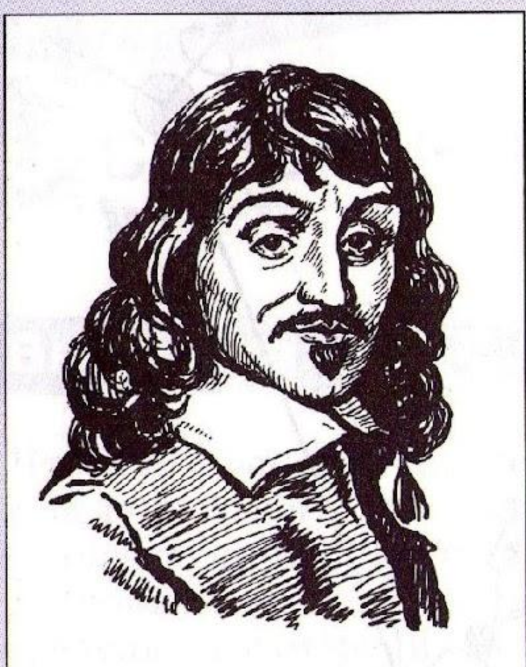
Раздел - 6
Координаты и векторы

(20 часов)

1. Прямоугольная декартова система координат в пространстве.
2. Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов.
3. Сложение векторов.
4. Умножение вектора на число.
5. Разложение вектора по направлениям.
6. Угол между двумя векторами.
7. Проекция вектора на ось. Координаты вектора.
8. Скалярное произведение векторов.
9. Уравнения сферы, плоскости и прямой.
10. Использование координат и векторов при решении математических и прикладных задач.

Тема – 1

Декартовы координаты в пространстве



Рене Декарт (1596 — 1650) — французский философ и математик. Работал в Париже. Его философское сочинение «Рассуждение о методе» содержит мысли, воспринятые всеми последующими поколениями (это ему принадлежит бессмертный тезис «cogito ergo sum» — «мыслю, следовательно, существую»). Его труд «Геометрия» (одно из трех приложений к книге по философии) содержит основы аналитической геометрии (декартова система координат), классификацию кривых линий (среди них есть декартов лист и овал Декарта), геометрический метод решения алгебраических уравнений.

§18, стр.270,

стр.122

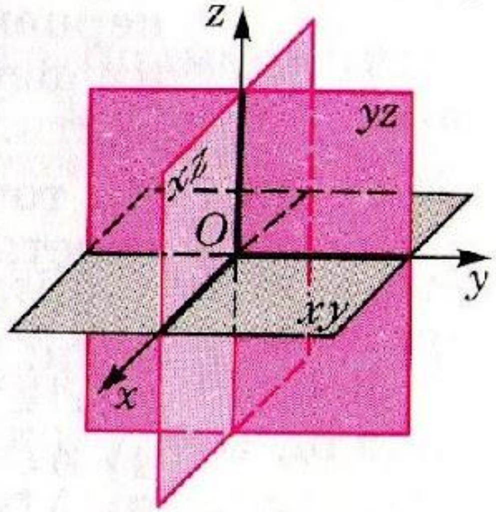


Рис. 68

*Пространство, снабженное декартовой системой координат, называется **координатным пространством**.*

*Координатные плоскости разбивают пространство на 8 областей, являющихся трёхгранными углами или **октантами.***

