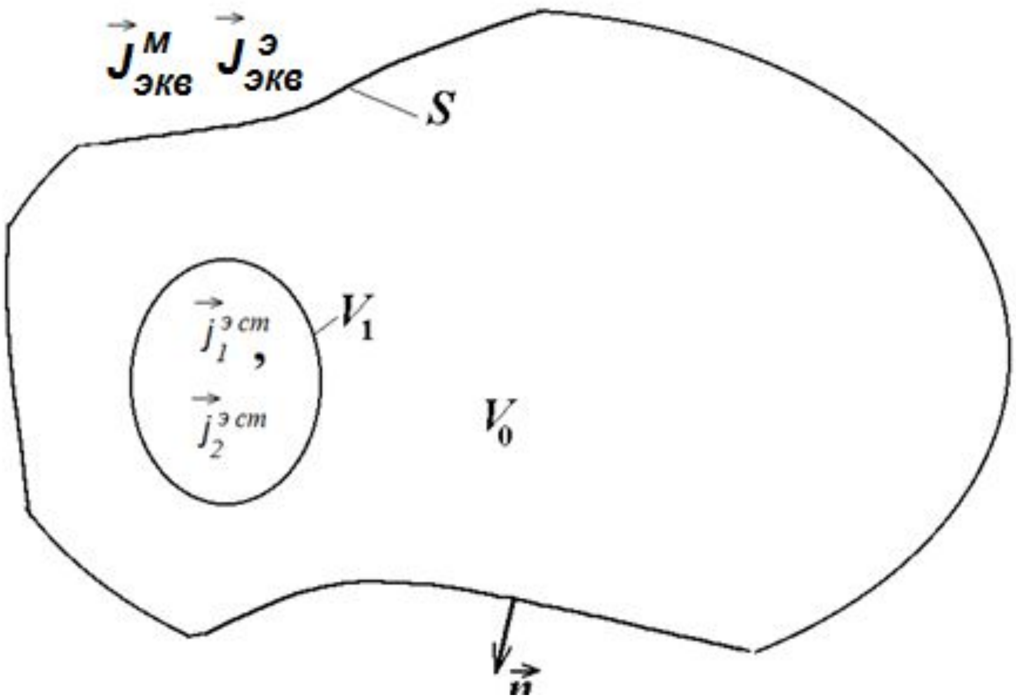
Тема 2. ИЗЛУЧЕНИЕ ЭМВ В СВОБОДНОЕ ПРОСТРАНСТВО

Лекция №6 (6). Поле системы элементарных излучателей

1. Принцип Гюйгенса-Кирхгофа.
2. Излучатель Гюйгенса.
3. Принцип получения остронаправленного излучения.

1 Принцип Гюйгенса-Кирхгофа

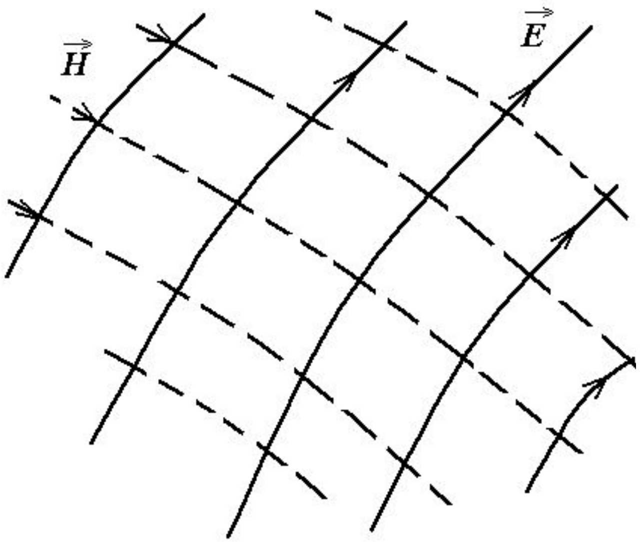
В случаях, когда распределение токов в системе не известно, например, в апертурных антеннах, используются распределение полей на эквивалентных поверхностях.



