Тема: Определение вероятности

Вероятность события характеризует степень объективной возможности этого события.

Классическое определение вероятности основано на понятии равновозможности элементарных событий и вычисляется по правилу:

Если событие **A** состоит из **m** элементарных событий **ω** (эти события называются благоприятствующими событию **A**), а количество всех элементарных событий **n**, то вероятность события **A** вычисляют по формуле:

$$\boxed{P(A) = \frac{m}{n}}$$

Статистическое определение основано на свойстве устойчивости частоты появления события А при осуществлении достаточно большого количества комплекса условий G.

ПРИМЕР: При большом числе подбрасываний монеты были получены следующие результаты, известные из истории развития теории вероятности:

	Кол-во испытаний	**Герб**	**Частота**
Бюффон	**4040 раз**	**2048**	**0,5080**
Пирсон	**12000 раз**	**6019**	**0,5016**
Пирсон	**24000 раз**	**12012**	**0,5005**

Анализ частоты выпадения герба показывает, что при увеличении числа экспериментов она близка к определенному положительному числу: **P(A) = 0,5.**

Пример. Выпущено 100 лотерейных билетов, причем установлены призы, из которых 8 по1 руб. 2-по 5 руб.и 1-10 руб. Найти вероятность того, что купленный билет выиграл:

а) 5 рублей; б) не более 5 рублей.

Решение: а) Общее число исходов равно числу выпущенных билетов **n =100**. Благоприятное число исходов равно числу с выигрышем в 5 руб. **m =2**. Тогда искомая вероятность равна: **P(A) = 0,02.**

б) Условие выигрыш “не более 5 рублей” означает, что купленный билет должен иметь выигрыш, равный 1 руб. (таких билетов 8), либо выигрыш, равный 5 руб. (таких билетов 2). Общее число исходов **n = 100**, число благоприятных исходов **m = 8+2=10**. Тогда: **P(A) = 0,1**.

Основные свойства вероятности:

1. Вероятность достоверного события равна **1**.
2. Вероятность невозможного события равна **0**.
3. Каждому случайному событию **А** поставлено в соответствие число **Р(А)**, такое, что

$$\mathbf{0 \le P(A) \le 1.}$$

Это число называют вероятностью события **А**.

4. Сумма вероятностей противоположных событий всегда равна единице:

$$p(A) + p\left(\overline{A}\right) = 1$$

Тема: Теоремы сложения и умножения вероятностей

Условной вероятностью события **А** при условии **В** (обозначается **р (А|В)**) называют вероятность,

вычисленную при условии, что событие В уже произошло и, тем самым, изменило ход эксперимента.

События называют **зависимыми**, если наступление одного из них изменяет вероятность появления другого.

События называют **независимыми**, если происхождение одного из них никак не влияет на вероятность появления другого.

Теорема сложения совместных событий.

Вероятность суммы 2-х совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления:

$$\mathbf{p\ (A + B) = p(A) + p(B) - p(A \cdot B).}$$

Теорема сложения несовместных событий.

Вероятность суммы 2-х несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий:

$$\mathbf{p\ (A + B) = p(A) + p(B).}$$

Следствие теорем сложения:

Если $\mathbf{A_1, A_2, \ldots, A_n}$ - полная группа событий, то сумма их вероятностей **всегда равна единице**.

Пример. В порт приходят корабли только из трех пунктов отправления. Вероятность появления корабля из первого пункта равна **0,2**, из второго пункта – **0,6**. Найти вероятность прибытия корабля из третьего пункта.

Решение. Обозначим $\mathbf{p\,(A_i)}$ – вероятность прибытия корабля из пункта **i.**

Из свойств вероятности следует, что:

$$p(A_1)+p\left(A_2\right)+p(A_3)=1$$

Тогда искомая вероятность прибытия корабля из 3-го пункта отправления равна

$$\mathbf{p\,(A_3) = 1 - 0{,}2 - 0{,}6 = 0{,}2.}$$

Пример. Два стрелка делают по одному выстрелу в мишень. Вероятность попадания первого стрелка – **0,9**;второго стрелка – **0,8**. Найти вероятность того, что в мишень попадет только один стрелок.