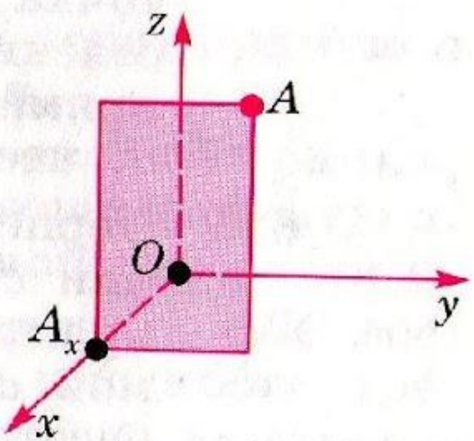
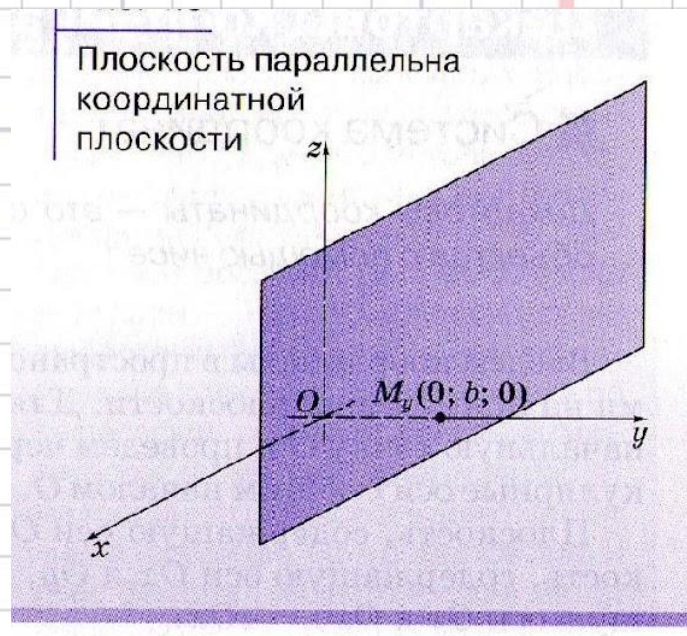


