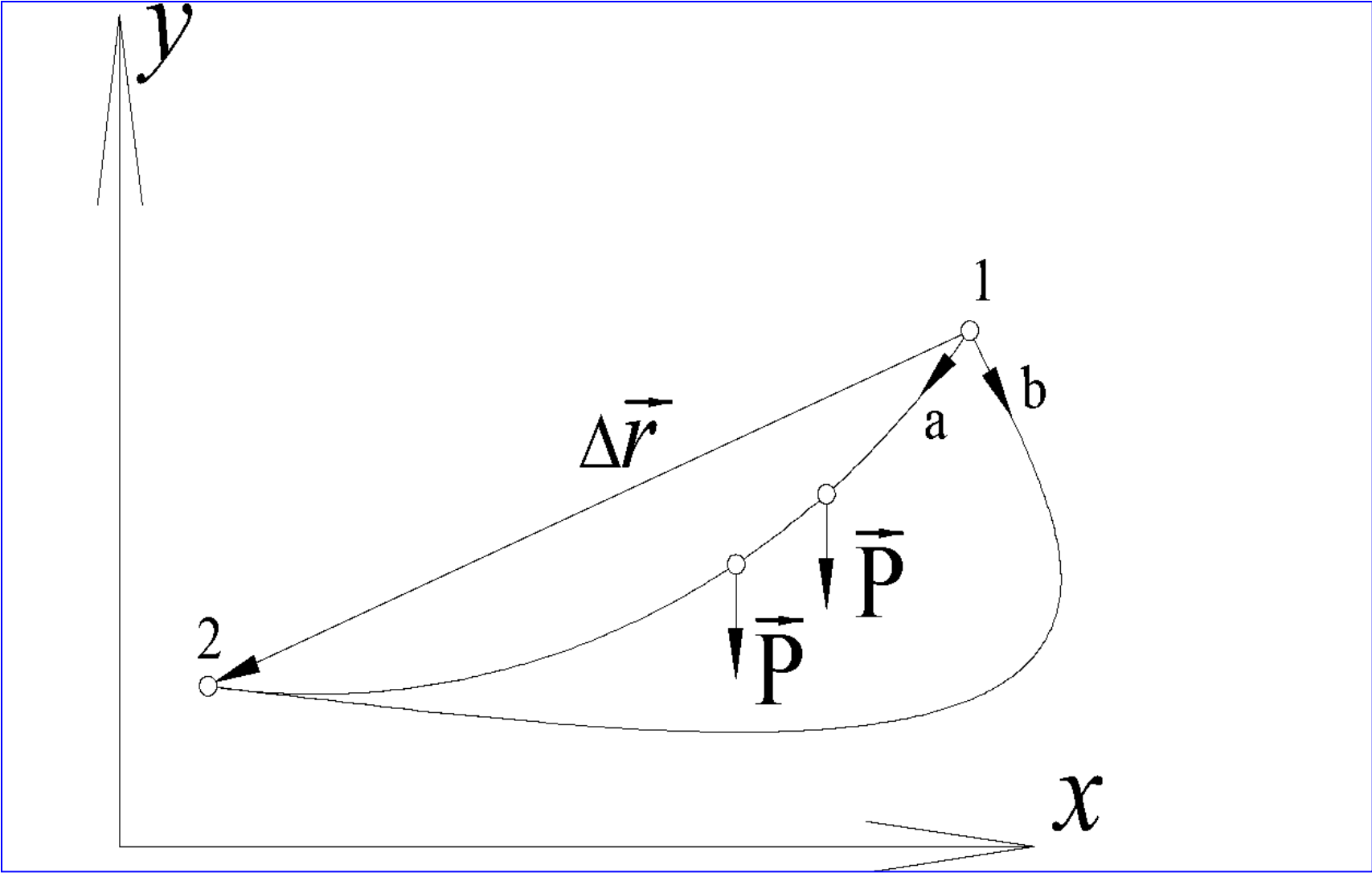
Мгновенная мощность равна скалярному произведению силы на скорость.

4.2. Консервативные и неконсервативные силы

Консервативными называются силы, работа которых:

- не зависит от формы пути, по которому материальная точка переходит из некоторого начального положения в конечное.
- по замкнутой траектории равна нулю.

Найдём работу силы тяжести \vec{P} при перемещении материальной точки из положения 1 в положение 2 по двум разным траекториям.



Искомые работы соответственно равны

$$A_{1a2} = \int_1^2 (\vec{P} \cdot d\vec{r})$$

и

$$A_{1b2} = \int_1^{(b)} (\vec{P} \cdot d\vec{r})$$

Будем считать, что сила \vec{P} одинакова во всех точках рассматриваемой области пространства.

Вынесем \vec{P} за знаки интегралов.

$$A_{1a2} = (\vec{P} \cdot \int_1^2 d\vec{r})$$

и

$$A_{1b2} = (\vec{P} \cdot \int_1^{(b)} d\vec{r})$$

$$A_{1a2} = (\vec{P} \cdot \Delta\vec{r})$$

$$A_{1b2} = (\vec{P} \cdot \Delta\vec{r})$$

Получили, что , двигаясь из положения 1 в положение 2 по разным траектории 1a2 и 1b2, точка совершает одно и то же перемещение $\Delta \vec{r}$, следовательно, работы одинаковы:

