

М.А. Киселёв

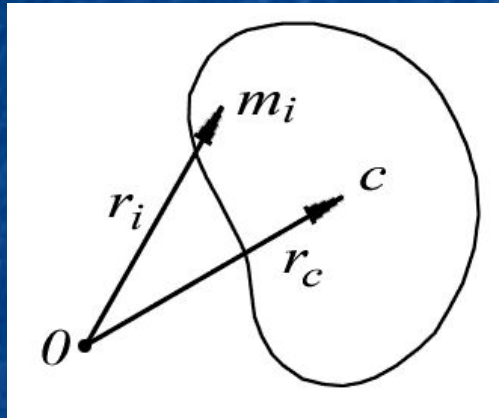
Курс «Ядерная энергетика и  
атомные реакторы»

Лекция 6

Замедление нейтронов.  
Кинематика.

ДУ, 15 октября 2014

# Система центра масс



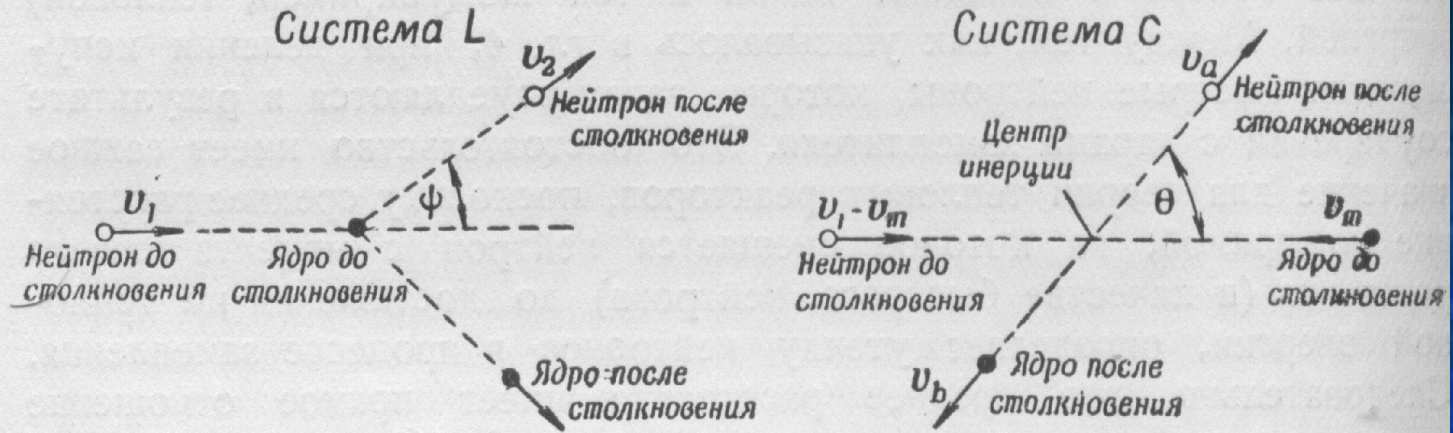
$$\vec{r}_c = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M},$$

$$\vec{v}_c = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{M} = \frac{\sum \vec{p}_i}{M}.$$

$$\vec{P}_c = M \vec{v}_c,$$

**Принцип относительности Галилея.**

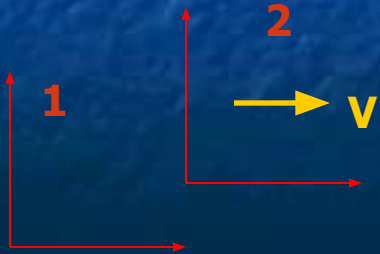
**Если импульс сохраняется в одной инерциальной системе, то он сохраняется и в любой другой системе, движущейся относительно нее с произвольной скоростью прямолинейно и равномерно**



Ф и г. 35. Рассеяние нейтрона в лабораторной системе координат (L) и в системе координат центра инерции (С).

