

Индуктивті байланысқан элементтері бар тізбектер. Шарғыларды үйлесімді және қарсы қосу. Индуктивті байланысқан элементтердің бірізді және параллель жалғануы. Индуктивті байланысқан элементтері бар тізбектерді талдау әдістері.

Тізбектің бір контурында немесе бір элементінде ток өзгерген кезде басқа контурда немесе басқа элементте э.қ.к. пайда болса, онда осы екі контурды немесе екі элементті бір-бірімен индуктивті байланысқан (магнитті байланысқан) дейді, ал екінші контурда немесе екінші элементте пайда болған э.қ.к.-ті өзаралық индукцияның э.қ.к.-і деп атайды.

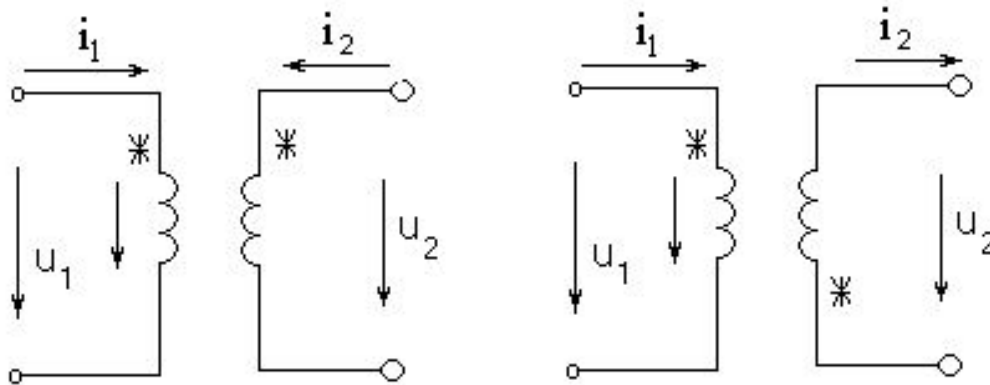
Өзара қатар орналасқан, орам сандары w_1 және w_2 тең екі индуктивті орамамен i_1 және i_2 токтары жүрсе, онда әр ораманың барлық магнит сызықтары екінші ораманың орамдарымен ілінісуі мүмкін, яғни $\Phi_{21} = \Phi_{11}$, $\Phi_{12} = \Phi_{22}$. Сондықтан мұндай тізбектерді талдау кезінде орамалардың өздерінің ағын ілінісулерінен (Ψ_{11} және Ψ_{22}) басқа қосымша ағын ілінісулерін (Ψ_{12} және Ψ_{21}) есепке алу керек. Бірінші ораманың өзіндік ағын ілінісуі $\Psi_{11} = \Phi_{11} w_1 = L_1 i_1$, бірінші ораманың тогының әсерінен пайда болған екінші орамадағы қосымша ағын ілінісуі $\Psi_{21} = \Phi_{21} w_2 = \Phi_{11} w_2 = M_{21} i_1$, мұндағы $M_{21} = \Psi_{21} / i_1$ — пропорционалдық коэффициент, өзара индуктивтік деп аталады. Бұл өрнектерден $L_1 / M_{21} = w_1 / w_2$.

Екінші ораманың өзіндік ағын ілінісуі $\Psi_{22} = \Phi_{22} w_2 = L_2 i_2$, екінші ораманың тогының әсерінен пайда болған бірінші орамадағы қосымша ағын ілінісуі $\Psi_{12} = \Phi_{12} w_1 = \Phi_{22} w_1 = M_{12} i_2$. Бұл өрнектерден $L_2 / M_{12} = w_2 / w_1$. Көрсетілген екі қатынастан $M_{12} M_{21} = L_1 L_2$ екендігін көруге болады. Тәжірибе $M_{12} = M_{21} = M$ екендігін көрсетеді. Демек, өзаралық индуктивтілік $M = \sqrt{L_1 L_2}$.