$$A_{1a2} = A_{1b2}.$$

Таким образом, **сила тяжести – консервативная сила.**

Консервативной является также **сила упругости.**

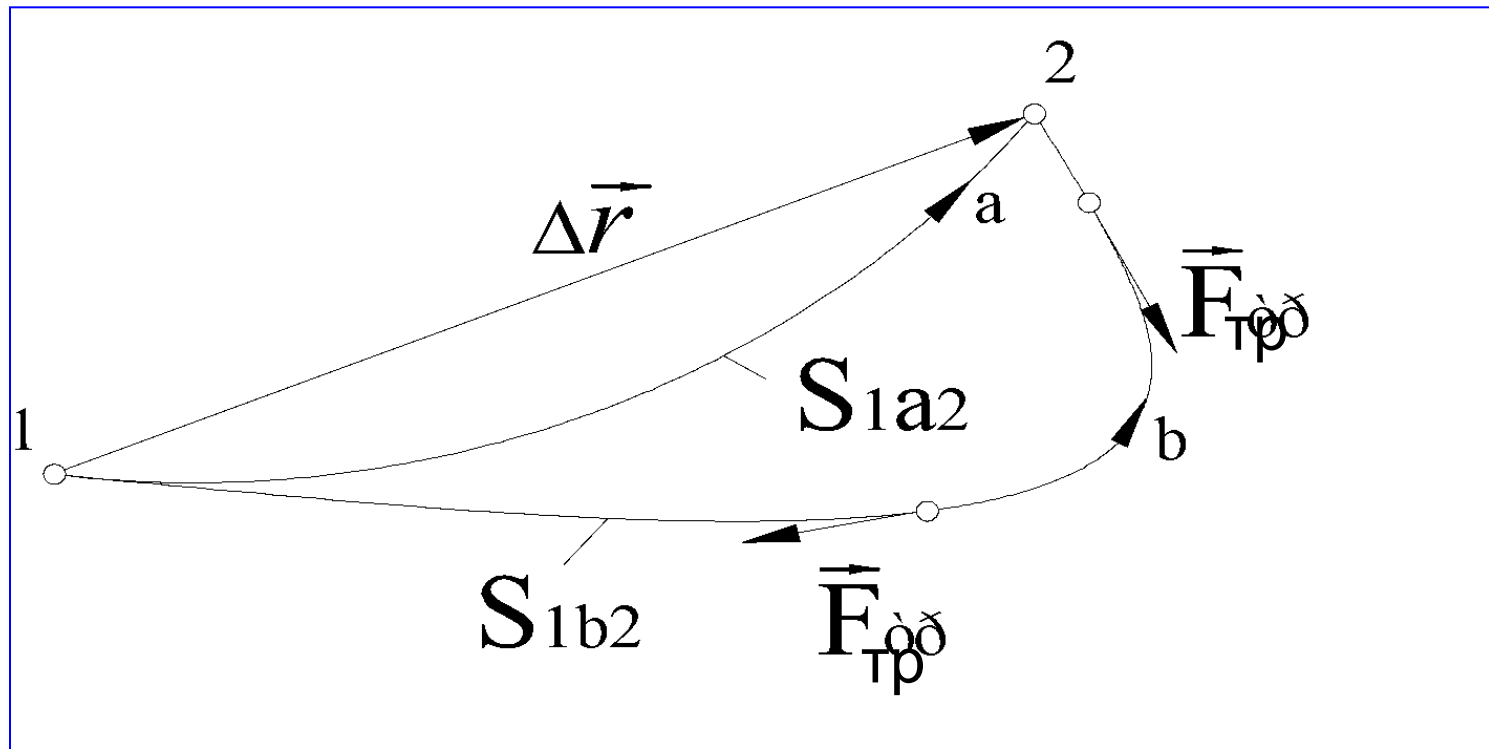
Неконсервативные силы

Неконсервативной называется сила, работа которой зависит от формы пути, по которому материальная точка переходит из начального положения в конечное.

В механике неконсервативной силой будет являться сила трения.

Найдем работу силы трения, действующей на тело при перемещении его из точки 1 в точку 2 по горизонтальной поверхности по двум разным путям

S_{1a2} и S_{1b2} .

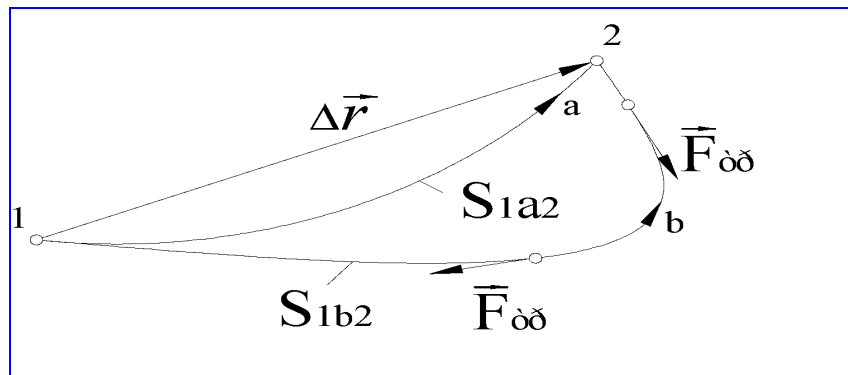


Искомые значения работ соответственно равны:

$$A_{1a2} = \int_{1(a)}^2 \vec{F}_{\text{тр}} \cdot d\vec{r}$$

$$A_{1b2} = \int_{1(b)}^2 \vec{F}_{\text{тр}} \cdot d\vec{r}$$

Направление силы трения в процессе перемещения тела изменяется, поэтому $\vec{F}_{\text{тр}}$ выносить за знак интеграла нельзя.