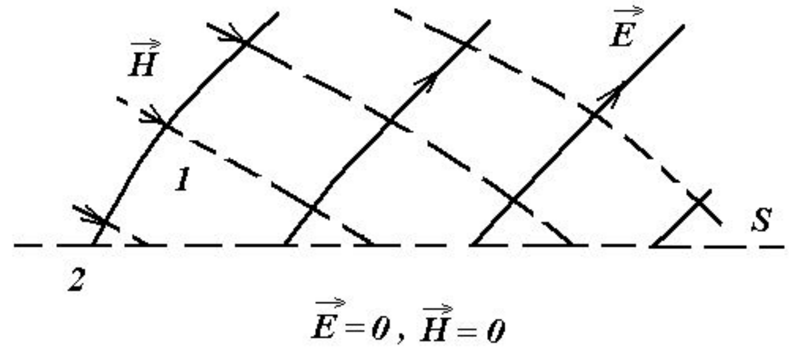
Реальные источники тока заменяются на эквивалентные, расположенные не внутри объема, а на его поверхности.

Введение эквивалентных поверхностей

Исходное поле:



После преобразований:



Условия на фиктивной границе раздела *S* должны быть такими, чтобы их действие оказалось эквивалентным отображенному полю. Для устранения разрывов силовых линий на границе должны присутствовать токи или заряды:

$$\vec{J}^{\,э}_{экв} = [\vec{n}, \vec{H}^{S}] \qquad \vec{J}^{\,м}_{экв} = [\vec{E}^{S}, \vec{n}]$$

$$\rho = \varepsilon_0 \varepsilon \, (\vec{E}^{S}, \vec{n}) \qquad \rho^{м} = \mu_0 \mu \, (\vec{H}^{S}, \vec{n})$$

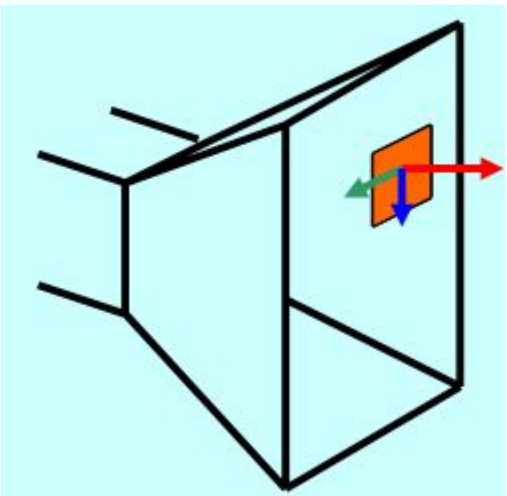
Принцип Гюйгенса-Кирхгофа: *Каждый элемент волнового фронта можно рассматривать как центр вторичного возмущения, порождающего вторичные сферические волны, а результирующее поле в каждой точке пространства будет определяться интерференцией этих волн.*

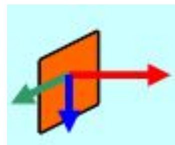
Математическая формулировка – Кирхгоф.

Фронт волны - поверхность, отделяющую область, в которой в данный момент уже имеют место колебания, от области, в которую волна еще не успела распространиться.
В случае монохроматических ЭМВ, распространяющихся в неограниченной области, под фронтом волны понимают любую поверхность равных фаз.
Результат использования принципа Гюйгенса- Кирхгофа:
Поле в объеме можно рассматривать не только как результат излучения реальных сторонних источников (электрических токов и зарядов), но и как результат излучения эквивалентных источников, распределенных на некоторой поверхности. При этом для определения источников достаточно знать поле на поверхности.