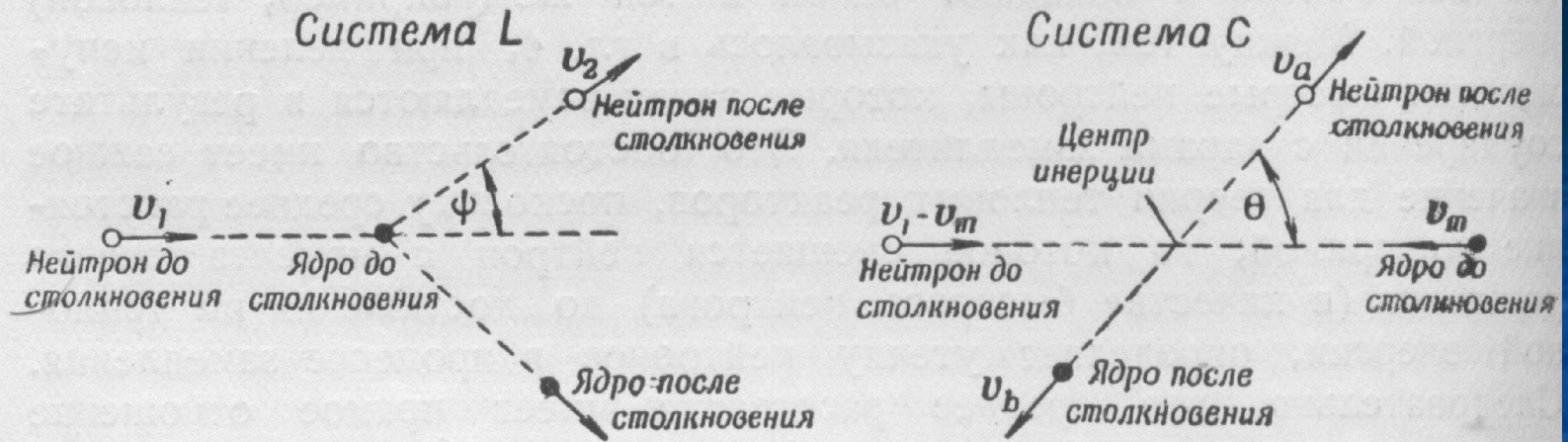
$$\vec{v}_c = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{M} = \frac{\sum \vec{p}_i}{M} \quad \xrightarrow{\text{Полагаем } m_n=1} \quad v_m = \frac{v_1}{A+1}$$

Если инерциальная система 2 движется со скоростью  $v$  относительно системы 1, то скорости частицы в этих системах связаны соотношением  $v_1 = v + v_2$



Отсюда скорость нейтрона в системе С равна  $v_1 - v_m$

Скорость ядра в системе С равна  $-v_m$



Ф и г. 35. Рассеяние нейтрона в лабораторной системе координат (L) и в системе координат центра инерции (С).

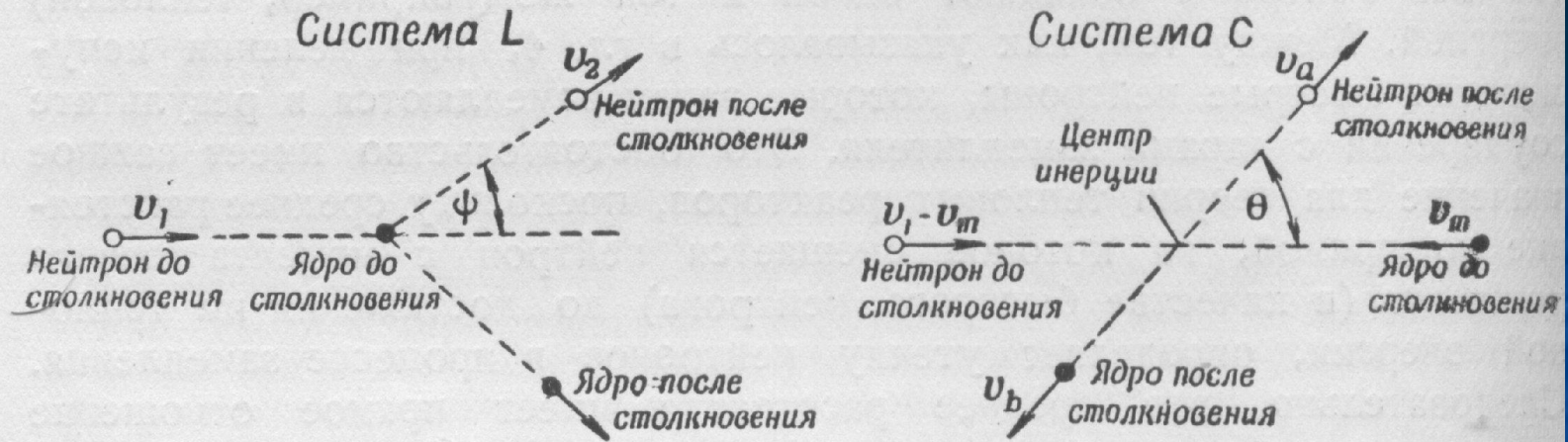
В системе С нейтрон и ядро движутся навстречу друг другу со скоростями