Так как $\vec{F}_{\text{тр}}$ в любой точке траектории направлена противоположно $d\vec{r}$, то проекция $\vec{F}_{\text{тр}}$ на $d\vec{r}$ одна и та же во всех точках траектории и её можно вынести за знак интеграла.

$$\begin{aligned}
 A_{1a2} &= \int_{(a)}^2 F_{\text{тр}} |d\vec{r}| \cos \pi = - F_{\text{тр}} \int_{(a)}^2 |d\vec{r}| = \\
 &= - F_{\text{тр}} \int_{(a)}^2 dS = - F_{\text{тр}} S_{1a2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_{1\bar{6}\bar{6}} &= \int_{(1\bar{6})}^2 \mathbf{F}_{\text{тр}} \left| d\mathbf{r} \right| \cos \pi = - \mathbf{F}_{\text{тр}} \int_{(1\bar{6})}^2 \left| d\mathbf{r} \right| = \\
 &= -\mathbf{F}_{\text{тр}} \int_{(1\bar{6})}^2 dS = -\mathbf{F}_{\text{тр}} S_{1\bar{6}\bar{6}}
 \end{aligned}$$

Так как

$$S_{1a2} \neq S_{1\bar{6}2}$$

, то и

$$A_{1a2} \neq A_{1\bar{6}2}$$

Таким образом, сила трения скольжения -

неконсервативная сила

Силовое поле, в котором действуют консервативные силы, называется **потенциальным**.

К потенциальным полям относятся гравитационное и электростатическое поле.

Силовое поле, в котором действуют неконсервативные силы, называется **вихревым**.

К вихревым полям относится магнитное поле.

В этом поле действуют неконсервативные сила Ампера и Лоренца.

4.3. Энергия

Способность различных форм движения к взаимным превращениям привели к мысли о том, что должна существовать единая мера различных форм движения.

Эта мера характеризует любое движение с точки зрения возможностей превращения его в другие формы.

Энергия – единая мера различных форм движения материи и типов взаимодействия материальных объектов.

Энергия является однозначной, непрерывной, конечной, дифференцируемой функцией состояния объекта.

Функция состояния – это функция таких физических характеристик объекта, изменение которой при переходе объекта из одного состояния в другое **не зависит** от пути **перехода** и **целиком определяются** параметрами начального и конечного состояний.

В связи с этим **энергию определяют как сумму нескольких слагаемых**, каждое из которых зависит только от одного или двух параметров.

Полная механическая энергия

Механическое состояние объекта характеризуется двумя параметрами – **радиус-векторами** материальных точек, из которых он состоит, и их **скоростями (импульсами)**.

Поэтому **полная механическая энергия** объекта является функцией координат и скоростей материальных точек.

Часть полной энергии, которая определяется скоростями точек объекта, принято называть **кинетической энергией**.

Часть полной энергии, которая зависит от их координат, принято называть **потенциальной энергией**.

Полная механическая энергия равна сумме кинетической энергии взаимодействия частей тела и потенциальной энергии взаимодействия тела с внешними телами.

$$E = E_K + E_n$$

4.4. Кинетическая энергия и её связь с работой

Пусть на материальную точку с массой m действует сила \vec{F} .

Найдем работу этой силы за время, в течение которого модуль скорости точки изменяется от v_1 до v_2 .

Элементарная работа силы \vec{F} равна

$$A = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Преобразуем это выражение:

$$\begin{aligned} dA &= \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = m (\mathbf{a} \cdot d\mathbf{r}) = \\ &= m \left(\frac{d\mathbf{v}}{dt} \cdot d\mathbf{r} \right) = m (\mathbf{v} \cdot d\mathbf{v}) \end{aligned}$$

Найдем **скалярное произведение** вектора скорости \mathbf{v}
на его приращение $d\mathbf{v}$.

$$\left(\vec{v} \cdot d\vec{v} \right) = v |d\vec{v}| \cos \alpha ,$$

где α – угол между векторами \vec{v} и $d\vec{v}$.

Поскольку угол между векторами \vec{v} и $d\vec{v}$ равен 0° ,

то

$$\left(\vec{v} \cdot d\vec{v} \right) = v dv .$$

Тогда элементарная работа запишется как

$$dA = m \cdot v \cdot dv$$

Полная работа, совершаемая силой \vec{F} при изменении скорости точки от v_1 до v_2 , равна интегралу:

$$A = \int dA = \int_{v_1}^{v_2} m v dv$$

или

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

Получили, что **работа силы**:

не зависит от формы пути перехода материальной точки из начального состояния со скоростью v_1 к конечному состоянию со скоростью v_2 ;

Величина $\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$ есть приращение некоторой функции E_k механического состояния точки, зависящей от скорости, получившей название кинетической энергии.

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = E_K(v_2) - E_K(v_1)$$

Кинетическая энергия определяется формулой:

