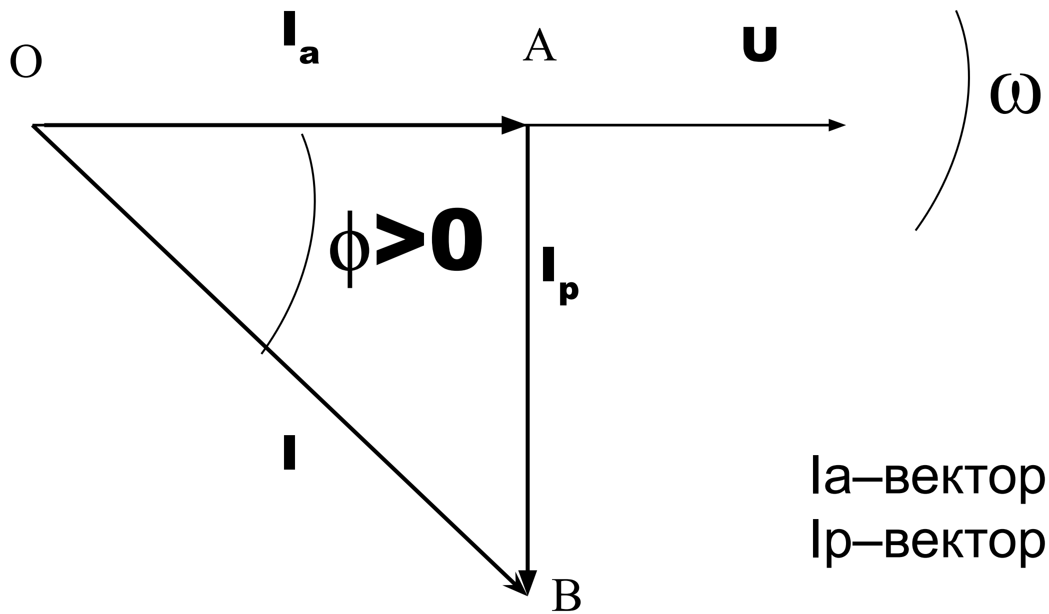
ЛЕКЦИЯ №4

РАЗВЕТВЛЕННЫЕ ЦЕПИ ОДНОФАЗНОГО ТОКА

1. Треугольники токов и проводимостей

На векторной диаграмме можно представить в виде составляющих не только вектор напряжения, но и вектор тока



Ia–вектор активного тока
Ip–вектор реактивного тока

Δ OAB – треугольник токов

$$I_a = I \cdot \cos\varphi;$$

$$I_p = I \cdot \sin\varphi;$$

$$I = \sqrt{I_a{}^2 + I_p{}^2};$$

Преобразуем эти соотношения к виду, в который войдут проводимости.

Воспользуемся соотношениями (из треугольника сопротивлений);

$$I = \frac{U}{Z}; \quad \cos\varphi = \frac{r}{Z}; \quad \sin\varphi = \frac{X}{Z};$$

$$I_a = I \cdot \cos\varphi = \frac{U}{Z} \cdot \frac{r}{Z} = U\,\frac{r}{Z^2} = U \cdot g;$$

$$\boxed{g = \frac{r}{Z^2} -}$$ активная проводимость, 1/Ом

$$I_p = I \cdot \sin\varphi = \frac{U}{Z} \cdot \frac{X}{Z} = U \frac{X}{Z^2} = U \cdot b;$$