Решение: а) Пусть событие **А** – в мишень попадет

только один стрелок. Введем события: $\mathbf{A_1}$ – в мишень попадет 1-ый стрелок; $\mathbf{A_2}$– в мишень попадет 2-ой стрелок. По условию: $\mathbf{p(A_1) = 0{,}9;}$ $\mathbf{p(A_2) = 0{,}8.}$ Вероятности промахов стрелков:

$$\mathbf{p\,(\bar{A}_1) = 1 - 0{,}9 = 0{,}1; \qquad p\,(\bar{A}_2) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2.}$$

Событие **А** означает: в мишень попадет только 1-ый стрелок (т. е. 1-ый попадет **и** 2-ой промахнётся) **или** попадет только 2-ой стрелок (т.е. 1-ый промахнётся **и** 2-ой попадет). Тогда

Найти вероятность того, что **В** – мишень будет поражена. Событие **В** произойдет, если в мишень попадет **хотя бы один** стрелок: **или** только первый, **или** только второй, **или** оба (**и** первый, **и** второй). Тогда искомая вероятность:

$$\mathbf{P\ (B) = 0{,}9 \cdot 0{,}2 + 0{,}1 \cdot 0{,}8 + 0{,}9 \cdot 0{,}8 =}$$

$$\mathbf{= 0{,}18 + 0{,}08 + 0{,}72 = \underline{0{,}98.}}$$

Найти вероятность события **В** также можно по теореме сложения совместных событий $\mathbf{A_1}$ и $\mathbf{A_2}$.

$$P(B) = P(A_1 + A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 A_2)$$

$$\mathbf{= 0{,}9 + 0{,}8 - 0{,}9 \cdot 0{,}8 = 1{,}7 - 0{,}72 = \underline{0{,}98.}}$$

Домашнее задание

1. Найти вероятность того, что наудачу выбранное двузначное число делится без остатка:

а) на 8; б) на 8 и на 3.

2. Два стрелка делают по одному выстрелу в мишень. Вероятность попадания первого стрелка - 0,6; второго стрелка - 0,3. Найти вероятность того, что:

а) в мишень попадет только один стрелок;

б) оба промахнутся.

3. В первом ящике 7 красных и 11 синих шаров, во втором – 5 красных и 9 синих. Из произвольного ящика достают один шар. Найти вероятность того, что он будет синего цвета.

Тема: Задания для тестирования по Математике

Дидактическая единица: Основания математики.

Задание №1. Установите правильное соответствие между утверждением и его формулировкой:

1. Параллелограммом называется четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.
2. Через любые две различные точки проходит прямая, и притом только одна.
3. В прямоугольном треугольнике квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

Варианты ответов:

А) теорема Б) определение С) аксиома

Ответ: 1. Б) 2. С) 3. А)

Задание №2. (Выбрать один вариант ответа)

Заданы множества **A={1, 2, 3} и B={1, 2, 3, 4, 5}.**
Верным для них будет утверждение …

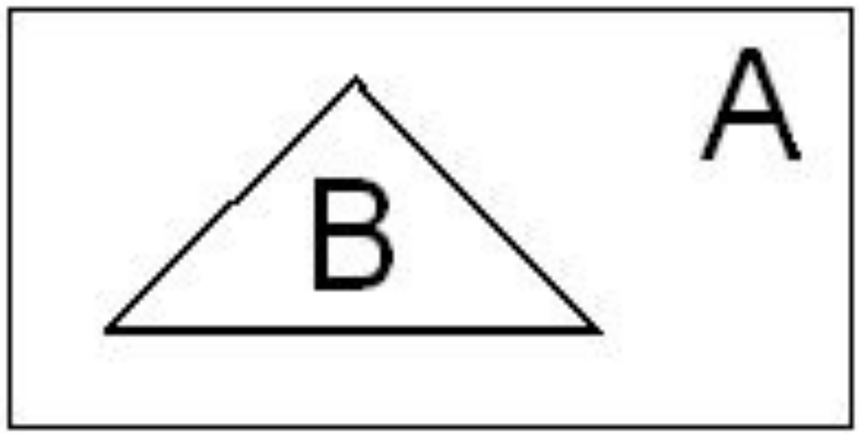
Варианты ответов:

1. Множества A и B не имеют общих элементов.
2. Множества A и B равны.
3. Множество A включает в себя множество B.
4. Множество A есть подмножество множества B.