$$E_K = \frac{mv^2}{2}$$

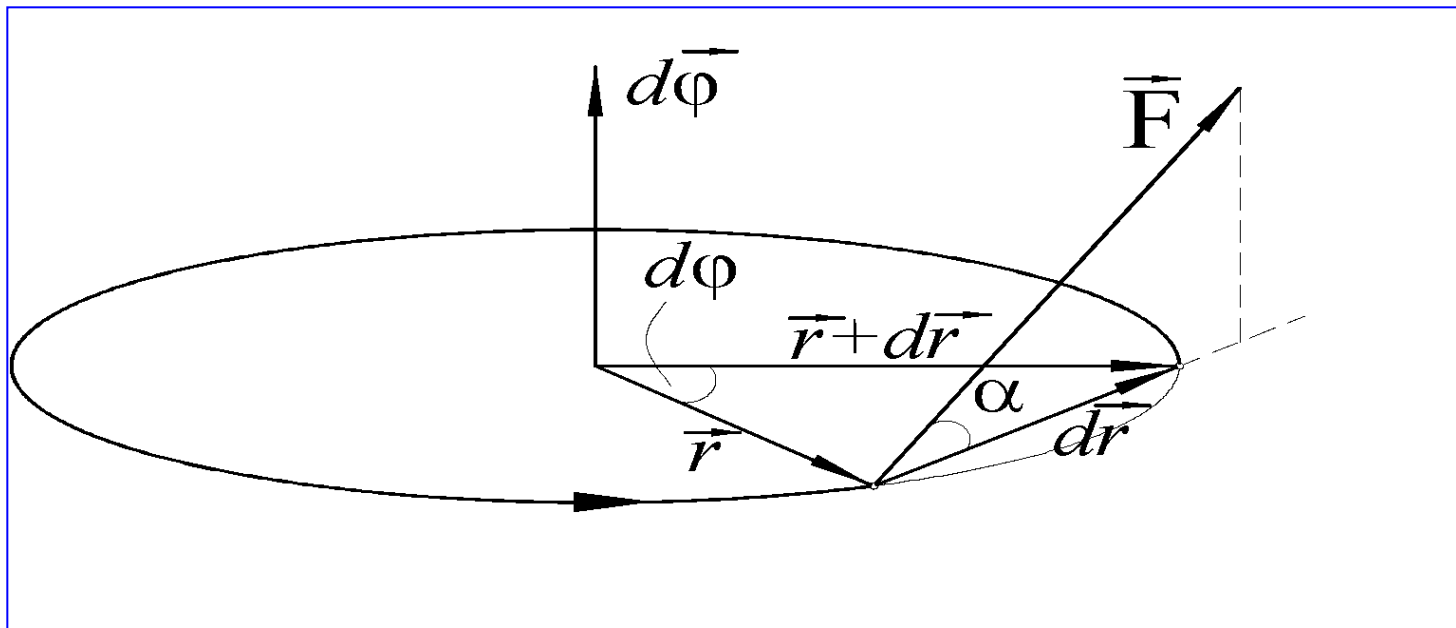
Изменение кинетической энергии равно работе силы:

$$\Delta E_K = A$$

Изменение кинетической энергии равно работе любых сил: консервативных, неконсервативных и т.д.

Кинетическая энергия при вращательном движении

Найдем работу, совершаемую внешней силой при повороте твердого тела на некоторый угол вокруг неподвижной оси.



Элементарная работа силы \vec{F} , действующей на тело, равна

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F |d\vec{r}| \cos\alpha = F_{\tau} |d\vec{r}|$$

α – угол между векторами \vec{F} и $d\vec{r}$.

F_{τ} – проекция вектора силы \vec{F} на направление вектора $d\vec{r}$.

Как известно

$$|dr| = dS = r \cdot d\varphi$$

Тогда

$$dA = F_{\tau} \cdot r \cdot d\varphi$$

Но

$$F_{\tau} \cdot r = M_z$$

– момент силы относительно оси Z, совпадающей с направлением углового перемещения.

Если угол α – острый:

$$\cos\alpha > 0 \quad F_{\tau} > 0, \text{ то и } M_z > 0,$$

Если угол α – тупой:

$$\cos\alpha < 0 \quad F_{\tau} < 0, \text{ то и } M_z < 0.$$

Тогда

$$dA = M_z \cdot d\varphi$$

Элементарная работа силы при вращательном движении равна скалярному произведению момента этой силы относительно оси вращения на элементарное угловое перемещение тела.

Полная работа силы при повороте тела на конечный

угол:

$$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_z \cdot d\varphi.$$

Получим выражение для кинетической энергии вращательного движения твердого тела в другом виде.

Запишем

$$dA = M_z \cdot d\varphi$$

Но ранее показано, что

$$M_z = J \varepsilon_z,$$

где

$$\varepsilon_z = \frac{d\omega}{dt}$$

Тогда

$$dA = J \left(\frac{d\omega}{dt} \cdot d\varphi \right) = J \omega d\omega$$

Интегрируя, получим

$$A = \int_{\omega_1}^{\omega_2} J \omega d\omega = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}$$

Как показано ранее, **работа** всех действующих на тело сил, равна **приращению кинетической энергии** этого тела $A = \Delta E_K$.

Поэтому выражение

$$E_K = \frac{J \omega^2}{2}$$

представляет собой **кинетическую энергию** **вращательного движения** твердого тела.

Эту формулу можно получить иначе.

Кинетическая энергия, которой обладает тело, складывается из кинетических энергий отдельных его точек.

Разобьем вращающееся тело на элементы массой dm , отстоящие на расстоянии r от оси вращения.

Тогда кинетическая энергия каждого элемента равна

$$dE_{K(вр)} = \frac{dm v^2}{2}$$

Так как $v = \omega r$,

то

$$dE_{K(\text{вр})} = \frac{dm \omega^2 r^2}{2}$$

Кинетическая энергия всего тела найдется интегрированием:

$$E_{K(\text{вр})} = \int dE_{K(\text{вр})} = \int \frac{\omega^2}{2} dm r^2 = \frac{\omega^2}{2} \int r^2 dm$$