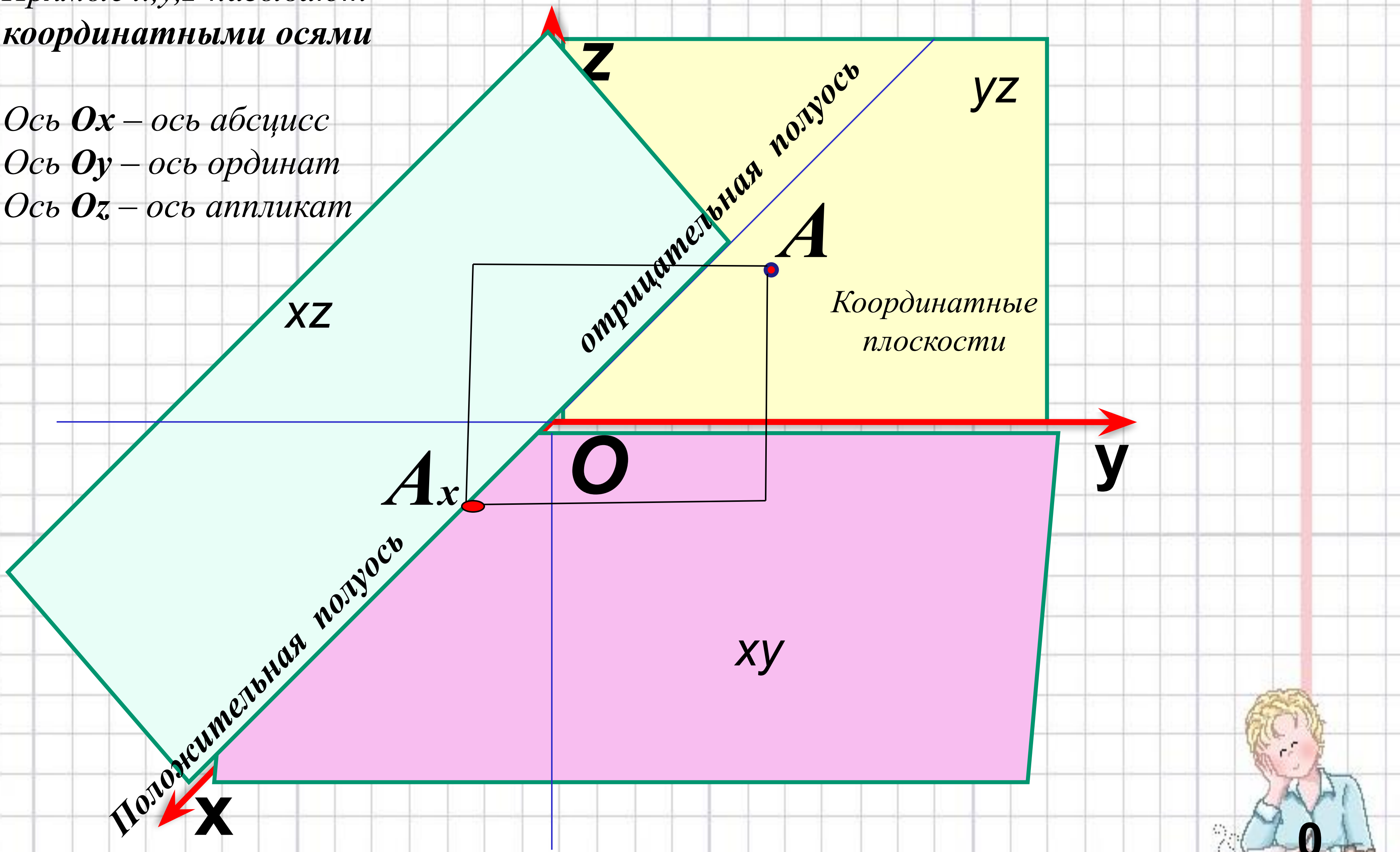
Рис. 69



Прямоугольной системой координат - наз.... стр.270

Прямые x,y,z-называют ***координатными осями***

Ось ***Ox*** *– ось абсцисс*
Ось ***Oy*** *– ось ординат*
Ось ***Oz*** *– ось аппликат*



Вся система координат обозначается **Oxyz**

Рене Декарт

Труды математиков второй половины XVII века отражают сильнейшее влияние Декарта

В 1637 годуВ 1637 году вышел в свет главный математический труд Декарта, «Рассуждение о методе» (полное название: **«Рассуждение о методе, позволяющем направлять свой разум и отыскивать истину в науках»).**

В этой книге излагалась аналитическая геометрияВ этой книге излагалась аналитическая геометрия, а в приложениях — многочисленные результаты в алгебреВ этой книге излагалась аналитическая геометрия, а в приложениях — многочисленные результаты в алгебре, геометрииВ этой книге излагалась аналитическая геометрия, а в приложениях — многочисленные результаты в алгебре, геометрии, оптике (в том числе — правильная формулировка закона преломления света) и многое другое.
Особо следует отметить переработанную им математическую символику Виета, с этого момента близкую к современной.