Ответ: пункт №4.

Задание №3. (Выбрать один вариант ответа)

Пусть **A** и **B** множества, изображенные на рисунке:



Тогда объединением этих множеств является:

Варианты ответов: **1) B** **2) A**

3) A\B **4) Ø**

Ответ: пункт №2. **А**.

Задание №4. (Выбрать один вариант ответа)

Количество комбинаций, которое можно получить путем перестановки букв, входящих в слово «WORD», равно …

Варианты ответов:

1) **16**
2) **20**
3) **24**
4) **8**

Ответ: пункт № 3, т.е. количество перестановок

$$\mathbf{P_4 = 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24.}$$

<u>Задание №5.</u> (Выбрать один вариант ответа)

Количество различных двузначных чисел, которые можно составить из цифр 1, 2, 3, 4 (все цифры различны) равно …

<u>Варианты ответов:</u>

1) 6 **2) 24**

3) 4 **4) 12**

<u>Ответ:</u> пункт №4., т.е. количество размещений

$$A_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}{1\cdot 2} = 3\cdot 4 = 12$$

Задание №6. (Выбрать один вариант ответа)

Количество разных способов выбора (порядок не имеет значения) 2 томов из 12-ти томного собрания сочинений Л.Н. Толстого, равно …

Варианты ответов: **1) 24** **2) 132**

3) 66 **4) 2**

Ответ: пункт № 3, т.е. количество сочетаний

$$C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!},$$

$$C_{12}^2 = \frac{12!}{2! \cdot (12-2)!} = \frac{12!}{2! \cdot 10!} = \frac{11 \cdot 12}{2} = \frac{11 \cdot 6}{1} = 66$$

Дидактическая единица. Теория вероятностей.

Задание №7. (Выбрать один вариант ответа)

Игральный кубик бросают один раз. Вероятность того, что на верхней грани выпадет число очков, больше чем три, равна …

Варианты ответов:

1) $\frac{1}{2}$ **2)** $\frac{1}{3}$

3) 0 **4)** 1

Ответ: пункт № 1, т.е. выпадет или 4, или 5, или 6.

Задание №8. (Выбрать один вариант ответа)

Для посева берут семена из двух пакетов. Вероятность прорастания семян в первом и втором пакетах соответственно равна 0,9 и 0,7. Если взять по одному семени из каждого пакета, то вероятность того, что оба они прорастут, равна …

Варианты ответов: **1) 0,63** **2) 0,9**

3) 1,6 **4) 0,8**

Ответ: пункт № 1, т.к. согласно теоремы умножения вероятностей независимых событий **$0,9 \cdot 0,7 = 0,63$.**

Задание №11. (Выбрать один вариант ответа)

В урне находятся шесть шаров: три белых и три черных. Событие А – «вынули белый шар». Событие В – « вынули черный шар». Если опыт состоит в выборе только одного шара, то для этих событий **неверным** будет утверждение…

Варианты ответов:

1) «События А и В несовместны»
2) «События А и В равновероятны»
3) «Событие А невозможно»
4) «Вероятность события В равна 0,5»

Ответ: пункт № 3, другие пункты – верные утверждения.

<u>Задание №12.</u> (Выбрать один вариант ответа)

Вероятность наступления некоторого события **не может** быть равна …

<u>Варианты ответов:</u>

1) 0 **2)** $\frac{1}{2}$

3) 1 **4) 2**

<u>Ответ:</u> пункт № 4, по свойствам вероятности.