$$v_1 - v_m = \frac{A \cdot v_1}{A + 1} \quad v_m = \frac{v_1}{A + 1}$$

и импульсами

$$\frac{A \cdot v_1}{A + 1} \quad \frac{A \cdot v_1}{A + 1} \quad \longrightarrow$$

**Полный импульс системы относительно центра инерции до столкновения равен 0. Он будет равен нулю и после столкновения в силу закона сохранения импульса**



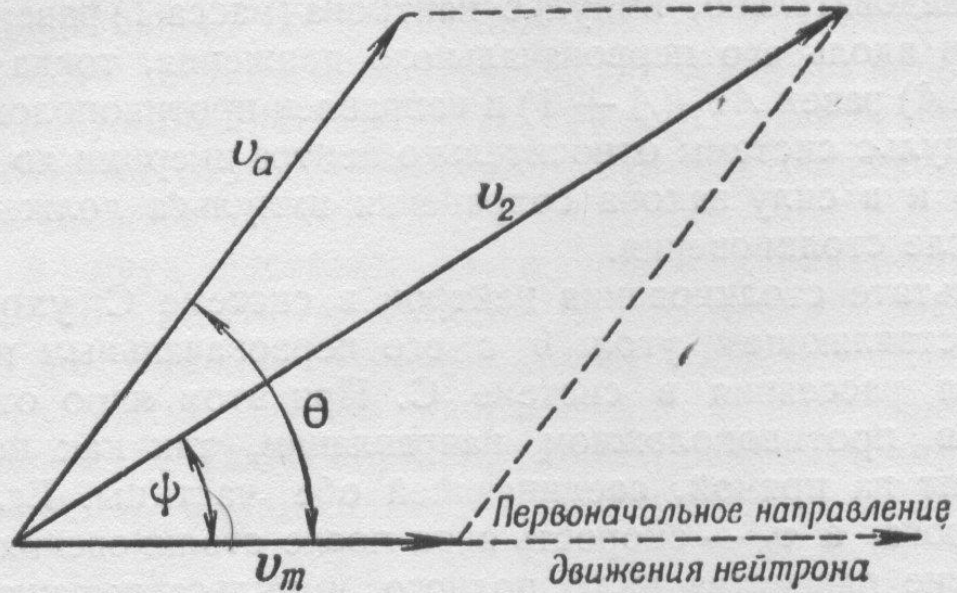
Ф и г. 35. Рассеяние нейтрона в лабораторной системе координат (L) и в системе координат центра инерции (C).

Из закона сохранения импульса  $v_a = A \cdot v_b$

Из закона сохранения энергии  $\frac{1}{2} \cdot \left( \frac{A \cdot v_1}{A+1} \right)^2 + \frac{1}{2} \cdot A \cdot \left( \frac{v_1}{A+1} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot v_a^2 + A \frac{1}{2} \cdot v_b^2$

Решение системы  $v_a = \frac{A \cdot v_1}{A+1}$   $v_b = \frac{v_1}{A+1}$

# Энергия нейтрона после соударения



Ф и г. 36. Преобразование от системы С  
к системе L.

$$v_2^2 = v_m^2 + v_a^2 + 2v_m v_a \cos \Theta$$

$$v_2^2 = \left( \frac{v_1}{A+1} \right)^2 + \left( \frac{A \cdot v_1}{A+1} \right)^2 + \frac{2 \cdot A \cdot v_1^2}{(A+1)^2} \cdot \cos \Theta = \frac{v_1^2 \cdot (A^2 + 2A \cos \Theta + 1)}{(A+1)^2}$$

