$\sin x = a$

$\cos x = a$

$tg\, x = a$

$ctg\, x = a$

ПРОСТЕЙШИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

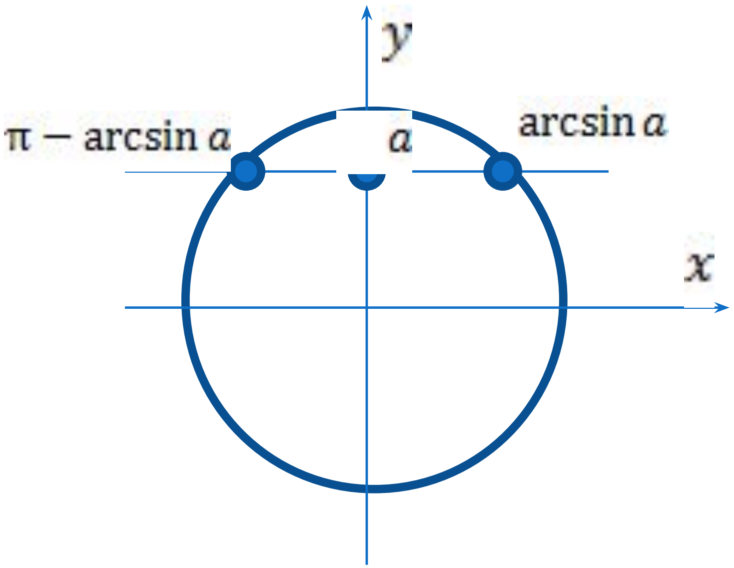
Учитель 1 квалификационной категории Алейникова Л.В.

МБОУ «Гатчинская средняя общеобразовательная школа №1»

арксинус и решение уравнений sin x=a

Решим при помощи числовой окружности уравнение sin x=a, Ial<1.

Корни, симметричные относительно оси ОУ можно записать как



$$x=\left[\begin{array}{l} arcsin a+2\pi k, \\ \pi - arcsin a+2\pi k, k\epsilon Z \end{array}\right.$$

В общем виде $x=(-1)^n$arcsin a+Пn, nϵZ

$\sin x = -a$, $| a | < 1$

$x=(-1)^{n+1}\arcsin a+\Pi n$, $n\epsilon Z$

Частные случаи:

$a = 0$

$x = \pi n,$

$n \epsilon Z$

$a = -1$

$x = \pi/2+ 2 \pi n,$

$n\epsilon Z$

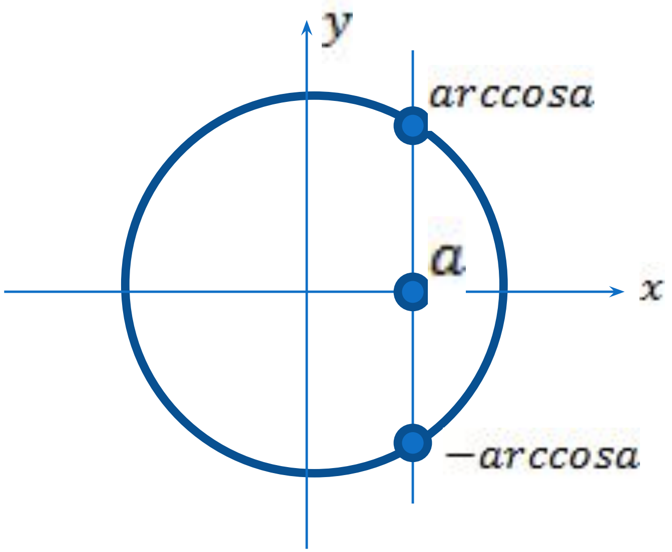
$a = 1$

$x = \pi/2 + 2\pi n, n\epsilon Z$

арккосинус и решение уравнений cos x=a

Решим при помощи числовой окружности уравнение cos x=a, IaI<1. Корни, симметричные относительно оси ОХ можно записать как

$$x = \left[\begin{array}{l} \arccos a + 2\pi k \\ -\arccos a + 2\pi k, k\epsilon Z \end{array}\right.$$



В общем виде x=±arccos a+2Пn, nєZ

$\cos x = -a, \quad |a| < 1$

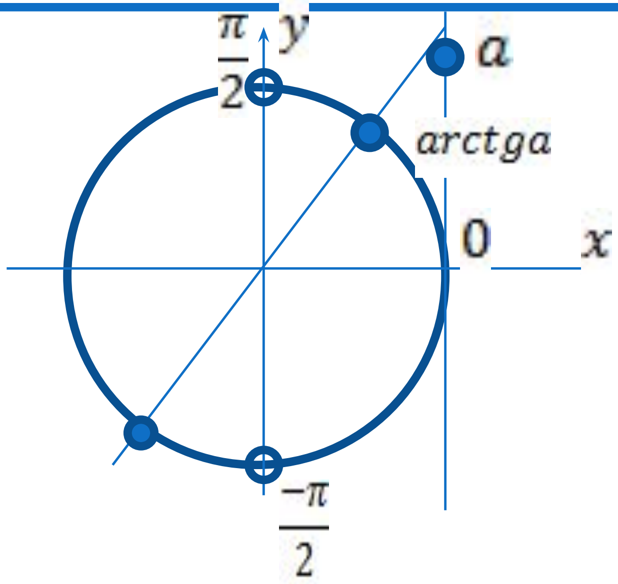
$x = \pm(\pi - \arccos a) + 2\Pi n, \ n \in Z$