Егер бір ораманың магнит сызықтарының тек біраз бөлігі ғана екінші орамамен ілініссе, яғни $\Phi_{21} < \Phi_{11}$, $\Phi_{12} < \Phi_{22}$ болса, онда өзаралық индуктивтілік $M = K$, мұндағы $K = M / \dots$ байланыс коэффициенті деп аталады. Бұл коэффициенттің мәні бірден кіші $K < 1$, өйткені $\Phi_{21} < \Phi_{11}$, $\Phi_{12} < \Phi_{22}$, яғни бір ораманың магнит ағыны екінші ораманы толық қамтымайды.

Өзаралық индуктивтілік токтардың мәндері мен бағыттарына тәуелді емес, ол орамалардың құрылысымен және өзара орналасуымен анықталады. Қарастырылған екі ораманың толық ағын ілінісуі Ψ екі құраушыдан тұрады. Құраушылар токтардың бағыттарына және өзара орналасуына байланысты қосылуы немесе бірі бірінен алынуы мүмкін. Сұлбада орамалардың аттас ұштарын (қысқыштарын) нүктелер арқылы белгілейді.

Егер токтардың бағыттары орамалардың аттас ұштарына байланысты бірдей болса, онда орамалар өзара үйлесімді қосылған. Бұл жағдайда бірінші ораманың толық ағын ілінісуі $\Psi_1 = \Psi_{11} + \Psi_{12}$, ал екінші ораманың толық ағын ілінісуі $\Psi_2 = \Psi_{22} + \Psi_{21}$. Егер токтар бағыттары орамалардың аттас ұштарына байланысты бірдей болмаса, онда орамалар өзара қарсы қосылған. Бұл кезде бірінші ораманың толық ағын ілінісуі $\Psi_1 = \Psi_{11} - \Psi_{12}$, ал екінші ораманың толық ағын ілінісуі $\Psi_2 = \Psi_{22} - \Psi_{21}$.



Өзаралық индукцияның э.қ.к-і. Егер өзаралық ағын ілінісуі уақытқа тәуелді өзгерсе, онда орамаларда өзаралық индукцияның э.қ.к.-тері пайда болады: $e_{2M} = -d\Psi_{21}/dt$, немесе $e_{2M} = -Mdi_1/dt$, ал бірінші орамада $e_{1M} = -d\Psi_{12}/dt$, немесе $e_{1M} = -Mdi_2/dt$.

Екінші орамада пайда болған өзіндік индукция э.к.к.-і бірінші орамадағы токтың өзгерісіне қарсы әсер етеді.

$$u_1 = u_{11} + u_{12} = L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{21} \frac{di_2}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt},$$

$$u_2 = u_{21} + u_{22} = M_{12} \frac{di_1}{dt} + L_{22} \frac{di_2}{dt} = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt},$$

$$M_{12} = M_{21} = M.$$

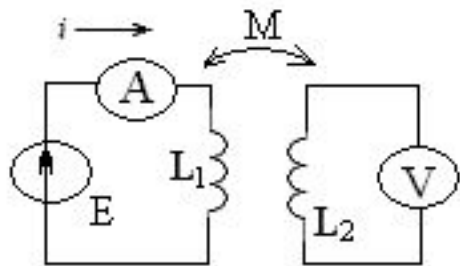
Комплекстік түрде: $\underline{U}_1 = j\omega L_1 \underline{I}_1 + j\omega M \underline{I}_2$
 $\underline{U}_2 = j\omega M \underline{I}_1 + j\omega L_2 \underline{I}_2,$

$\underline{Z}_M = j\omega M = jX_M$ - комплекстік өзара индукцияның кедергісі,

$X_M = \omega M$ - өзара индукцияның кедергісі.

Тәжірибе арқылы да өзара индуктивтілікті

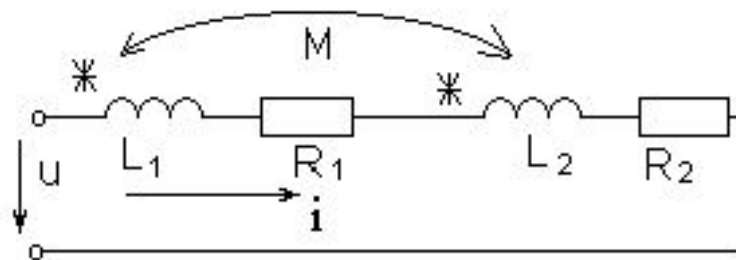
та а) I_1 метр кернеуді U_2 көрсетеді, етеді.



$$U_2 = M \cdot I_1 \quad M = \frac{U_2}{I_1}$$

Индуктивті байланысқан элементтердің бірізді және параллель жалғануы.