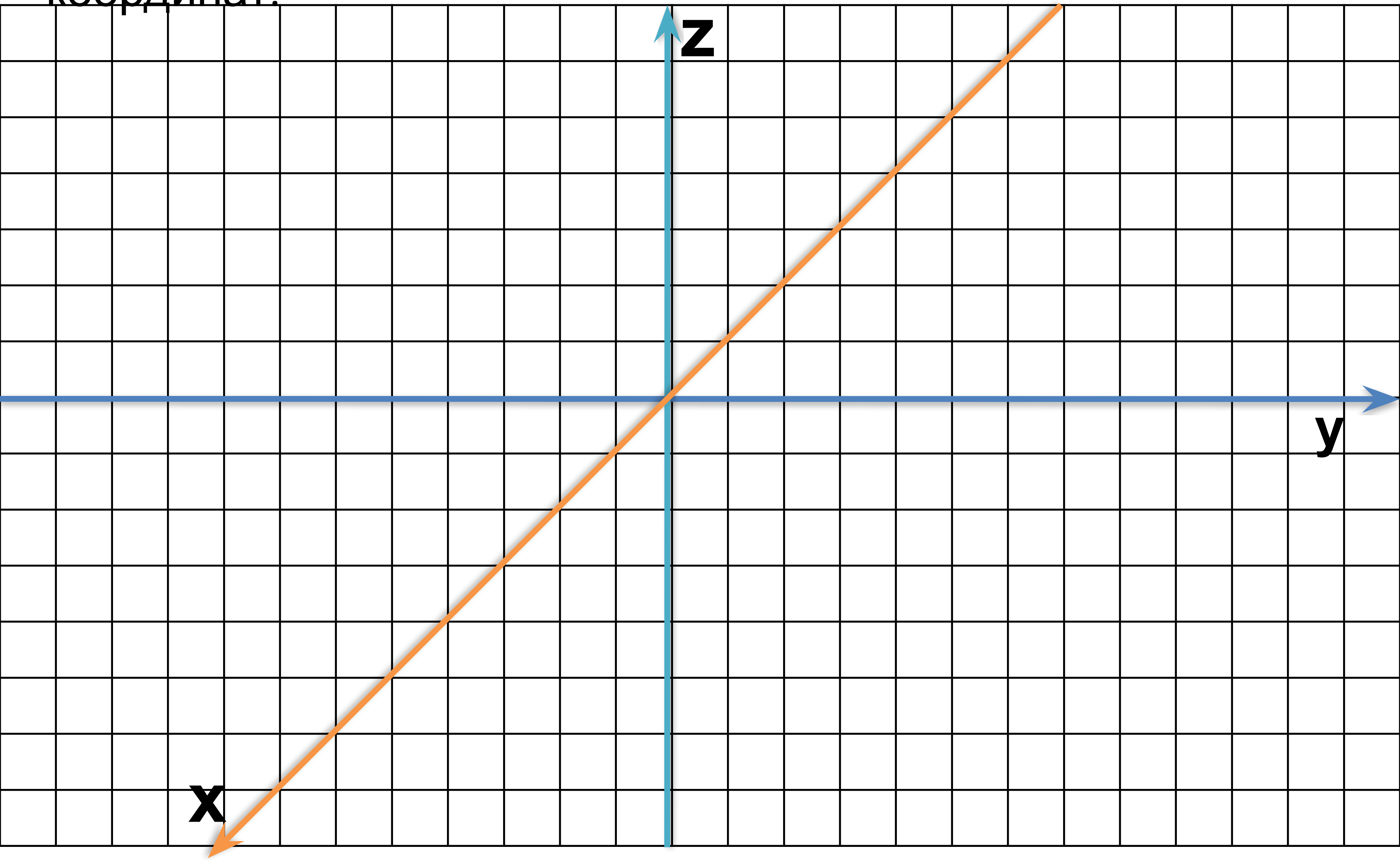
Символическую алгебру Декарт называл «Всеобщей математикой», и писал, что она должна объяснить «*всё относящееся к порядку и мере*».

Создание аналитической геометрииСоздание аналитической геометрии позволило перевести исследование геометрических свойств кривых и тел на алгебраический язык, то есть анализировать уравнение кривой в некоторой системе координат. Достоинства нового метода были исключительно велики, и Декарт продемонстрировал их в той же книге, открыв множество положений, неизвестных древним и современным ему

Задача №2 (стр. 271)

Дано: A(1;2;3) B(0;1;2) C (0;0;3) D(1;2;0)

Отметить точки A,B,C,D в прямоугольной системе координат.



Расстояние между точками

стр. 272

$$A_1A_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Дано: A (-1;2;3) B(0;1;-2) C (0;0;3) D(4;2;0)

Найти: расстояние между точками АВ и СД.

КООРДИНАТЫ СЕРЕДИНЫ ОТРЕЗКА

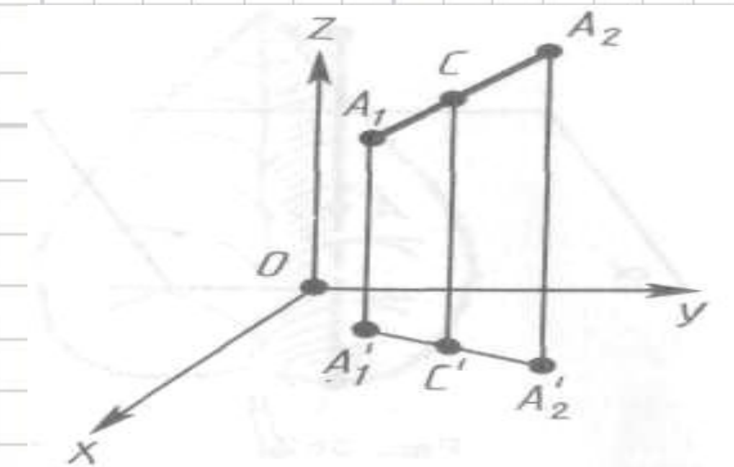
Пусть A_1 (x_1; y_1; z_1) и A_2 (x_2; y_2; z_2) — две произвольные точки.