<u>Частные случаи:</u>

$a = 0$	$a = -1$	$a = 1$
$x = \pi/2 + \pi n,$	$t = \pi + 2\pi n,$	$t = 2\pi n,$
$n \in Z$	$n \in Z$	$n \in Z$

арктангенс и решение уравнений tg x=a

Решим при помощи числовой окружности уравнение tg x=a.



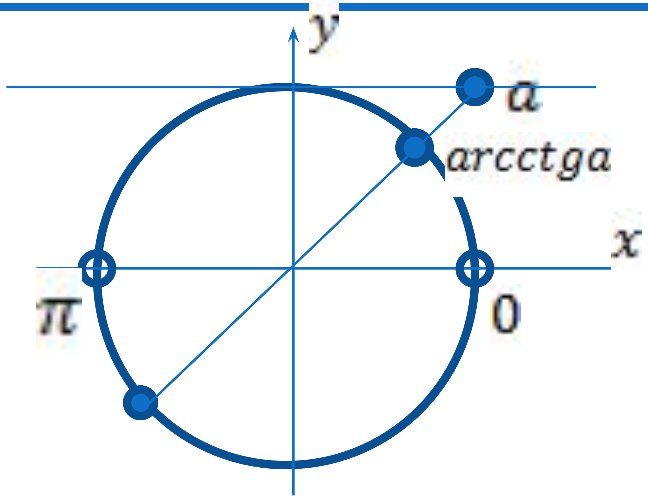
$$t = arctga + \pi k, k \epsilon Z$$

tg x = -a

$x = -\mathit{arctg}\ a + \pi n,\ n \in Z$

арккотангенс и решение уравнений ctg x=a

Решим при помощи числовой окружности уравнение ctg x=a.



$$t = arcctg a + \pi k, k \in Z$$

ctg t = -a,

$x = \pi - \mathit{arcctg}\ a + \pi n,\ n \in Z$

НАША ЗАДАЧА:
СВЕСТИ ЛЮБОЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ К ПРОСТЕЙШЕМУ ВИДУ.

ПРИМЕРЫ УРАВНЕНИЙ

$\sin 2x = \frac{1}{2}$

$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in z$

$2x = (-1)^n \ arcsin\frac{1}{2} + \pi n,$

$2x = (-1)^n \ \frac{\pi}{6} + \pi n, \quad \Big| \ \div 2$

$x = (-1)^n \ \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$

Ответ: $(-1)^n \ \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$

ПРИМЕРЫ УРАВНЕНИЙ

$$\cos\left(\frac{\pi}{3}-3x\right)=0$$

Это частный вид уравнения cos t=0,
t= $\frac{\pi}{2}+\pi k, k \in Z$

$$\frac{\pi}{3}-3x=\frac{\pi}{2}+\pi k,$$

$$-3x=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}+\pi k,$$

$$-3x=\frac{\pi}{6}+\pi k, \quad \Big| \div(-3)$$

$$x=-\frac{\pi}{18}+\frac{\pi k}{3}, k \in Z$$

$$Ответ: x=-\frac{\pi}{18}+\frac{\pi k}{3}, k \in Z$$

ПРИМЕРЫ УРАВНЕНИЙ

$$tg\left(4x-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

x = arctg a + πk,k ϵ z

$$4x-\frac{\pi}{6}=arctg\frac{\sqrt{3}}{3}+\pi k, k\epsilon Z$$

$$4x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}+\pi k,$$

$$4x=\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}+\pi k,$$

$$4x=\frac{\pi}{3}+\pi k, \quad \Big| :4$$

$$x=\frac{\pi}{12}+\frac{\pi k}{4}, k\in Z$$

$$Ответ:\frac{\pi}{12}+\frac{\pi k}{4}, k\in Z$$

Пример 1: 1 и 2 примеры являются частными случаями, а значит есть готовое значение для решения.

$$1.\ \sin\left(x+\frac{\pi}{5}\right)=1$$

$$x+\frac{\pi}{5}=\frac{\pi}{2}+2\pi n$$

$$x=0,3\pi+2\pi n,\ n\in Z$$

Ответ: $0,3\pi+2\pi n,\ n\in Z$.

$$2.\ \cos\left(5x+\frac{\pi}{8}\right)=-1$$

$$5x+\frac{\pi}{8}=\pi+2\pi n$$

$$5x=\frac{7\pi}{8}+2\pi n$$

$$x=\frac{7\pi}{40}+\frac{2\pi}{5}n,\ n\in Z$$

Ответ: $\frac{7\pi}{40}+\frac{2\pi}{5}n,\ n\in Z$.