Индуктивті байланысқан элементтері бірізді жалғанған тізбек. Тізбек бірізді қосылған R_1 мен R_2 активті кедергілерден және L_1 мен L_2 индуктивтіліктен құралсын. Индуктивті элементтер арасындағы магниттік байланысты өзара индуктивтілік M сипаттайды. Оларды тізбекке қосудың екі сұлбасы болуы мүмкін. Индуктивтілік орамаларды үйлесімді қосқан кезде олардың аттас ұштарымен салыстырғанда тізбектегі ток бір бағытта жүреді. Сондықтан әр индуктивті элементпен ілінісетін өзіндік индукцияның және өзара индукцияның магнит ағындары қосылады. Егер токтар бағыттары орамалардың аттас ұштарына байланысты бірдей болмаса, онда орамалар өзара қарсы қосылған.



Кирхгофтың екінші заңы бойынша теңдеу:

$$u = L_1 \frac{di}{dt} + R_1 i + M \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + R_2 i + M \frac{di}{dt} = i(R_1 + R_2) + L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + 2M \frac{di}{dt}.$$

Комплекстік түрде:

$$\underline{U} = \underline{I}(R_1 + R_2) + j\omega L_1 \underline{I} + j\omega L_2 \underline{I} + 2j\omega M \underline{I} = \underline{I}(R_1 + R_2) + j\underline{I}(\omega L_1 + \omega L_2 + 2\omega M).$$

$$\underline{Z} = R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 + 2M) = R_1 + R_2 + j(X_1 + X_2 + 2X_M) = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + 2\underline{Z}_M.$$

- Хйлесімді қосылғандағы тізбектің комплекстік кедергісі,

$X_M = \omega M$ - өзара индукцияның реактивті кедергісі,

$X = X_1 + X_2 + 2X_M = \omega L_1 + \omega L_2 + 2\omega M$ - тізбектің реактивті кедергісі
үйлесімді қосылғанда.

Тізбектегі ток:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}}{R_1 + R_2 + j(X_1 + X_2 + 2X_M)}.$$

Орамаларды қарсы қосқан кезде олардың аттас ұштарымен салыстырғанда тізбектегі ток қарама-қарсы бағытта жүреді

Сондықтан әр индуктивті элементпен ілінісетін өзіндік индукцияның және өзара индукцияның магнит ағындары бір-біріне қарсы бағытталады, яғни толық магнит ағыны азаяды.

Бұл жағдайда Кирхгофтың екінші заңы:

$$u = L_1 \frac{di}{dt} + R_1 i - M \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + R_2 i - M \frac{di}{dt} = i(R_1 + R_2) + L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} - 2M \frac{di}{dt}.$$

Комплекстік түрде:

$$\underline{U} = \underline{I}(R_1 + R_2) + j\omega L_1 \underline{I} + j\omega L_2 \underline{I} - 2j\omega M \underline{I} = \underline{I} \underline{Z}.$$

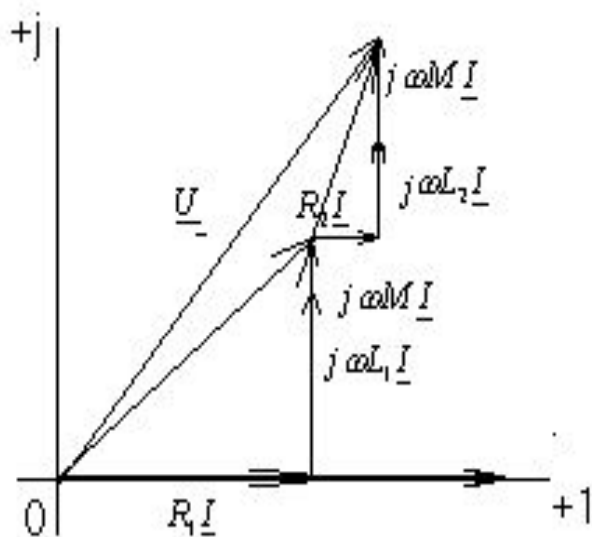
$$\underline{Z} = R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 - 2M) = R_1 + R_2 + j(X_1 + X_2 - 2X_M) = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 - 2\underline{Z}_M.$$