2 Излучатель Гюйгенса

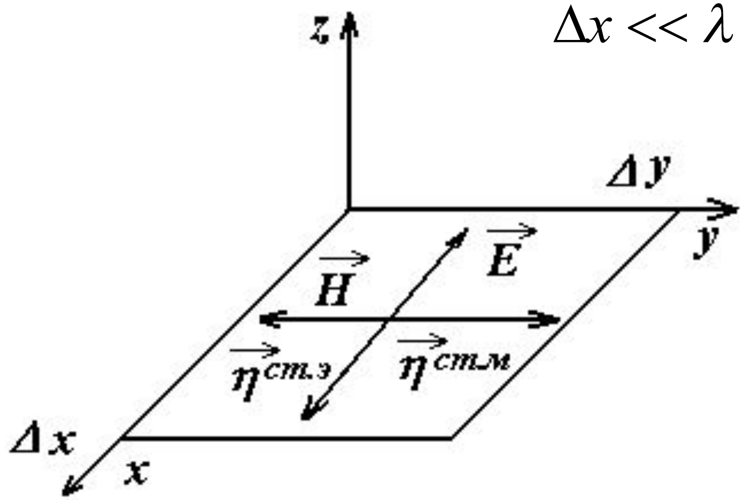
Элемент Гюйгенса - элементы поверхности S с заданным распределением поля, которые могут фигурировать как элементарные излучатели.



 - элемент Гюйгенса

$$\Delta S = \Delta x \times \Delta y$$

$$\Delta x << \lambda \qquad \Delta y << \lambda$$



Поверхностные токи выражаются через распределение полей на поверхности элемента:

$$\vec{\eta}^{\,ст.э} = [\vec{z}, \vec{H}] \qquad \vec{\eta}^{\,ст.м} = [\vec{E}, \vec{z}]$$

Элемент Гюйгенса – комбинированный излучатель, составленный из элементарных электрического и магнитного диполей.

Поле в дальней зоне:

$$\vec{E} = -\frac{ik\left|\vec{\eta}^{\,ст.э}\right|\Delta S W_0}{4\pi}(1+\cos\theta)\left(\vec{\theta}\sin\varphi - \vec{\varphi}\cos\varphi\right)\frac{\exp(-ikr)}{r}$$

$$\vec{H} = -\frac{ik\left|\vec{\eta}^{\,ст.э}\right|\Delta S}{4\pi}(1+\cos\theta)\left(\vec{\theta}\cos\varphi + \vec{\varphi}\sin\varphi\right)\frac{\exp(-ikr)}{r}$$

Анализ структуры поля в дальней зоне:

1. Структура поля отличается от структуры полей элементарных излучателей, на основе которых данный элемент образован: имеет две компоненты, а не одну.
2. Характеристика направленности является векторной величиной

$$\vec{F}(\theta,\varphi) = \vec{\theta}\,F_\theta(\theta,\varphi) + \vec{\varphi}\,F_\varphi(\theta,\varphi)$$

$$F_\theta = (1+\cos\theta)\sin\varphi \qquad F_\varphi = (1+\cos\theta)\cos\varphi$$

