Обобщающий урок по теме:
«Решение логарифмических уравнений».

«Изобретение логарифмов,
сокращая вычисления нескольких месяцев
в труд нескольких дней,
словно удваивает жизнь астрономов»

П.С. Лаплас

Устно:

Дайте определение:

- логарифма
- логарифмической функции
- логарифмического уравнения
- области определения логарифмической функции
- какое преобразование называется логарифмированием?
- какое преобразование называется потенцированием?

Закончите предложения:

- Логарифм от произведения равен…
- Логарифм от частного равен…
- Логарифм степени равен …

Свойства логарифмов

$$\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b^r = r \log_a b$$

$$\log_{a^r} b = \frac{1}{r} \log_a b$$

$$при\_b > 0, a > 0, c > 0, a \neq 1, r \in R$$

Вычислите:

$$\log_5 625$$

Правильный ответ: 4

Вычислите:

$$\log_7 \frac{1}{49}$$

Правильный ответ: -2

Вычислите:

$$\log_3 3\sqrt{3}$$

Правильный ответ: $\dfrac{3}{2}$

Вычислите:

$$\log_4 \sqrt[3]{16}$$

Правильный ответ: $\frac{2}{3}$

Вычислите:

$$\log_{\frac{1}{2}} 64$$

Правильный ответ: -6

Вычислите:

$$\log_3 162 - \log_3 2$$

Правильный ответ: 4

Вычислите:

$$\log_{15} 9 + \log_{15} 25$$

Правильный ответ: 2

Вычислите:

$$\frac{\lg 4 + \lg 25}{\lg 1000}$$

Правильный ответ: $\dfrac{2}{3}$

Сравните числа:

- $\log_{0,2}3 < \log_{0,2}2{,}5$
- $\log_{2}0{,}7 < \log_{2}1{,}7$

Основные способы решения логарифмических уравнений:

- 1. По определению логарифма.
- 2. Метод потенцирования.
- 3. Метод введения новой переменной.
- 4. Решение уравнений логарифмированием его обеих частей.
- 5. Метод приведения к одному основанию.

Определить способ решения уравнений

$\log_x(2x + 3) = 2$	По определению
$\lg(x^2 - 2x) = \lg(2x + 12)$	Метод потенцирования
$\log_3^2 x - 2\log_3 x = 3$	Введение новой переменной
$x^{\lg x} = 10000$	Логарифмирование
$\log_2 x + \log_x 2 = 2$	Приведение к одному основанию

Определить способ решения уравнений

$\log_3(4 * 3^{x-1} - 1) = 2x - 1$	По определению
$2\lg(x - 1) = 1/2\lg x^5 - \lg\sqrt{x}$	Метод потенцирования
$\log_3^2 x + 3^{\log_3^2 x} + 4\log_3(9x) = x^{\log_3 x} + 5\log_3 x^2$	Введение новой переменной
$x^{\lg x + 2} = 1000$	Логарифмирование
$3\log_x 1/16 + \log_x 1/x = 4$	Приведение к одному основанию

1). По определению логарифма $\log_x(2x + 3) = 2$

ОДЗ: $x>0$, $x\neq1$;

$X^2 = 2x + 3$;

$X^2 - 2x - 3 = 0$;

$X_1 = 3$, $x_2 = -1$

$X_2 = -1$ посторонний корень

Ответ: 3

2).Потенцирование

(применение свойств логарифма)

$\lg(x^2 - 2x) = \lg(2x + 12)$

- $x^2 - 2x = 2x + 12$;
- $x^2 - 4x - 12 = 0$;
- $X_1 = 6$, $x_2 = -2$;
- Проверка:
- При $X_1 = 6$, $\lg(36 - 12) = \lg(12 + 12)$;
- $Lg24 = \lg 24$;
- При $x_2 = -2$, $\lg(4+4) = \lg(-4 + 12)$;
- $Lg8 = \lg 8$
- Ответ: -2; 6.

3). Введение новой переменной

$$\log_3^2 x - 2\log_3 x = 3$$

ОДЗ: $x>0$

- $\log_3 x = a$
- $a^2 - 2a = 3;$
- $a^2 - 2a - 3 = 0;$
- $a_1 = -1,\ a_2 = 3;$
- $\log_3 x = -1,\ x_1 = 1/3,$
- $\log_3 x = 3,\ x_2 = 27.$
- Ответ: $1/3\ ,\ 27.$

4). Метод логарифмирования

$x^{\lg x} = 10000$

- ОДЗ: $x>0$;
- $\lg x^{\lg x} = \lg 10000$;
- $\lg x \lg x = 4$;
- $\lg x = a$;
- $a^2=4$;
- $a_1=-2$, $a_2=2$;
- $\lg x = -2$; $x_1= 1/100$;
- $\lg x = 2$; $x_2= 100$;
- Ответ: -2; 2.

5).Приведение к одному основанию.

$$\log_2 x + \log_x 2 = 2$$

ОДЗ: x>0, x ≠ 1

$$\log_x 2 = \frac{1}{\log_2 x}$$

$$\log_2 x = y$$

$$y + \frac{1}{y} = 2 \qquad y = 1$$

$$\log_2 x = 1$$

$$x = 2$$

Ответ: 2.