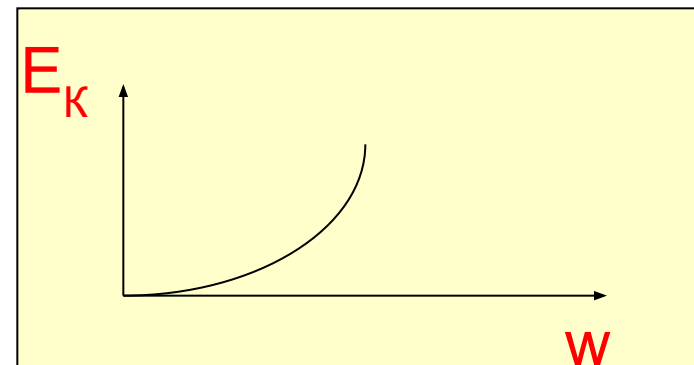
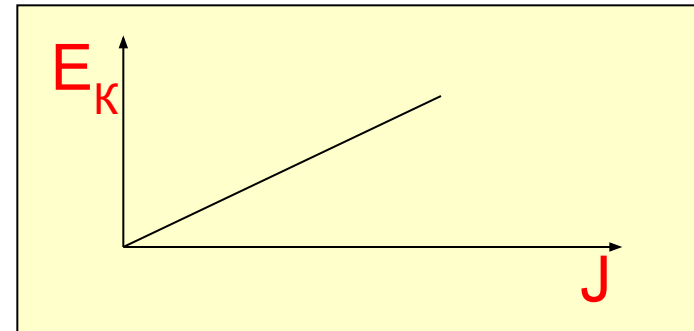
Так как

$$J = \int r^2 dm$$

– момент инерции тела,

то для **кинетической энергии вращательного движения** получаем выражение:

$$E_{K(вр)} = \frac{J \omega^2}{2}$$



Если тело одновременно движется **поступательно** и **вращается** вокруг оси, проходящей через центр масс и сохраняющей неизменную ориентацию в пространстве, то **кинетическая энергия** такого движения **равна сумме энергий поступательного и вращательного движений**:

$$E_{\text{к}} = \frac{m v^2}{2} + \frac{J \omega^2}{2}$$

Свойства кинетической энергии

1. **Кинетическая энергия** – однозначная, конечная, непрерывная, дифференцируемая функция механического состояния объекта.
2. **Кинетическая энергия** не может быть отрицательной.
3. **Кинетическая энергия** – величина аддитивная:
кинетическая энергия системы тел **равна сумме кинетических энергий отдельных тел.**

4. **Изменение кинетической энергии равно работе** всех действующих на тело сил – и **консервативных и неконсервативных**.

Если работа сил положительна, то кинетическая энергия тела возрастает, если отрицательна – уменьшается.

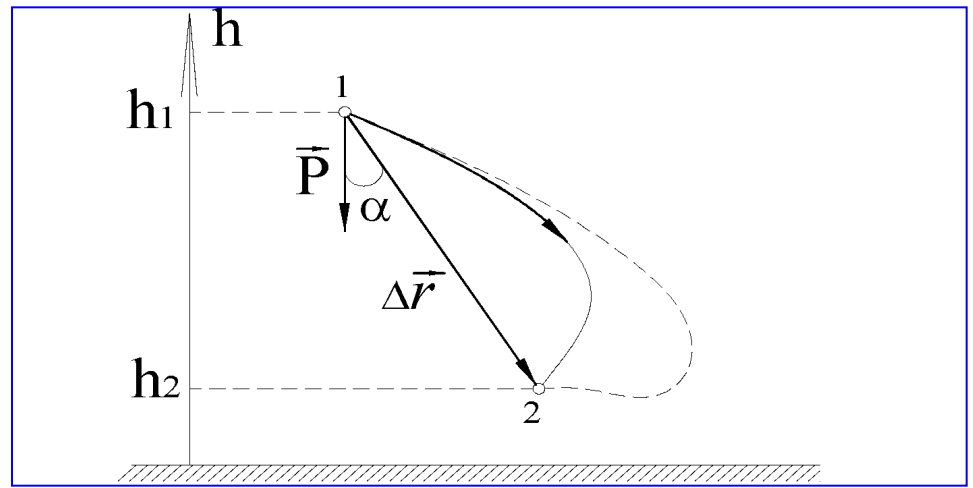
5. Тело, обладающее кинетической энергией, способно передать её другим телам, т.е. совершить работу.

В этом смысле говорят об **энергии, как о способности тела совершать работу**.