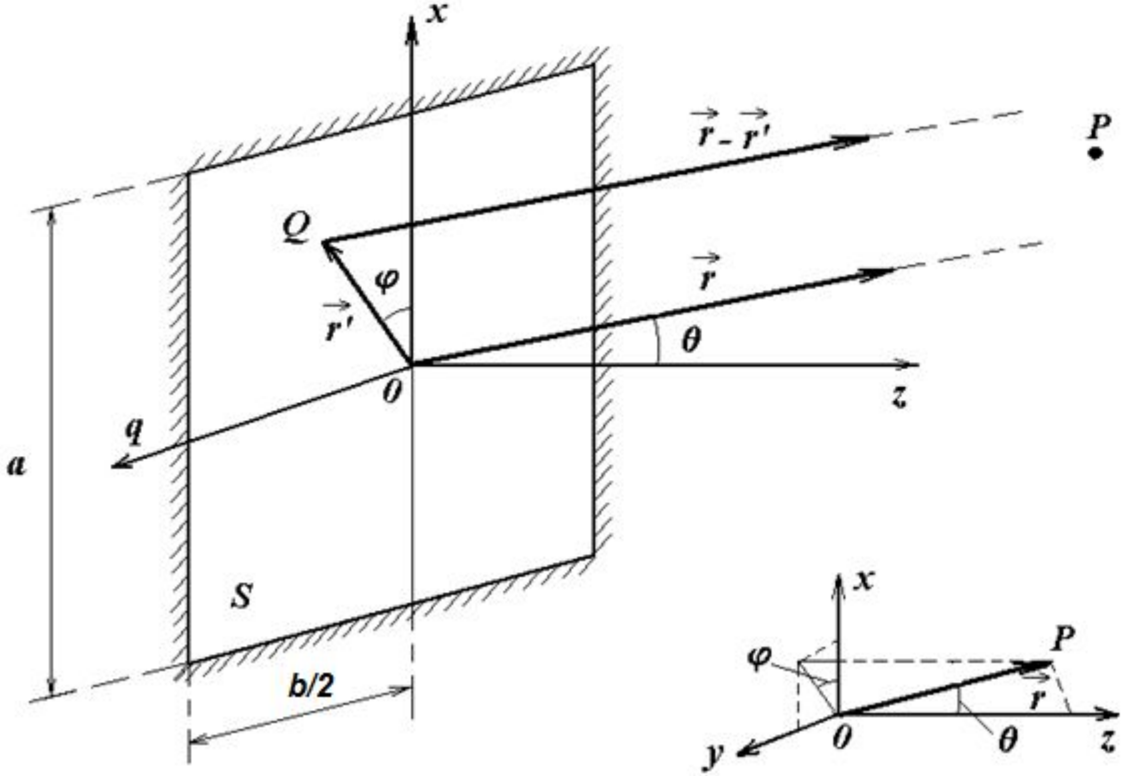
3. Вектор Пойнтинга

$$\Pi_R = \Pi_R = \frac{1}{2}\left(E_\theta H_\varphi^* - E_\varphi H_\theta^*\right) = \frac{k^2 (E_m^S)^2 \Delta S^2}{32\pi^2 W_0 r^2}\left(1+\cos\theta\right)^2$$

3 Принцип получения остронаправленного излучения

Рассмотрим на примере излучения из прямоугольного отверстия в металлическом экране.

Реальный источник находится за экраном. Известно распределение полей в раскрыве отверстия: $\vec{E}^{\,S}_{m} = \vec{i}_x E_0 \qquad \vec{H}^{\,S}_{m} = \vec{i}_y \dfrac{E_0}{W}$



Отверстие размером $a \times b$ можно рассматривать как непрерывную систему элементов Гюйгенса.

Преобразование выражение для компоненты поля в дальней зоне:

$$\vec{E}_m = \vec{i}_x \frac{ikE_0}{4\pi} \int_S (1+\cos\theta')\left\{\vec{\theta}_0 \cos\varphi' - \vec{\varphi}_0 \sin\varphi'\right\} \frac{\exp\left(-ik\left|\vec{r}-\vec{r}'\right|\right)}{\left|\vec{r}-\vec{r}'\right|} ds'$$

1. Отнесем точку наблюдения на бесконечность. Отсюда следует,
   - векторы $\left|\vec{r}-\vec{r}'\right|$ и $\vec{r}$ могут считаться параллельными;
   - все точки поверхности S имеют одинаковые угловые координаты $\theta'=\theta$ и $\phi'=\phi$;
   - множитель $\dfrac{1}{\left|\vec{r}-\vec{r}'\right|}$ можно заменить на $\dfrac{1}{\left|\vec{r}\right|}=\dfrac{1}{r}$;
   - множитель $\exp(-ikr)$ описывает фазу и пока не преобразуется.