$$\boxed{b = \frac{X}{Z^2} -}$$ реактивная проводимость, 1/Ом

$$I = \frac{U}{Z} = U \cdot y;$$

$$\boxed{y = \frac{1}{Z} -}$$ полная проводимость, 1/Ом

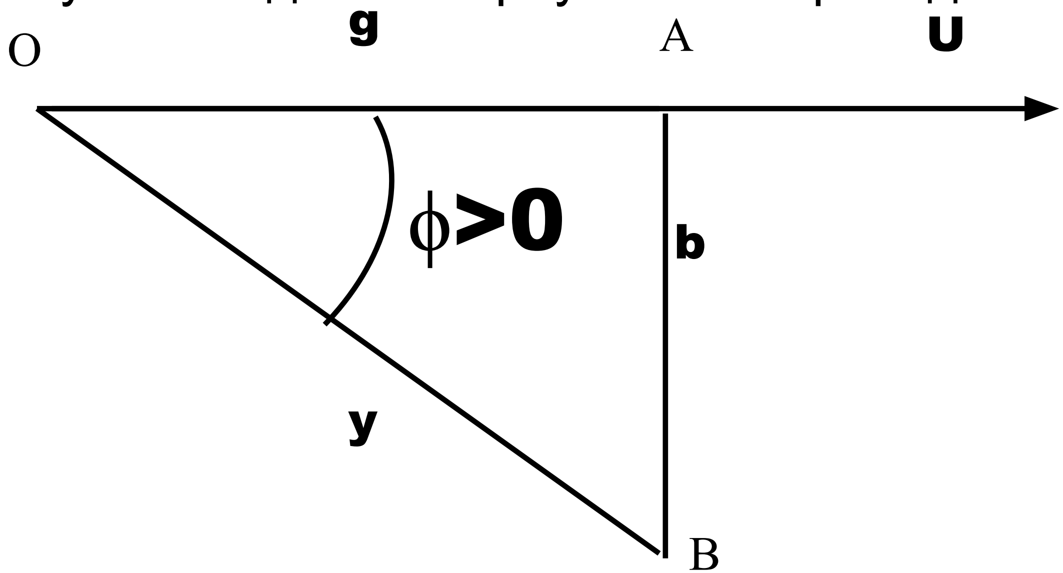
Размерность всех проводимостей одинаковая

$$r > 0; \quad z > 0; \quad \Rightarrow \quad g > 0;$$

если $X > 0; \quad \Rightarrow \quad b > 0;$ если $X < 0; \quad \Rightarrow \quad b < 0;$

Треугольник проводимостей ΔOAB

Если все стороны треугольника токов разделить на напряжение, получим подобный треугольник проводимостей.



$$cos\varphi = \frac{g}{y};$$

$$\sin\varphi = \frac{b}{y};$$

$$tg\varphi = \frac{b}{g};$$

$$\varphi = \arccos\frac{g}{y} = \arcsin\frac{b}{y} = arctg\frac{b}{g};$$

$$y = \sqrt{g^2 + b^2};$$

Полные сопротивление и проводимости взаимообратимы

$$Z = \frac{1}{y}; \qquad y = \frac{1}{Z}; \qquad y \cdot Z = 1;$$

Активные и реактивные сопротивления и проводимости взаимообратимы лишь в частных случаях:

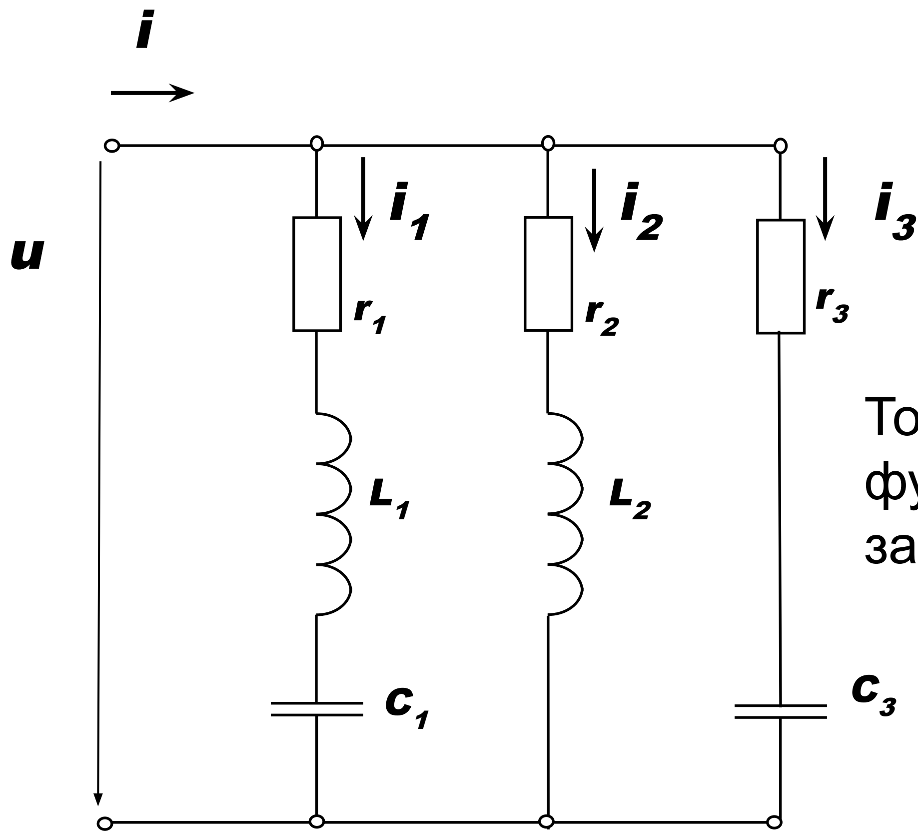
1) $r \neq 0; \quad X_L = 0; \quad X_C = 0; \quad g = \dfrac{r}{Z^2} = \dfrac{r}{r^2 + (X_L - X_C)^2} = \dfrac{1}{r};$