3. $\operatorname{tg}\left(8x-\frac{\pi}{3}\right)=-1$

$$8x-\frac{\pi}{3}=-\frac{\pi}{4}+\pi n$$

$$8x=\frac{\pi}{12}+\pi n \mid 8$$

$$x=\frac{\pi}{96}+\frac{\pi}{8}n,\ n\in Z$$

Ответ: $\frac{\pi}{96}+\frac{\pi}{8}n,\ n\in Z$.

4. $\operatorname{ctg}\left(\frac{x}{4}+\frac{\pi}{3}\right)=-1$

$$\frac{x}{4}+\frac{\pi}{3}=-\frac{\pi}{4}+\pi n$$

$$\frac{x}{4}=-\frac{7\pi}{12}+\pi n$$

$$x=-\frac{7\pi}{3}+3\pi n,\ n\in Z$$

Ответ: $-\frac{7\pi}{3}+3\pi n,\ n\in Z$.

Пример 2

1. $\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$

$2x+\frac{\pi}{3}=(-1)^n\arcsin\frac{1}{2}+\pi n$

$2x+\frac{\pi}{3}=(-1)^n\frac{\pi}{6}+\pi n$

$2x=(-1)^n\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{3}+\pi n$

$x=(-1)^n\frac{\pi}{12}-\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{2}n,\ n\in Z$

Ответ: $(-1)^n\frac{\pi}{12}-\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{2}n,\ n\in Z$.

2 $\operatorname{tg}\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=8$

$2x+\frac{\pi}{6}=\operatorname{arctg}8+\pi n$

(*arctg 8* – не табличное значение, поэтому в решении он так и остается)

$2x=\operatorname{arctg}8-\frac{\pi}{6}+\pi n$

$x=\frac{\operatorname{arctg}8}{2}-\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{2}n,\ n\in Z$

Ответ: $\frac{\operatorname{arctg}8}{2}-\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{2}n,\ n\in Z$.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА №1

Вариант I

$$1)\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2) 2\cos x - \sqrt{3} = 0$$

$$3) \sqrt{2}\sin x + 1 = 0$$

$$4) tgx + \sqrt{3} = 0$$

Вариант II

$$1)\sin x = \frac{1}{2}$$

$$2) \sqrt{2}\cos x - 1 = 0$$

$$3) 2\sin x + \sqrt{3} = 0$$

$$4) tgx - \frac{1}{\sqrt{3}} = 0$$

Самостоятельная работа №2 (каждый решает только свое уравнение в соответствии с номером в списке

1. $\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=0$
2. $\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=0$
3. $\operatorname{tg}\left(\frac{x}{3}+\frac{\pi}{4}\right)=0$
4. $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{6}+x\right)=0$
5. $\sin\left(x+\frac{\pi}{5}\right)=1$
6. $\cos\left(\frac{x}{4}-\frac{\pi}{7}\right)=1$
7. $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{5}+2x\right)=1$
8. $\operatorname{ctg}\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)=1$
9. $\sin\left(3x-\frac{\pi}{5}\right)=-1$
10. $\cos\left(5x+\frac{\pi}{8}\right)=-1$
11. $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3}-\frac{x}{2}\right)=-1$
12. $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4}-3x\right)=-1$
13. $\sin\left(4x+\frac{\pi}{5}\right)=0$
14. $\cos\left(\frac{x}{5}-\frac{\pi}{6}\right)=0$
15. $\operatorname{tg}\left(5x-\frac{\pi}{4}\right)=0$
16. $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{7}-3x\right)=0$
17. $\sin\left(8x-\frac{\pi}{3}\right)=-1$
18. $\cos\left(2x+\frac{\pi}{7}\right)=-1$
19. $\operatorname{tg}\left(8x-\frac{\pi}{3}\right)=-1$
20. $\operatorname{ctg}\left(9x+\frac{\pi}{7}\right)=-1$
21. $\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)=0$
22. $\cos\left(\frac{x}{3}+\frac{\pi}{4}\right)=0$
23. $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-3x\right)=-1$
24. $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{6}+\frac{x}{3}\right)=1$
25. $\sin\left(3x+\frac{\pi}{5}\right)=-1$
26. $\cos\left(4x-\frac{\pi}{6}\right)=1$
27. $\operatorname{tg}\left(5x-\frac{\pi}{7}\right)=1$
28. $\operatorname{ctg}\left(\frac{x}{4}+\frac{\pi}{3}\right)=-1$
29. $\sin\left(\frac{\pi}{3}-\frac{x}{4}\right)=1$
30. $\cos\left(\frac{\pi}{6}-\frac{x}{3}\right)=-1$