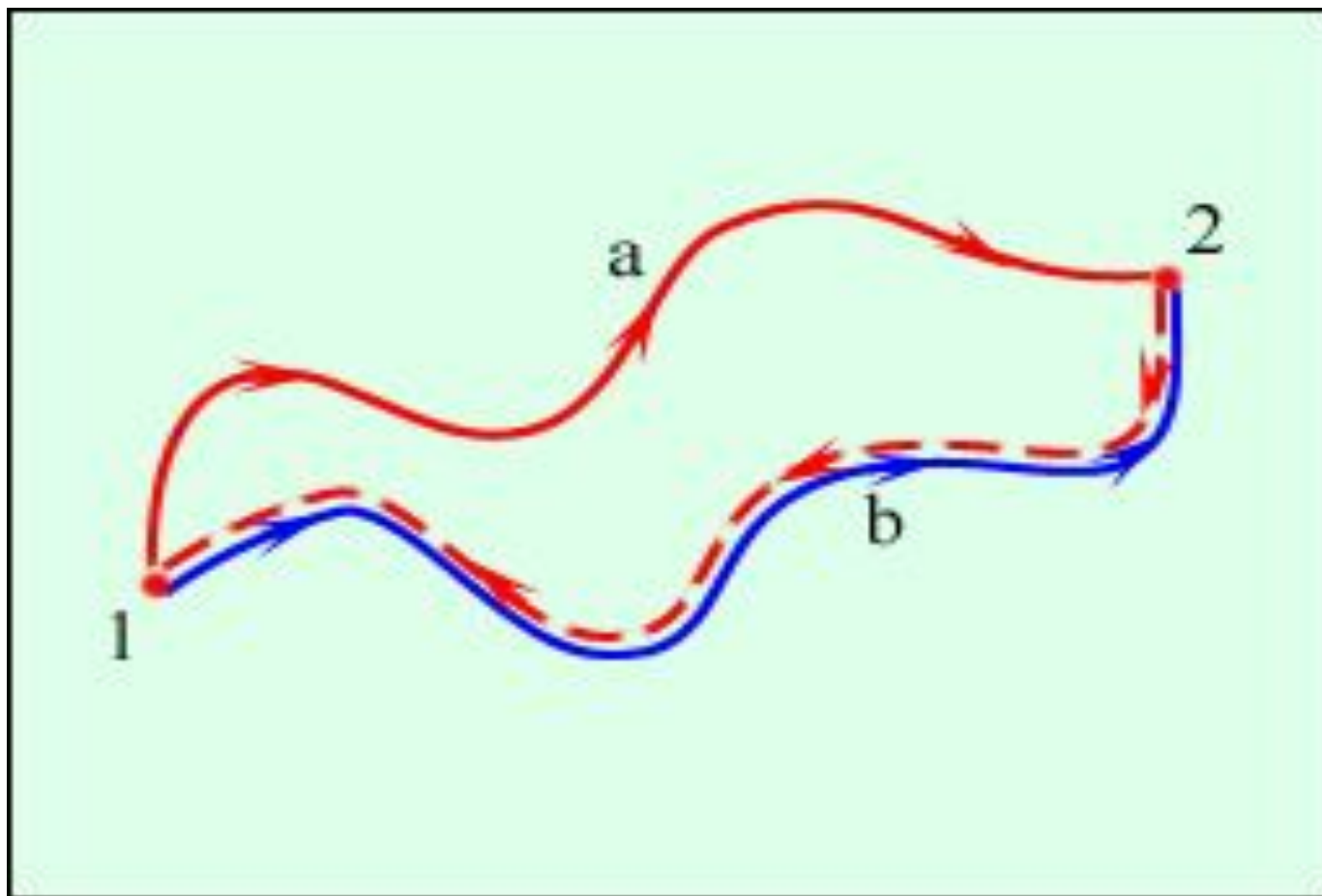
4.6. Потенциальная энергия и её связь с работой

Вычислим работу консервативной силы тяжести $P = mg$.

Пусть материальная точка с массой m переместилась по произвольной траектории из точки 1 в точку 2, отстоящих от поверхности Земли соответственно на расстояниях h_1 и h_2



Перемещение из точки 1 в точку 2 может происходить по любой траектории: по пути а или по пути б.



Совершенная при этом работа равна

$$A = \int_{r_1}^{r_2} (\vec{P} \cdot d\vec{r}) = \left(\vec{P} \cdot \int_{r_1}^{r_2} d\vec{r} \right) = (\vec{P} \cdot \Delta\vec{r})$$

$\Delta\vec{r}$ – перемещение точки.

Сделаем дальнейшие преобразования:

$$A = (\vec{P} \cdot \Delta\vec{r}) = P \cdot |\Delta\vec{r}| \cdot \cos\alpha = P \cdot |\Delta\vec{r}|_p$$

$|\Delta \mathbf{r}|_p$ – проекция перемещения на направление вектора \mathbf{P} .

Проекцию $|\Delta \mathbf{r}|_p$ выразим через приращение высоты

$$\Delta h = h_2 - h_1$$

Так как $|\Delta \mathbf{r}|_p > 0$, а $\Delta h < 0$, то

$$|\Delta \mathbf{r}|_p = -\Delta h = -(h_2 - h_1) = h_1 - h_2$$

Тогда для работы силы тяжести получим выражение:

$$A = P(h_1 - h_2) = Ph_1 - Ph_2$$

$$A = mgh_1 - mgh_2$$

Заметим, что **работа силы тяжести:**

- зависит только от модуля P и от начального и конечного положений материальной точки (от h_1 и h_2),
- не зависит от формы траектории, по которой происходит движение.

Следовательно, разность

$$mgh_1 - mgh_2$$

есть изменение (убыль) некоторой функции состояния E_n , зависящей от положения материальной точки относительно Земли.

$$mgh_1 - mgh_2 = E_{П1} - E_{П2}$$

Тогда выражение для работы можно представить в виде

$$A = E_{П1} - E_{П2}$$

или кратко

$$A = -\Delta E_{П}$$

Получили, что взаимная потенциальная энергия материальной точки и земли (по - другому, **потенциальная энергия тела, поднятого над землёй**) определяется формулой:

$$E_{\Pi} = mgh$$

Потенциальная энергия гравитации, обусловленная взаимодействием тел космических масштабов, определяется по формуле:

$$E_{\Pi} = -\frac{G \cdot mM}{r}$$

r - расстояние между центрами тяжести тел.

Работа силы упругости

Работа упругой силы при растяжении или сжатии пружины равна

$$A = \int_{r_1}^{r_2} (\vec{F}_{\text{упр}} \cdot d\vec{r})$$

По закону Гука:

$$\vec{F}_{\text{упр}} = -k \vec{r}$$

k - коэффициент жёсткости пружины,

\vec{r} - деформация пружины.

Вычислим интеграл

$$A = - \int_{r_1}^{r_2} (k r \cdot dr) = -k \int_{r_1}^{r_2} (r \cdot dr) = -k \int_{r_1}^{r_2} r \cdot dr = \frac{k r_1^2}{2} - \frac{k r_2^2}{2}$$

Работа упругой силы:

- не зависит от того

- 1) как произошло изменение длины пружины;
- 2) быстро или медленно;
- 3) равномерно или с остановками.