Выразим координаты *x, y, z* середины C отрезка A_1A_2 через координаты его концов A_1 и A_2 (рис. 1).

Решение

Проведем через точки A_1, A_2 и C прямые, параллельные оси *z*.

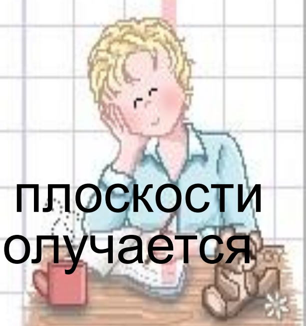
Они пересекут плоскость xy в точках A'_1 (x_1; y_1; 0), A'_2 (x_2; y_2; 0) и C' (*x*; *y*; 0). По теореме Фалеса точка C' является серединой отрезка $A'_1A'_2$. На плоскости *xy* координаты середины отрезка выражаются через координаты его концов по формулам



$$x = \frac{x_1 + x_2}{2},$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

$$z = \frac{z_1 + z_2}{2}.$$



Для того чтобы найти выражение для *z*, достаточно вместо плоскости *xy* взять плоскость *xz* или *yz*. При этом для *z* получается аналогичная формула:

Задание-2.
1) Найти длину отрезка A_7A_8, если $A_7(6;-4;5)$, $A_8(-4;5;-3)$.
2) Найти координаты середины отрезка A_7A_8.

Решение.

Формула длины отрезка:

$$A_7A_8=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$

$$A_7A_8=\sqrt{}$$

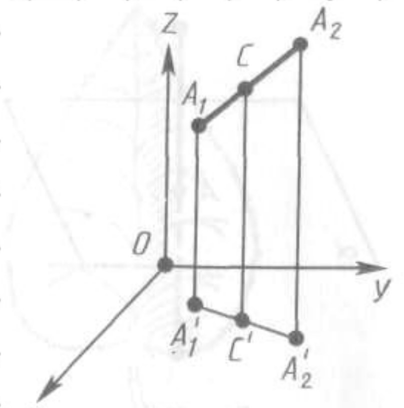


Рис. 1

Задача (9). Докажите, что четырехугольник ABCD с вершинами в точках A (1; 3; 2), B (0; 2; 4), C (1; 1; 4), D (2; 2; 2) является параллелограммом.

Решение.

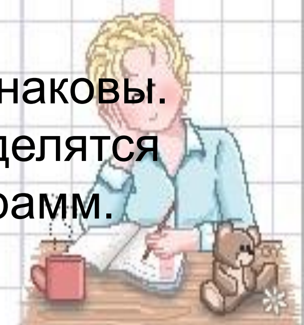
Четырехугольник, у которого диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, есть параллелограмм. Воспользуемся этим для решения задачи. Координатами середины отрезка AC будут

$$x=\frac{1+1}{2}=1, \quad y=\frac{3+1}{2}=2, \quad z=\frac{2+4}{2}=3.$$

Координатами середины отрезка BD будут

$$x=\frac{0+2}{2}=1, \quad y=\frac{2+2}{2}=2, \quad z=\frac{4+2}{2}=3.$$

Мы видим, что координаты середин отрезков AC и BD одинаковы. Значит, эти отрезки пересекаются и точкой пересечения делятся пополам. Следовательно, четырехугольник ABCD — параллелограмм.



ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СИММЕТРИИ В ПРОСТРАНСТВЕ

Понятие преобразования для фигур в **пространстве** определяется так же, как и на плоскости.