2) $r = 0; \quad X_L \neq 0; \quad X_C = 0; \quad b = \dfrac{(X_L - X_C)}{Z^2} = \dfrac{(X_L - X_C)}{r^2 + (X_L - X_C)^2} = \dfrac{1}{X_L} = b_L;$

3) $r = 0; \quad X_L = 0; \quad X_C \neq 0; b = \dfrac{(X_L - X_C)}{Z^2} = \dfrac{(X_L - X_C)}{r^2 + (X_L - X_C)^2} = -\dfrac{1}{X_C} = -b_C;$

$b_C = \dfrac{1}{X_C}$ (без минуса).

2. Расчет разветвленных цепей методом проводимостей



$$u = U_M \cdot \sin \omega t;$$

$$i = i_1 + i_2 + i_3$$

–алгебр. сумма мгнов. знач-й;

Токи изменяются по синусоидальным функциям времени. Поэтому можно заменить вращающимися векторами

$$\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3;$$

–геометр. сумма действ. знач-й;

Рассчитать такую цепь означает, по заданным сопротивлениям и напряжению определить величины тока ***I*** и угла сдвига ***φ***.

Метод проводимостей основан на представлении токов в ветвях в виде произведения напряжения на соответствующую проводимость.
Для неразветвленной части цепи запишем:

$$I = U \cdot y; \qquad I_a = U \cdot g; \qquad I_P = U \cdot b; \qquad \varphi = \arcsin \frac{b}{y};$$

Если на одном графике построить треугольники токов для всей цепи и параллельных ветвей, то можно сделать 3 важных вывода:

1) Активный ток в неразветвленной части цепи равен арифметической сумме активных токов в каждой из ветвей в отдельности:

$$I_a = I_{a1} + I_{a2} + I_{a3} = U \cdot g_1 + U \cdot g_2 + U \cdot g_3 = U \cdot (g_1 + g_2 + g_3) = U \cdot g;$$

Активная проводимость всей цепи равна арифметической сумме активных проводимостей каждой из ветвей в отдельности:

$$\boxed{g = g_1 + g_2 + g_3}$$

2) Реактивный ток в неразветвленной части цепи равен алгебраической сумме реактивных токов в каждой из ветвей в отдельности:

$$I_P = I_{P1} + I_{P2} + I_{P3} = U \cdot b_1 + U \cdot b_2 + U \cdot b_3 = U \cdot (b_1 + b_2 + b_3) = U \cdot b;$$

Реактивная проводимость всей цепи равна алгебраической сумме реактивных проводимостей каждой из ветвей в отдельности:

$\boxed{b = b_1 + b_2 + b_3}$ – алгебраическая сумма

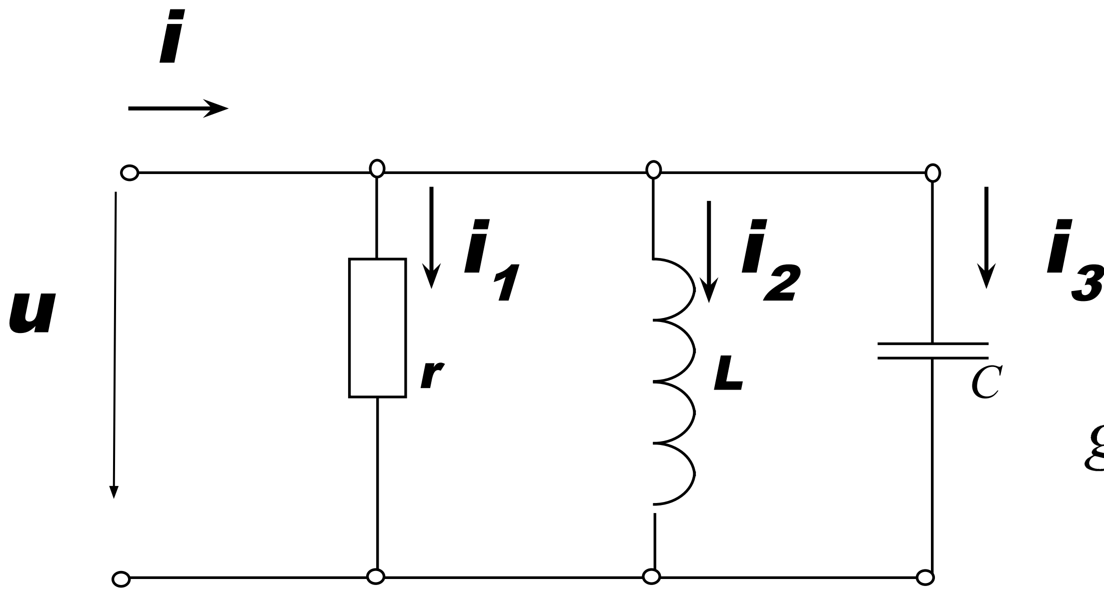
3) Полная проводимость всей схемы равна

$$y = \sqrt{g^2 + b^2};$$

Располагая полученными формулами, расчет можно вести аналитически, не прибегая к графическому построению.

3. Резонанс токов

Рассмотрим следующую простейшую разветвленную цепь:



$$u = U_M \cdot \sin \omega t;$$

$$y = \sqrt{g^2 + b^2};$$

$$g = g_1 + g_2 + g_3 = g_1$$

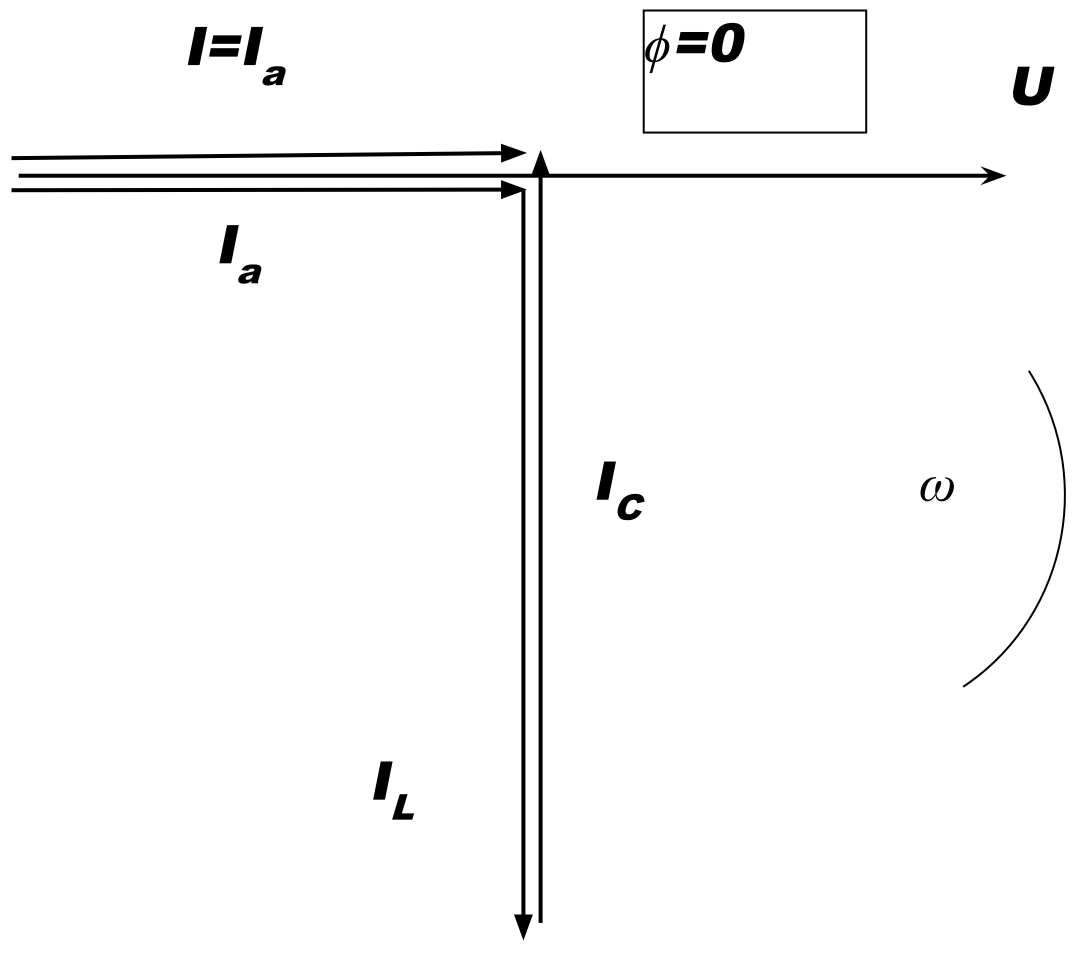
$$b = b_1 + b_2 + b_3 = 0 + \frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C} = b_L - b_C;$$