Тізбектегі ток:
$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}}{R_1 + R_2 + j(X_1 + X_2 - 2X_M)}.$$

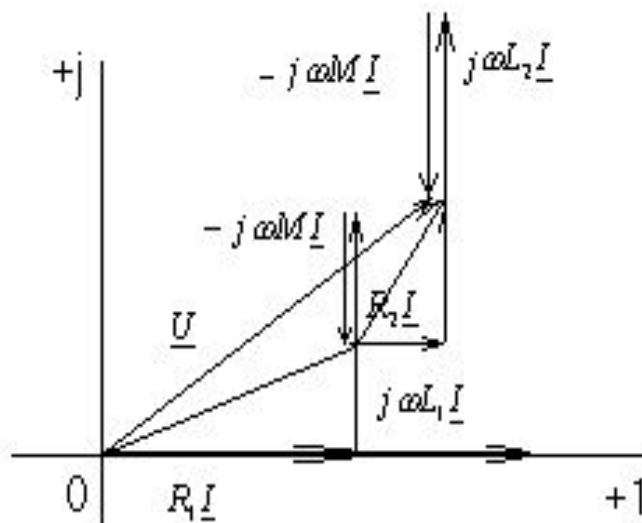
Екі кестенің орнына бір кесте жазуға болады: $X_{\text{э}} = X_1 + X_2 \pm 2X_M$

$L_{\text{э}} = L_1 + L_2 \pm 2M$, «+» таңба үйлесімді қосылған кезге сәйкес, ал «-» таңба қарама-қарсы қосылған кезге сәйкес келеді.

Векторлық диаграммалар



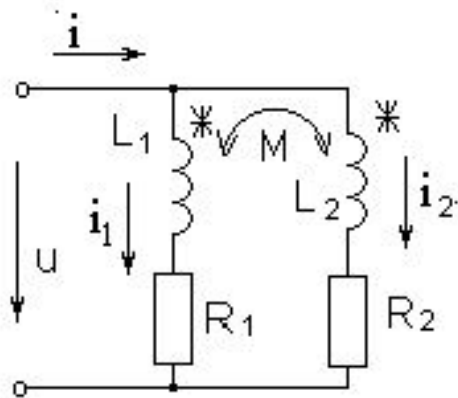
Үйлесімді қосылған



Қарама-қарсы қосылған

Индуктивті байланысқан элементтер параллель жалғанған тізбек. Өзара индуктивтігі M , кедергілері R_1 мен R_2 , ал индуктивтіктері L_1 мен L_2 болатын екі қабылдағыш параллель үйлесімді қосылған.

Кирхгофтың заңдары арқылы құрастырған теңдеулер:



$$i = i_1 + i_2,$$

$$u = L_1 \frac{di_1}{dt} + i_1 R_1 + M \frac{di_2}{dt},$$

$$u = L_2 \frac{di_2}{dt} + i_2 R_2 + M \frac{di_1}{dt}.$$

Комплекстік түрде:

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2,$$

$$\underline{U} = j\omega L_1 \underline{I}_1 + \underline{I}_1 R_1 + j\omega M \underline{I}_2 = \underline{I}_1 (R_1 + j\omega L_1) + j\omega M \underline{I}_2 = \underline{I}_1 \underline{Z}_1 + \underline{I}_2 \underline{Z}_M,$$

$$\underline{U} = j\omega L_2 \underline{I}_2 + \underline{I}_2 R_2 + j\omega M \underline{I}_1 = \underline{I}_2 (R_2 + j\omega L_2) + j\omega M \underline{I}_1 = \underline{I}_2 \underline{Z}_2 + \underline{I}_1 \underline{Z}_M,$$