Так же, как и на плоскости, определяются преобразования симметрии относительно **точки и прямой.**

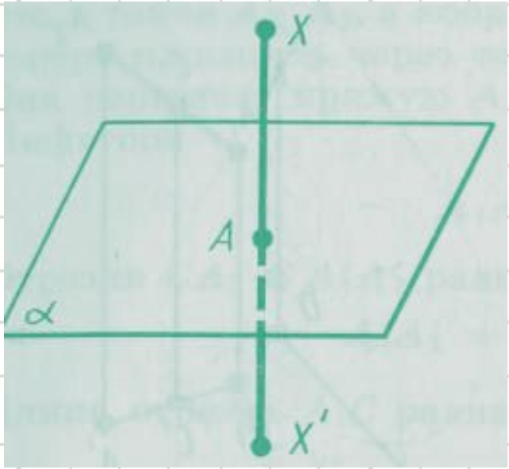


Рис. 2

Кроме симметрии относительно точки и прямой в пространстве, рассматривают преобразование симметрии относительно плоскости.
Это преобразование состоит в следующем (рис. 2).

Пусть α— произвольная фиксированная плоскость. Из точки X фигуры опускаем перпендикуляр XA на плоскость α и на его продолжении за точку A откладываем отрезок AX', равный XA.

Точка X' называется **симметричной** точке X относительно плоскости α,
а преобразование, которое переводит точку X в симметричную ей точку X',

называется **преобразованием симметрии** относительно плоскости α.
Если точка X лежит в плоскости α, то считается, что точка X переходит в себя.

Если преобразование симметрии относительно плоскости α переводит фигуру в себя, то фигура называется **симметричной относительно плоскости** $\boldsymbol{\alpha}$, а плоскость α называется **плоскостью симметрии** этой фигуры.

Задача (17)

Даны точки (1; 2; 3), (0; -1; 2), (1; 0; - 3).

Найдите точки, симметричные данным относительно координатных плоскостей.

Решение.

Точка, симметричная точке (1; 2; 3) относительно плоскости *xy*, лежит на прямой, перпендикулярной плоскости *xy*.

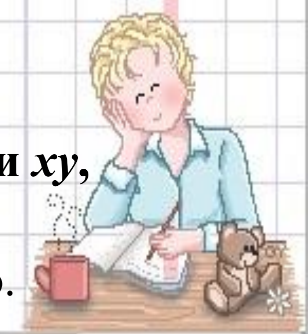
Поэтому у нее те же координаты $\boldsymbol{x}$ и $\boldsymbol{y}$: $x = 1$, $y = 2$.

Симметричная точка находится на том же расстоянии от плоскости *xy*, но по другую сторону от нее.

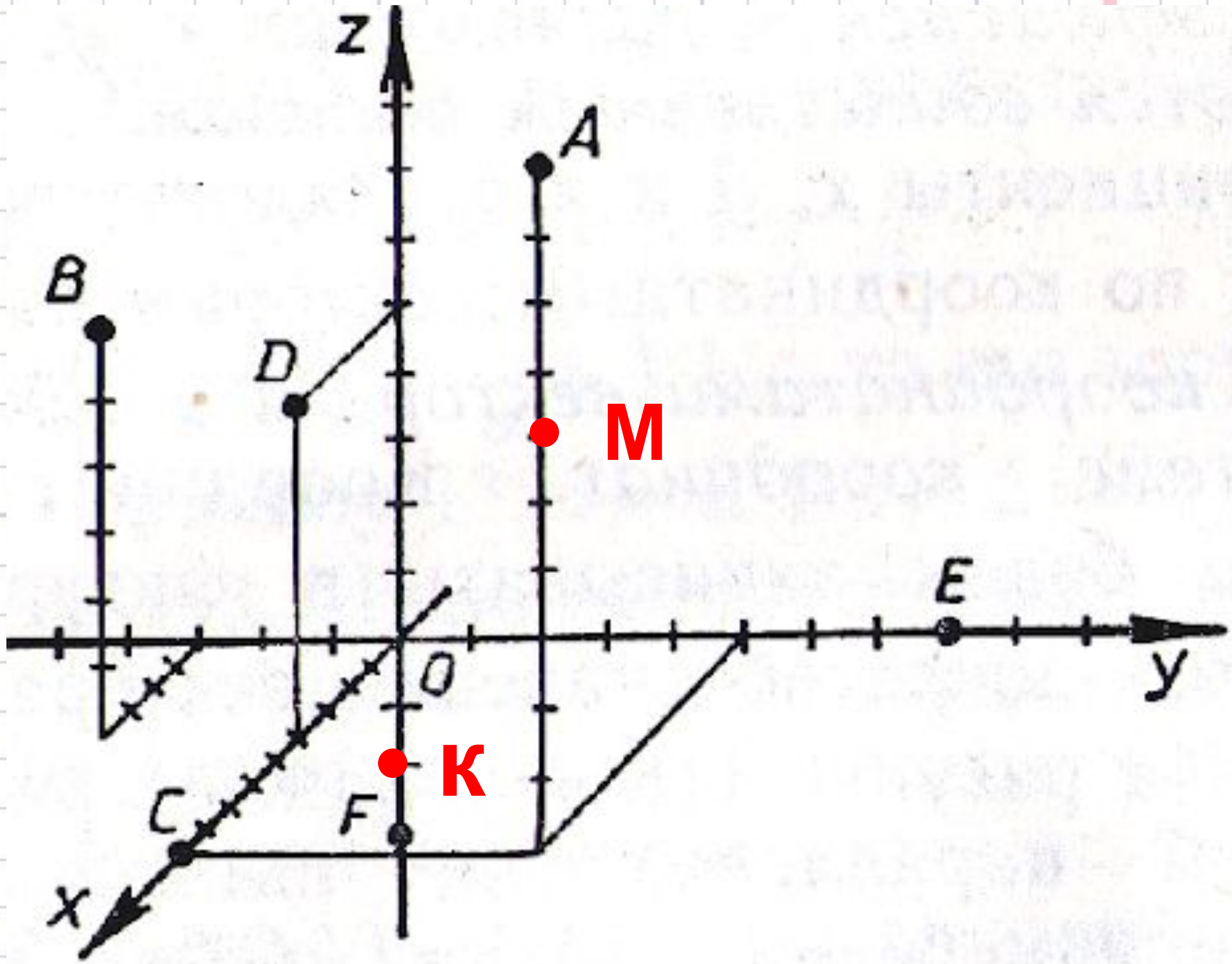
Поэтому координата z у нее отличается только знаком, т. е. $z = -3$.