- определяется только начальной и конечной деформацией пружины.

Работа упругой силы:

$$A = \frac{k r_1^2}{2} - \frac{k r_2^2}{2}$$

Разность величин в правой части выражения есть **изменение** (убыль) некоторой функции состояния пружины **E_{Π}** , зависящей от взаимного расположения частей пружины.

$$\frac{k r_1^2}{2} - \frac{k r_2^2}{2} = E_{\Pi 1} - E_{\Pi 2}$$

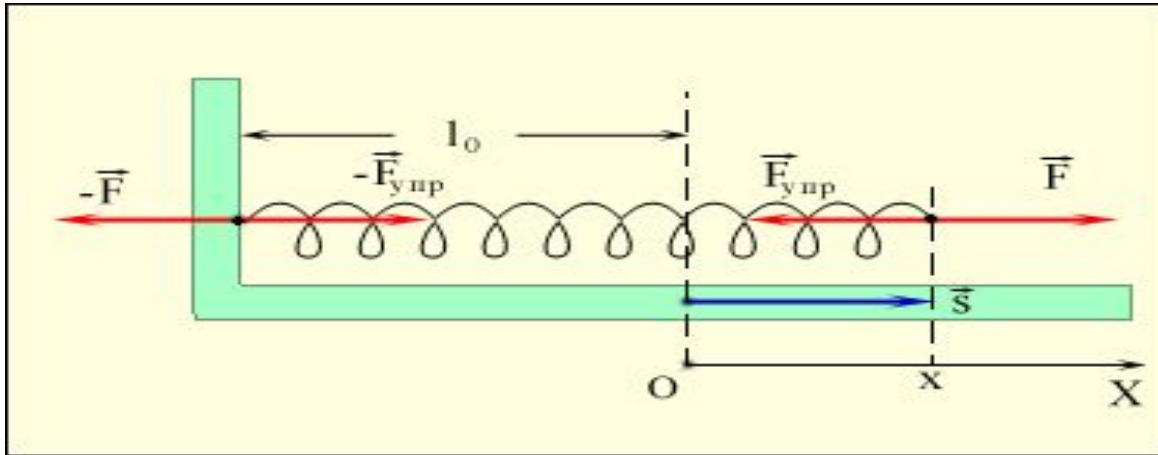
Тогда **работа упругой силы**

$$A = -\Delta E_{\Pi}$$

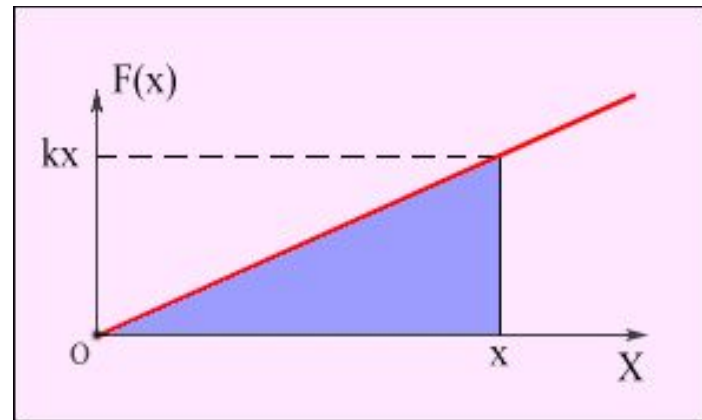
Потенциальная энергия деформированной пружины:

$$E_{\Pi} = \frac{k r^2}{2}$$

Чаще выражение для потенциальной энергии упруго деформированной пружины пишут в виде (x – деформация, k – жесткость пружины):



$$E_{\Pi} = \frac{k x^2}{2}$$



Общий вывод: какой бы ни была по своей природе консервативная сила, её работа всегда равна убыли потенциальной энергии тех тел, между которыми действует эта сила.

$$A = -\Delta E_{\text{П}}$$

Свойства потенциальной энергии

1. **Потенциальная энергия** – однозначная, конечная, непрерывная, дифференцируемая функция состояния механического объекта.
2. **Потенциальная энергия** может быть только **взаимной**: она в одинаковой степени характеризует оба взаимодействующих тела или все взаимодействующие тела (если их несколько).
3. **Числовое значение потенциальной энергии** определяется с точностью до **произвольной постоянной**, значение которой зависит от выбора нулевого уровня (начала отсчета) потенциальной энергии.

Нулевой уровень можно выбирать где угодно.