# Изменение энергии нейтрона при рассеянии

Энергия нейтрона до рассеяния

$$E_1 = \frac{1}{2} m \cdot v_1^2$$

Энергия нейтрона после рассеяния

$$E_2 = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{A^2 + 2A \cos \Theta + 1}{(A+1)^2} \quad (*)$$

Определим  $\alpha \equiv \left( \frac{A-1}{A+1} \right)^2$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{2} \cdot [(1 + \alpha) + (1 - \alpha) \cdot \cos \Theta]$$

# Максимальная потеря энергии

Максимальная потеря энергии нейтрона происходит при  $\theta=\pi$

$$\frac{E_{\min}}{E_1} = \alpha \quad \longrightarrow \quad \frac{E_1 - E_{\min}}{E_1} = 1 - \alpha$$

Разлагая в ряд по степеням  $1/A$

$$\alpha = 1 - \frac{4}{A} + \frac{8}{A^2} - \frac{12}{A^3} +$$

Для  $A \geq 5$

$$\alpha \approx 1 - \frac{4}{A} \qquad 1 - \alpha \approx \frac{4}{A}$$



Скользкий удар,  $\Theta=0$  – соответствует неизменной энергии нейтрона до и после соударения

Лобовой удар,  $\Theta=\pi$  – соответствует максимальной потере энергии нейтроном. Потеря энергии будет зависеть от атомного номера ядра рассеивателя.

$$\frac{\Delta E_{\max}}{E_1} = 1 - \alpha \approx \frac{4}{A}$$

# Закон рассеяния

В системе центра инерции рассеяние нейтронов сферически симметрично для нейтронов с энергией меньше нескольких Мэв

Вероятность того, что нейтрон рассеялся под углом  $\Theta$

$$p(\Theta) \cdot d\Theta = \frac{d\Omega}{4\pi} = \frac{2\pi \cdot \sin \Theta \cdot d\Theta}{4\pi} = \frac{1}{2} \cdot \sin \Theta \cdot d\Theta$$

Вероятность того, что нейтрон рассеялся с энергией  $E_2$

$$p(\Theta) \cdot d\Theta = p(E_2) \cdot dE_2 \longrightarrow p(E_2) \cdot dE_2 = p(\Theta) \frac{d\Theta}{dE_2} \cdot dE_2$$

где  $E_2$  и  $\Theta$  связаны соотношением

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{2} \cdot [(1 + \alpha) + (1 - \alpha) \cdot \cos \Theta] \longrightarrow \text{Отсюда определяем } dE_2/d\Theta$$

Используя значение производной

$$\frac{d\Theta}{dE_2} = -\frac{2}{E_1 \cdot (1 - \alpha) \cdot \sin \Theta}$$

Получаем

$$p(E_2) \cdot dE_2 = -\frac{1}{E_1 \cdot (1 - \alpha)} \cdot dE_2$$

Учитывая, что  $\Delta E_{\max} = E_1 \cdot (1 - \alpha)$

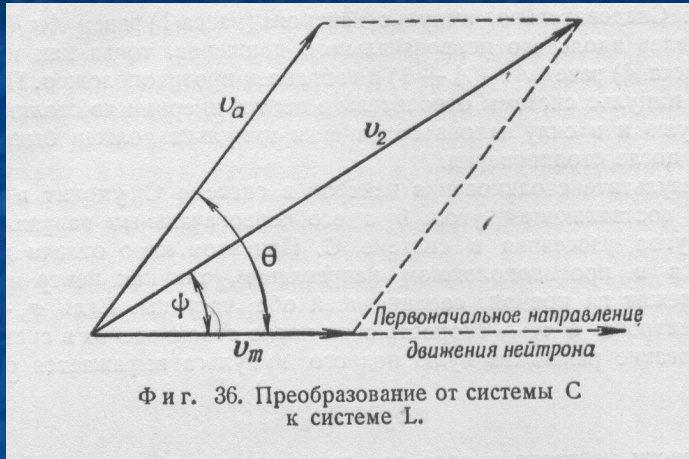
Получаем, что распределение нейтронов по энергиям не зависит от конечной энергии и определяется значением максимальной потери энергии

$$p(E_2) = \frac{1}{\Delta E_{\max}}$$

# Проверка правильности распределения

$$\int_{E_1}^{\alpha E_1} p(E_2) \cdot dE_2 = -\frac{1}{E_1(1-\alpha)} \cdot \int_{E_1}^{\alpha E_1} dE_2$$