$$y = \sqrt{g^2 + (b_L - b_C)^2};$$

$\boxed{b_L = b_C}$ – Условие резонанса токов.

Векторная диаграмма при резонансе токов

В качестве исходного вектора удобно выбрать вектор напряжение.



Особенности резонанса токов

1) Полная проводимость всей цепи равна активной проводимости.

$$y = \sqrt{g^2 + (b_L - b_C)^2} = g;$$

2) ток в неразветвленной части цепи и приложенное к ней напряжение совпадают по фазе

$$cos\varphi = \frac{g}{y} = \frac{g}{g} = 1; \quad \varphi = 0;$$

3) Ток в неразветвленной части цепи достигает минимальное значение

$$I = U \cdot y = U \cdot g = I_{МИН};$$

4) Ток в неразветвленной части цепи равен активному току

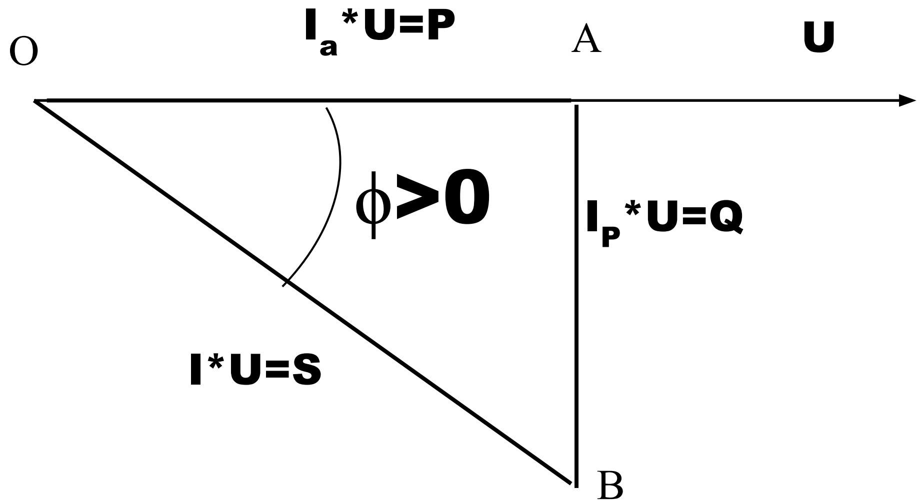
$$I = U \cdot y = U \cdot g = I_a;$$

5) Токи в ветвях с индуктивностью и емкостью равны руг другу и противоположны по направлению. Эти токи могут значительно превышать ток в неразветвленной части цепи:

$$\dot{I}_L = -\dot{I}_C;$$

4. Мощность однофазного тока. Треугольники мощностей. Коэффициент мощности.

Если все стороны треугольника токов умножить на напряжение, получим треугольник мощностей:



ΔOAB – треугольник мощностей

$S = U \cdot I$ – полная мощность, ВА

$P = I_a \cdot U = U \cdot I \cdot cos\varphi$ – активная мощность, Вт;

$Q = I_P \cdot U = U \cdot I \cdot \sin\varphi$ – реактивная мощность, ВАр

$$P = S \cdot cos\varphi; \quad Q = S \cdot \sin\varphi; \quad S = \sqrt{P^2 + Q^2};$$

КОЭФФИЦИЕНТ МОЩНОСТИ

В ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ принято $cos\varphi$ называть КОЭФФИЦИЕНТОМ МОЩНОСТИ.