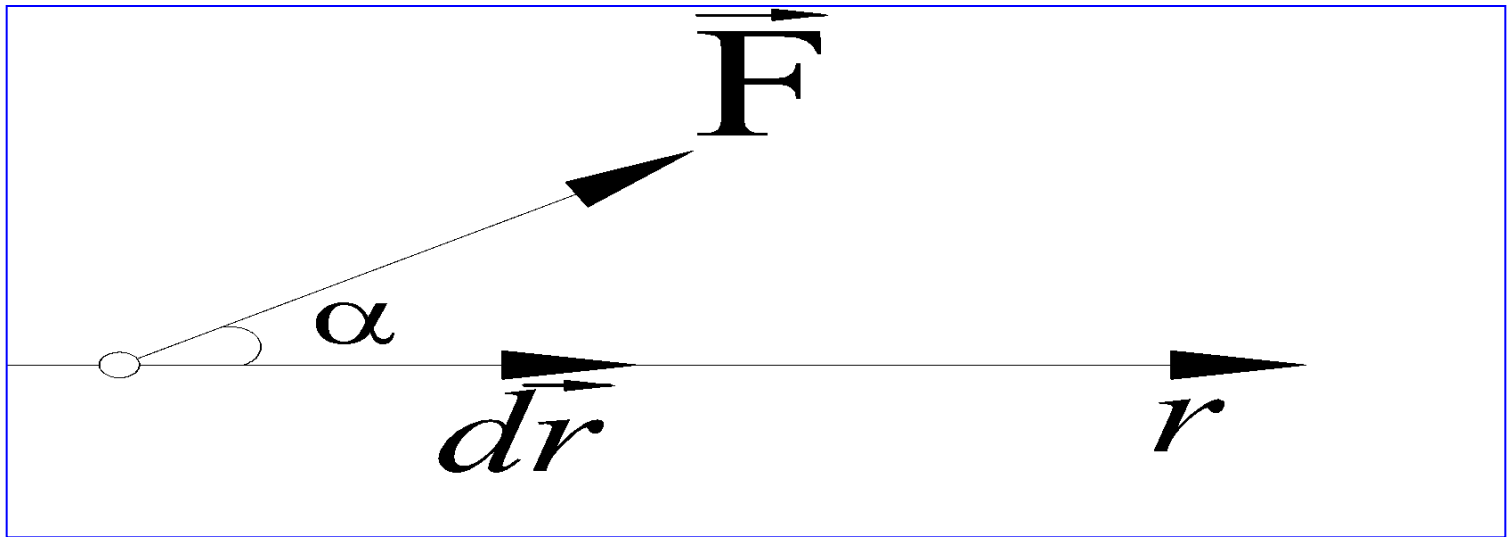
Обычно на бесконечном расстоянии между телами, т.е. там, где сила их взаимодействия равна нулю.

4. Практически имеет **значение** только **изменение потенциальной энергии**, поскольку оно не зависит от выбора нулевого уровня.

5. **Потенциальная энергия** может иметь как положительное, так и отрицательное значение (это как раз связано с произвольностью выбора нулевого уровня).
6. **Не всякое состояние** и не всякое взаимодействие можно описывать при помощи **потенциальной энергии**.
7. **Состояние взаимодействующих тел** можно охарактеризовать потенциальной энергией только в том случае, если между телами **действуют консервативные силы**.

4.7. Связь потенциальной энергии с консервативной силой

Между потенциальной энергией материальной точки и консервативной силой, действующей на точку и обуславливающей наличие этой энергии, существует СВЯЗЬ.



Если в каждой точке пространства на материальную точку **действует консервативная сила**, то говорят, что точка находится в **потенциальном поле сил**.

Если материальная точка переместилась в потенциальном поле в произвольном направлении r , то консервативная сила совершит при этом работу:

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F_r dr$$

где F_r – проекция силы на направление dr .

Работа консервативной силы равна убыли потенциальной энергии:

$$dA = -dE_{\Pi}$$

Приравнивая правые части, получим

$$F_r = -\frac{dE_{\Pi}}{dr}$$

Проекция консервативной силы на произвольное направление r равна по абсолютной величине и противоположна по знаку производной от потенциальной энергии по этому направлению.

Полученное соотношение справедливо для любого направления в пространстве, в частности, для осей X, Y, Z декартовой системы координат.

$$F_x = -\frac{dE_{\Pi}}{dx}$$

$$F_y = -\frac{dE_{\Pi}}{dy}$$

$$F_z = -\frac{dE_{\Pi}}{dz}$$

Зная проекции силы, можно найти сам вектор силы:

$$\vec{F} = F_x \cdot \vec{i} + F_y \cdot \vec{j} + F_z \cdot \vec{k}$$

\vec{i} , \vec{j} , \vec{k} – орты координатных осей X, Y, Z.

$$\vec{F} = - \left(\frac{dE_{\Pi}}{dx} \cdot \vec{i} + \frac{dE_{\Pi}}{dy} \cdot \vec{j} + \frac{dE_{\Pi}}{dz} \cdot \vec{k} \right)$$

Вектор, стоящий в правой части этого выражения, называется **градиентом функции потенциальной энергии** и обозначается **grad Ep**.

Понятие градиента вводится для любых векторных величин, значение модуля которых зависит от направления в пространстве.

Градиент любой функции – это вектор, направленный в сторону возрастания функции и численно равный изменению функции на единичном расстоянии.

$$\text{grad}f = \frac{df}{dx} \mathbf{i} + \frac{df}{dy} \mathbf{j} + \frac{df}{dz} \mathbf{k}$$

$$\text{grad}E_{\Pi} = \frac{dE_{\Pi}}{dx} \mathbf{i} + \frac{dE_{\Pi}}{dy} \mathbf{j} + \frac{dE_{\Pi}}{dz} \mathbf{k}$$

Градиент потенциальной энергии:

- **вектор**, направленный в сторону **возрастания потенциальной энергии**;
- численно равен приращению потенциальной энергии, приходящейся на единицу длины этого направления.

Мы получили, что

$$\mathbf{F}_K = -q \text{grad} E_{\Pi} .$$

Консервативная сила, действующая на материальную точку, **равна по модулю и противоположна по направлению** градиенту потенциальной энергии этой точки.

В заключение отметим, что две формулы выражают связь консервативной силы с потенциальной энергией и наоборот.

$$F_r = - \frac{dE_{\Pi}}{dr}$$

$$-\Delta E_{\Pi} = \int_{r_1}^{r_2} F_K \cdot dr$$

Рисунок отражает указанные выше соотношения для силы тяжести и потенциальной энергией в гравитационном силовом поле.