В итоге имеем:

$$\vec{E}_m = \vec{i}_x \frac{ikE_0}{4\pi}(1+\cos\theta)\left\{\vec{\theta}_0 \cos\varphi - \vec{\varphi}_0 \sin\varphi\right\} \int_{-a/2}^{a/2}\int_{-b/2}^{b/2} \exp\left(-ik\left|\vec{r}-\vec{r}'\right|\right) dx'\,dy'$$

2. Представим выражение $\left|\vec{r}-\vec{r}'\right|$ в виде разложения в ряд:

$$\left|\vec{r}-\vec{r}'\right| = \sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2} =$$

$$= \sqrt{r^2-2(xx'+yy')+x'^2+y'^2} = r - \frac{xx'+yy'}{r}$$

3. Подставим полученное выражение в множитель $\exp(-ikr)$:

$$\int\limits_{-a/2}^{a/2}\int\limits_{-b/2}^{b/2}\exp(ik\frac{xx'+yy'}{r})dx'dy' = \int\limits_{-a/2}^{a/2}\exp(\frac{ikxx'}{2r})dx'\int\limits_{-b/2}^{b/2}\exp(\frac{ikyy'}{2r})dy' =$$

$$= ab\frac{\sin\left(\frac{kax}{2r}\right)}{\frac{kax}{2r}}\cdot\frac{\sin\left(\frac{kby}{2r}\right)}{\frac{kby}{2r}}$$

В итоге преобразований получаем:

$$\vec{E}_m = \vec{i}E_0 ab\frac{\exp(-ikr)}{4\pi r}\left\{\vec{\theta}_0\cos\varphi-\vec{\varphi}_0\sin\varphi\right\}(1+\cos\theta)\times$$

$$\times\frac{\sin\left(\frac{ka\sin\theta\cos\varphi}{2}\right)}{\frac{ka\sin\theta\cos\varphi}{2}}\cdot\frac{\sin\left(\frac{kb\sin\theta\sin\varphi}{2}\right)}{\frac{kb\sin\theta\sin\varphi}{2}}$$

Анализ характеристики направленности:

$$F(\theta,\varphi)=\underbrace{(1+\cos\theta)}_{\substack{\text{х−ка направленности}\\ \text{элемента Гюйгенса}}}\underbrace{\left|\frac{\sin u}{u}\right|\left|\frac{\sin v}{v}\right|}_{\substack{\text{интерференционные}\\ \text{множители}}}$$

где $u=\dfrac{ka}{2}\sin\theta\cos\varphi$, $v=\dfrac{kb}{2}\sin\theta\sin\varphi$.

При a>>λ и b>>λ интерференционный множитель фактически определяет характеристику направленности в области малых θ.

***E*-плоскость** (плоскость ориентации вектора $\vec{E}$): ϕ=0

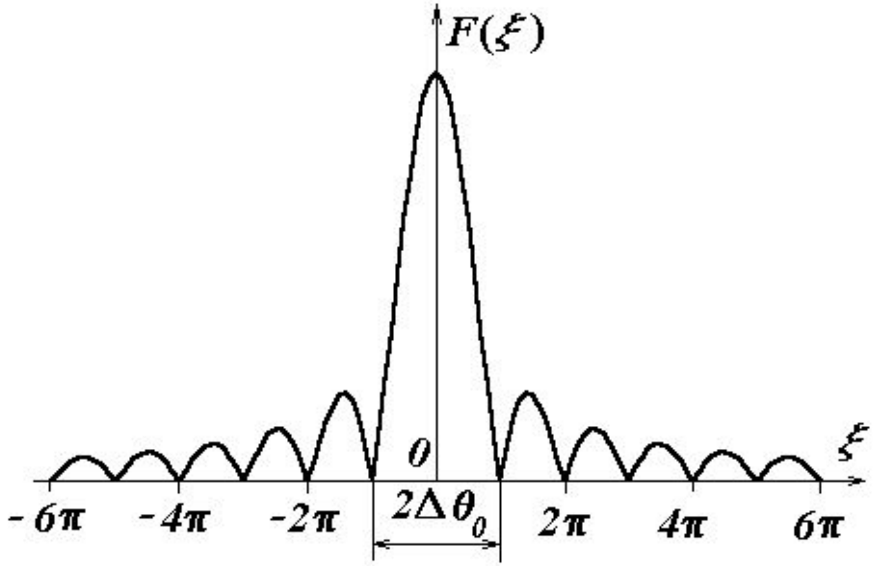
$$F^{E}(\theta)=(1+\cos\theta)\left|\frac{\sin\xi^{E}}{\xi^{E}}\right|$$