# Асимметрия рассеяния в лабораторной системе



Из рис. 36 видно, что

$$v_2 \cos \Psi = v_a \cos \Theta + v_m = \frac{A v_1}{A+1} \cos \Theta + \frac{v_1}{A+1}$$

Из уравнения (\*) следует

$$v_2 = \frac{v_1}{A+1} \cdot \sqrt{A^2 + 2A \cos \Theta + 1}$$

Из этих двух уравнений получаем

$$\cos \Psi = \frac{A \cos \Theta + 1}{\sqrt{A^2 + 2A \cos \Theta + 1}}$$

Резонансы при замедлении  
нейтронов.  
Формула Брейта - Вигнера

# Зависимость полного сечения взаимодействия нейтрона с ядром от энергии

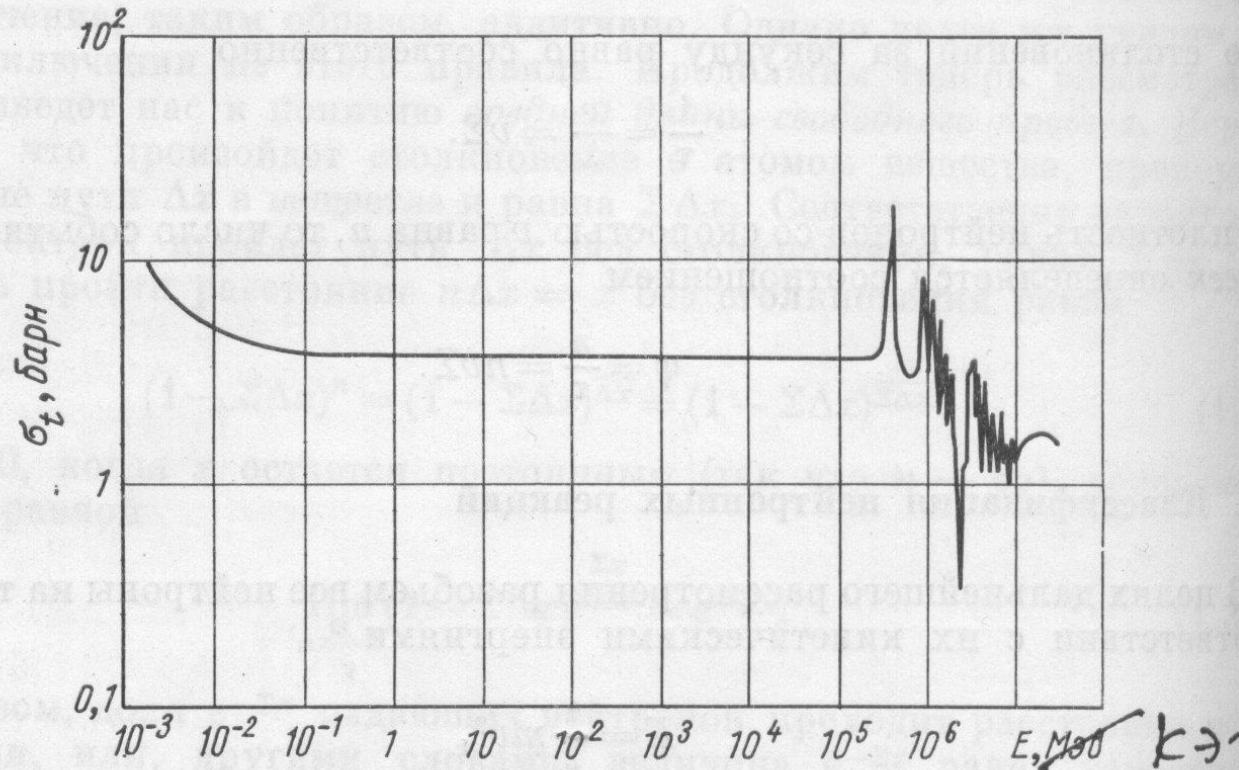
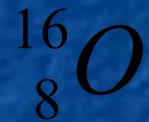
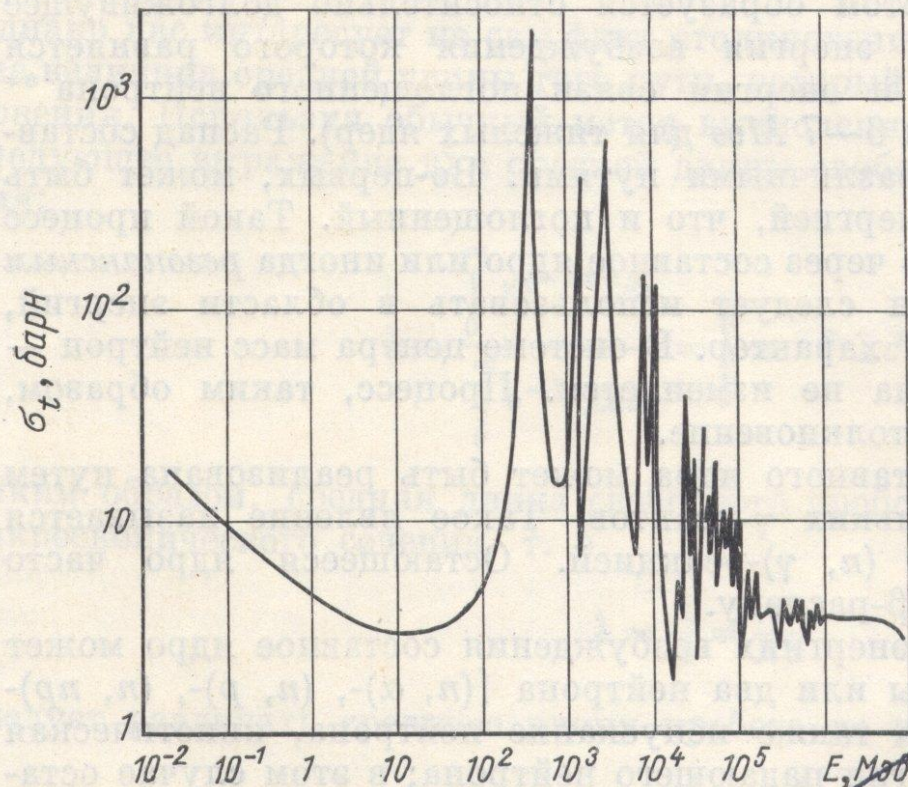