Источник электроэнергии должен выбираться на полную мощность, а в приемнике в полезную преобразуется только активная мощность. Поэтому повышение коэффициента мощности представляет собой важную задачей. Это повышение может быть осуществлено различными методами:

1) Подключением параллельно входным зажимам электропитания специальных конденсаторов;

2) Применением электромашинных синхронных компенсаторов;

3) Отключением электрооборудования, работающего в режиме Холостого Хода.

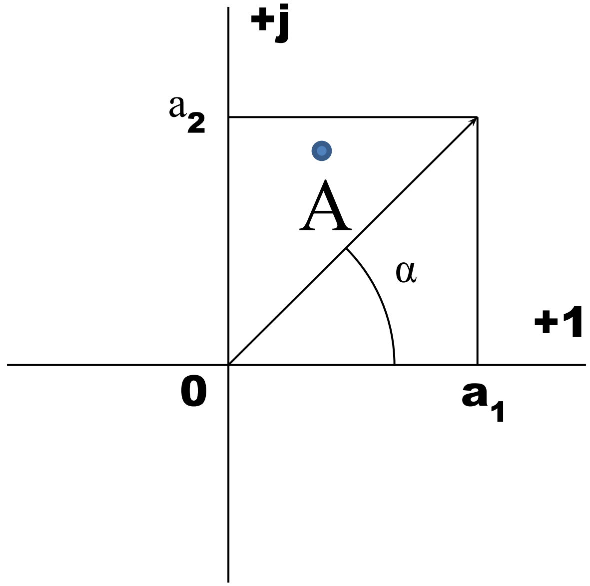
5. СИМВОЛИЧЕСКИЙ МЕТОД АНАЛИЗА И РАСЧЕТА ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

Метод основан на использовании комплексных чисел (КЧ).

Существенное упрощение расчетов достигается путем замены вращающихся векторов, изображающих синусоидальные функции времени комплексными числами. В этом случае оказывается возможным распространить все методы расчета цепей постоянного тока на цепи переменного тока.

$j = \sqrt{-1}$ – мнимая единица

Вводится понятие комплексной плоскости,



Изображение на комплексной плоскости

Вектор Комплексного Числа (КЧ) имеет две проекции a**1** и a**1** на вещественную и мнимую оси соответственно.

– **Алгебраическая форма записи КЧ**

$$\boxed{\dot{A} = a_1 + j \cdot a_2}$$

$$\left|\dot{A}\right| = a = \sqrt{{a_1}^2 + {a_2}^2}$$ – Модуль КЧ

α – аргумент КЧ

- Тригонометрическая форма записи КЧ

$$a_1 = a \cdot \cos\alpha;$$

$$a_2 = a \cdot \sin\alpha;$$

$$\boxed{\dot{A} = a(\cos\alpha + j \cdot \sin\alpha);}$$

- Показательная форма записи КЧ

Если воспользоваться формулой Эйлера , то получим показательную форму записи КЧ:

$$\boxed{\dot{A} = a \cdot e^{j\alpha};}$$

Комплексно сопряженные числа

Сопряженными называются два таких КЧ, у которых действительные части одинаковые, а мнимые отличаются только знаком. Обозначаются со звездочкой наверху

$$\overset{*}{A} = a_1 - j \cdot a_2 = a(\cos\alpha - j\sin\alpha) = a \cdot e^{-j\alpha};$$

6. ЗАКОНЫ ОМА И КИРХГОФА В СИМВОЛИЧЕСКОЙ ФОРМЕ

Закон Ома в символической форме

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}};$$

$\underline{Z} = r + j(X_L - X_C)$ – комплекс полного сопротивления;

$\underline{Y} = \dfrac{1}{\underline{Z}} = g + jb$ – комплекс полной проводимости;

Первый закон Кирхгофа в символической форме

$$\sum_{K=1}^{n} \dot{I}_K = 0;$$

Второй закон Кирхгофа в символической форме

$$\sum_{i=1}^{m} \dot{E}_i = \sum_{K=1}^{n} \dot{I}_K \cdot \underline{Z}_K;$$

Комплекс мощности

$$\dot{S} = \dot{U} \cdot \overset{*}{I} = U \cdot e^{j\psi_u} \cdot I \cdot e^{-j\psi_i} = U \cdot I \cdot e^{j(\psi_u - \psi_i)} = U \cdot I \cdot e^{j\varphi};$$

$$\dot{S} = U \cdot I \cdot (\cos\varphi + j\sin\varphi) = P + jQ;$$

Действительная часть комплекса полной мощности равна активной мощности, а мнимая часть – реактивной части.