Осы теңдіктерді біріктіріп шеше отырып токтарды табамыз:

$$\underline{I}_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \underline{U} \frac{\underline{Z}_2 - \underline{Z}_M}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2}, \quad \underline{I}_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \underline{U} \frac{\underline{Z}_1 - \underline{Z}_M}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2}, \quad \underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \underline{U} \left(\frac{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 - 2\underline{Z}_M}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2} \right),$$

$\underline{Z} = \frac{U}{I} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + 2\underline{Z}_M}$ қарастырылып отырған тізбектің кіре берістегі \underline{Z} комплекс кедергісі.

Егер $\underline{Z}_M = 0$, онда $\underline{Z} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$.

2. Қарама-қарсы қосылған:

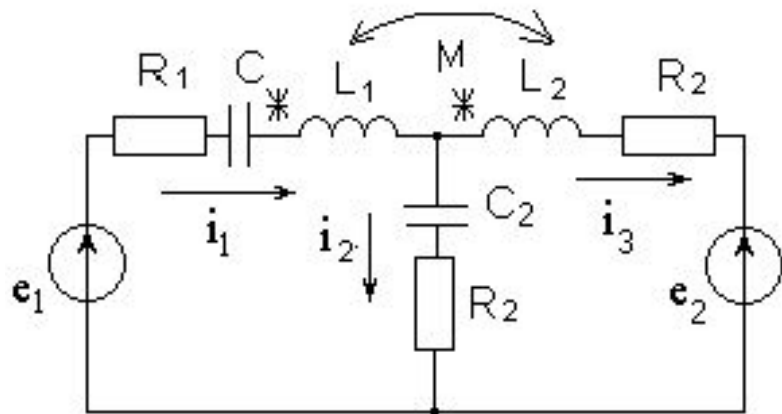
$\underline{Z} = \frac{U}{I} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + 2\underline{Z}_M}$ кіре берістегі комплекс кедергісі қарама-қарсы қосылған кезде.

Екі жағдайды бір қарастырсақ:

$\underline{Z} = \frac{U}{I} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + 2\underline{Z}_M}$, \underline{Z}_M таңба үйлесімді қосылған кезге сәйкес келеді, ал $\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + 2\underline{Z}_M$ таңба қарама-қарсы қосылған кезге сәйкес келеді.

Өзара индуктивтігі бар күрделі электр тізбегін есептеу. Магниттік байланысы бар орауыштардан тұратын күрделі электр тізбектерін есептеу

Кирхгофтың заңдарына құрылған теңдіктерді шешу арқылы немесе контурлық токтар әдісімен құрылған теңдіктерді шешу арқылы шығарылады. Контурлық токтар әдісімен теңдеу құру күрделірек. Келтірілген сұлбаға Кирхгоф заңдарына теңдеулер құрайық.



$$i_1 = i_2 + i_3$$

$$i_1 R_1 + \frac{1}{C_1} \int i_1 dt + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_3}{dt} + \frac{1}{C_2} \int i_2 dt + i_2 R_2 = e_1,$$

$$-\frac{1}{C_2} \int i_2 dt - i_2 R_2 + L_3 \frac{di_3}{dt} + M \frac{di_1}{dt} + i_3 R_3 = -e_2.$$

Комплекстік түрде: $\underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3,$

$$\underline{I}_1 R_1 + j\omega L \underline{I}_1 - j \frac{1}{\omega C} \underline{I}_1 + \underline{I}_2 R_2 - j \frac{1}{\omega C} \underline{I}_2 + j\omega M \underline{I}_3 = \underline{E}_1,$$

$$j\omega M \underline{I}_1 - \underline{I}_2 R_2 + j \frac{1}{\omega C} \underline{I}_2 + j\omega L_3 \underline{I}_3 + \underline{I}_3 R_3 = -\underline{E}_2.$$

Теңдеу жүйесін есептей отырып токтарды анықтайды.