Ответ: точкой, симметричной точке (1; 2; 3) относительно плоскости *xy*, будет (1; 2; -3).

Для других точек и других координатных плоскостей решение аналогично.



а) Определить координаты точек **М** и **К**
б) построить точки, симметричные точкам **А,В, С,D, F,E** относительно плоскости **(xz)**



Практическая работа по теме:
«Прямоугольная декартова система координат в пространстве»

Задания.

1. **Отметить** на модели прямоугольной декартовой с/к в пространстве координаты точки **A(x; y; z)**
1. **Построить** на макете с/к точки **A_1, A_2, A_3, … A_{23}** *(всего их 24),* симметричные данной точке A относительно каждой координатной плоскости.

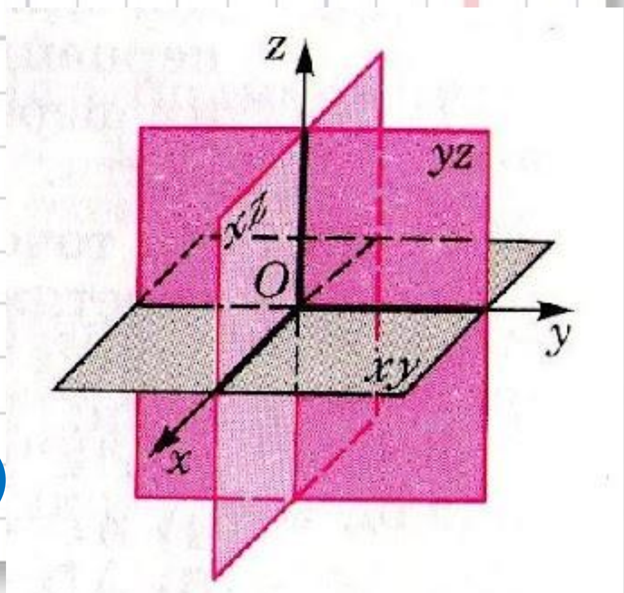
3. **Определить** в каких **плоскостях** находятся точки **A(… …) и A_1(… …),** записать их **координаты.**