***H*-плоскость** (плоскость ориентации вектора $\vec{H}$): ϕ=π/2

$$F^{H}(\theta)=(1+\cos\theta)\left|\frac{\sin\xi^{H}}{\xi^{H}}\right|$$

где $\xi^{E}=\dfrac{ka}{2}\sin\theta$, $\xi^{H}=\dfrac{kb}{2}\sin\theta\cdot$

График функции $F(\xi) = \left|\frac{\sin\xi}{\xi}\right|$



Угловая ширина «луча» как зоны, ограниченной ближайшими к главному максимуму нулями, называется ***диаграммой направленности по нулевому уровню*** и определяется при выполнении условий: $2\Delta\theta_0^E \approx \frac{2\lambda}{a}$ $\quad 2\Delta\theta_0^H \approx \frac{2\lambda}{b}$

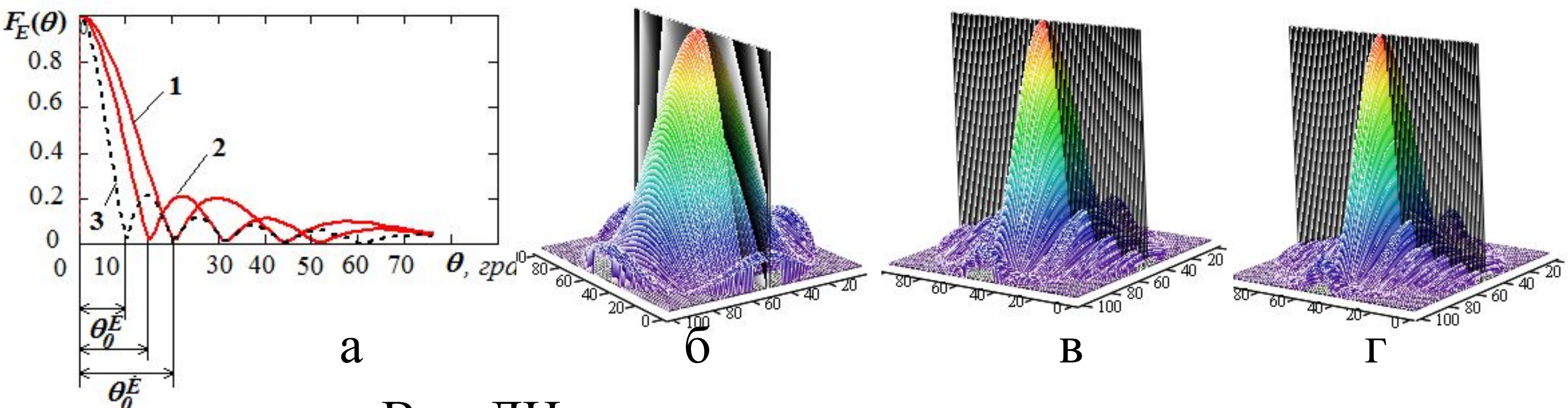
Принцип получения остронаправленного излучения:

- суперпозиция слабонаправленных источников;
- одинаковая ориентация источников;
- синфазность токов.

Ширина ДН в зависимости от размера отверстия

Таблица 1 – Зависимость между размером прямоугольного отверстия и полушириной главного лепестка ДН «по нулям»

Размер отверстия a/λ	**Полуширина ДН по нулям** θ_0^E **, град**	**Номер кривой на графике**
1,432	20	1 и рисунок «б»
3,82	15	2 и рисунок «в»
5,73	10	3 и рисунок «г»



а б в г

Вид ДН в зависимости от отверстия