Рис. 1.3.1. Полное сечение кислорода как функция энергии нейтронов.



# Зависимость полного сечения взаимодействия нейтрона с ядром от энергии

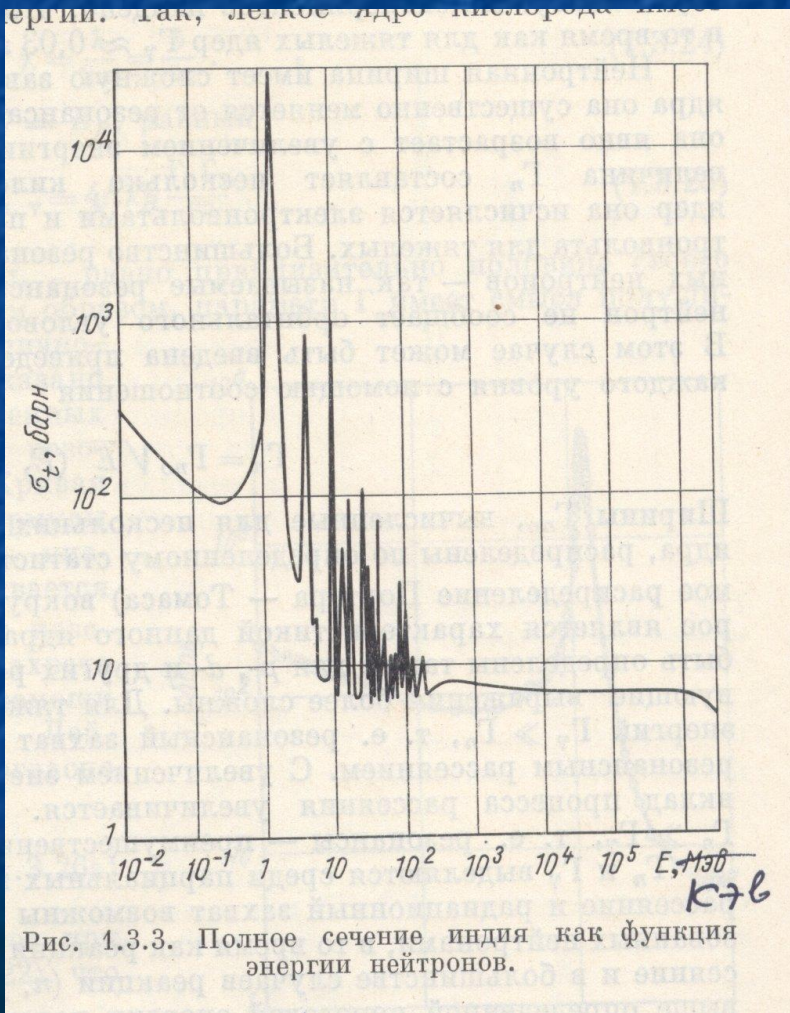


$^{55}_{25}\text{Mn}$

Рис. 1.3.2. Полное сечение марганца как функция энергии нейтронов.



# Зависимость полного сечения взаимодействия нейтрона с ядром от энергии



$^{115}_{49}\text{In}$

# Ширины резонансов

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} = \frac{h}{2\pi\tau}$$

$$h = 6.63 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{сек}$$

Для  $\Gamma = 1 \text{ эВ}$   $\tau = 7 \cdot 10^{-16}$   
сек

$$v \left[ \frac{\text{см}}{\text{сек}} \right] = 1.38 \cdot 10^6 \cdot \sqrt{E[\text{эВ}]}$$

$$\tau_{\text{пролета}} = \frac{1.24 \cdot 10^{-18}}{\sqrt{E[\text{эВ}]}} [\text{сек}]$$

$$R = 1.4 \cdot 10^{-13} \cdot A^{1/3} [\text{см}]$$

Для  $^{238}\text{U}$   $R = 8.5$   
 $\cdot 10^{-13} \text{ см}$

$$\lambda = \frac{0.3 \cdot 10^{-8}}{\sqrt{E[\text{эВ}]}} [\text{см}]$$

Для тепловых нейтронов с энергией  $E=0.04$  эв время пролета ядра урана составляет  $6 \cdot 10^{-18}$  сек.

Такому времени пролета соответствует ширина уровня

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} = 1.1 \cdot 10^{-4} \text{ эв}$$

$$\Gamma = \Gamma_{\gamma} + \Gamma_n + \Gamma_{\alpha} + \Gamma_f$$

Для медленных и промежуточных нейтронов

# Формула Брейта-Вигнера

$$\sigma_{n,\gamma}(E) = \pi \cdot \lambda^2 \frac{\Gamma_n \cdot \Gamma_\gamma}{(E - E_R)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

Для медленных и промежуточных нейтронов

$$\Gamma_n = \Gamma_{n0} \cdot \sqrt{E} \quad \text{с учетом этого получаем закон}$$

$$\sigma_{n,\gamma}(E) \approx \frac{1}{v} \quad \text{Общий случай} \quad \sigma_{n,x}(E) \approx \frac{1}{v} \quad \text{где } x=\gamma, a, n, f$$

Получить выражения:

1. 
$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{2} \cdot [(1 + \alpha) + (1 - \alpha) \cdot \cos \Theta]$$

2. 
$$\alpha = 1 - \frac{4}{A} + \frac{8}{A^2} - \frac{12}{A^3} +$$

3. Посчитать  $dE_2/d\Theta$

4. Доказать, что для тяжелых ядер углы рассеяния нейтрона в лабораторной системе и в системе центра масс совпадают.

5. Получить выражение для элемента телесного угла  $d\Omega$