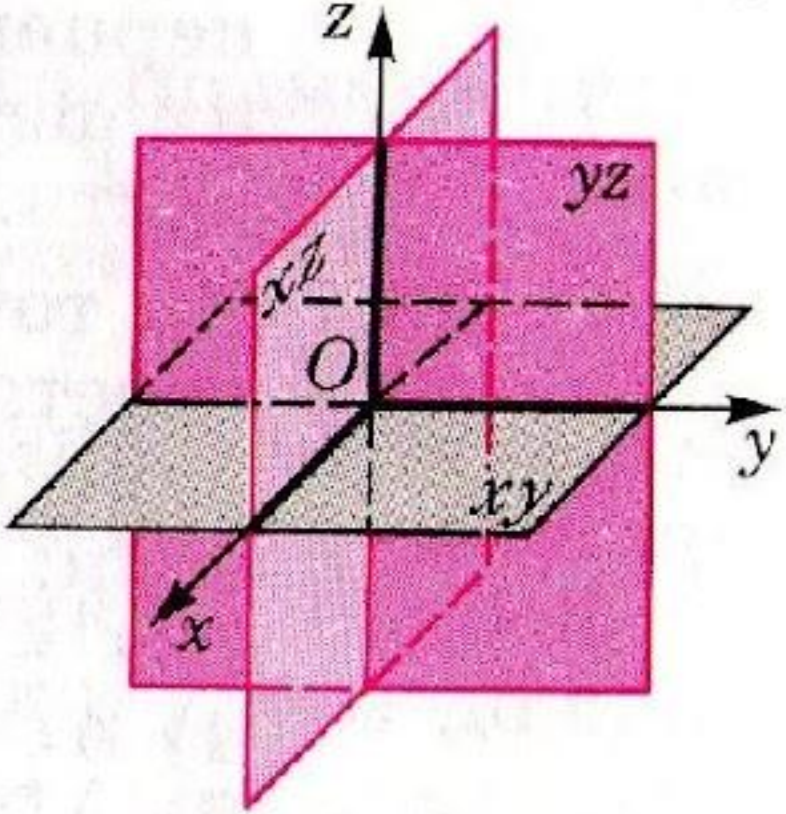
4. Найти (по формуле) **длину отрезка /AA_1/=?** и координаты его **середины O (x; y; z)** - ?

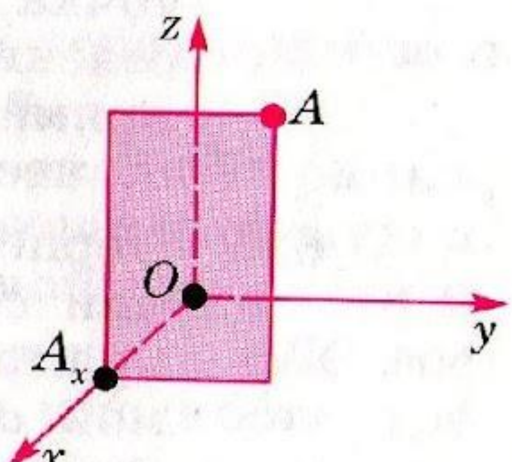
Ответ: координаты точки A_1 (…;…;…)

длина отрезка /AA_1/=…

координаты середины O(…;…;…)




z
yz
xz
O
y
xy
x


z
A
O
y
A_x
x

Рене Декарт

- французский философ, математик, физик и физиолог. Заложил основы аналитической геометрии, дал понятия переменной величины и функции, ввел многие алгебраические обозначения.
- Декарту принадлежит заслуга создания современных систем обозначений: он ввел знаки переменных величин (x, y, z...), коэффициентов (a, b, c...), обозначение степеней (a2, x-1...).
- Декарт является одним из авторов теории уравнений: им сформулировано правило знаков для определения числа положительных и отрицательных корней, поставил вопрос о границах действительных корней и выдвинул проблему приводимости, т. е. представления целой рациональной функции с рациональными коэффициентами в виде произведения двух функций этого рода и многое другое..

Наза

Домашнее задание

1. Проработать конспект по теме №1

2. С.134-139 (учебник)

3. Найти длину отрезка АВ, если А(-6;3;5), В (-1;5;-2) и координаты его середины