
Componente și circuite pasive - CCP

Cursul 3

Noțiuni introductive

Cuprins

- **Teoreme pentru analiza circuitelor electrice**
 - **Teoremele lui Kirchhoff**
 - **Principiul suprapunerii efectelor**
 - **Teorema lui Thevenin**
 - **Teorema lui Norton**

Teoremele lui Kirchhoff

<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Biographies/Kirchhoff.html>

- Sunt aplicabile în descrierea funcționării unui circuit dacă acesta este considerat izolat (nu este expus acțiunii unor factori exteni, de exemplu câmpuri electrice sau magnetice).
- Teorema lui Kirchhoff pentru tensiuni:
Suma algebrică a căderilor de tensiune de pe un ochi de circuit este nulă.
- Teorema lui Kirchhoff pentru curenți:
Suma algebrică a curenților ce converg într-un nod de circuit este nulă.

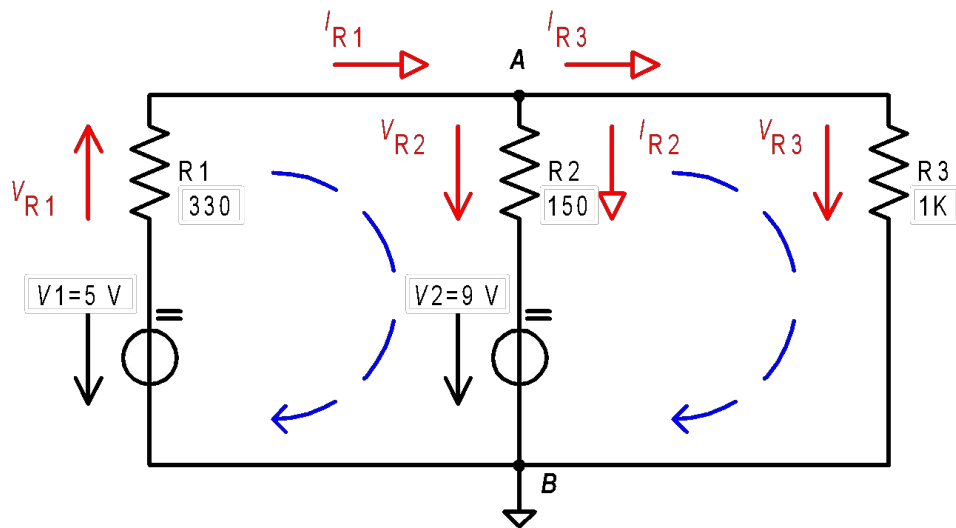
$$TKV : \sum v = 0 \quad TKI : \sum i = 0$$

Aplicarea teoremelor lui Kirchhoff

- Se analizează circuitul din punct de vedere topologic: numărul de laturi (notat cu l) și numărul de noduri multiple (notat cu n). Descrierea completă a funcționării circuitului se obține prin scrierea TKV pentru $l-n+1$ ochiuri și TKI pentru $n-1$ noduri multiple. Ochiurile alese trebuie să formeze un sistem de ochiuri independente; acest sistem se formează din ochiuri independente. Un ochi este independent față de un sistem dat dacă conține cel puțin o latură necomună cu acel sistem.
- Dacă un circuit are m ochiuri și n noduri, atunci descrierea completă a funcționării sale se obține prin scrierea TKV pentru $m-n+1$ ochiuri și TKI pentru $n-1$ noduri multiple.
- Pentru a scrie TKV pentru un ochi se alege un sens arbitrar de parcurgere al ochiului (de exemplu sensul orar), tensiunile care au sensurile arbitrare stabilite în același sens intră în suma algebrică cu semnul plus, iar cele cu sensul arbitrar opus intră în suma algebrică cu semnul minus.
- Pentru a scrie TKI pentru un nod curenții care au sensul arbitrar intrând în nod intră în suma algebrică cu semnul plus, iar curenții care au sensul arbitrar ieșind din nod intră în suma algebrică cu minus.

Aplicarea teoremelor lui Kirkhhoff

- **Pasul I** – se aleg sensurile arbitrare pentru tensiuni și curenți
- **Pasul II** – se aleg sensurile de parcurgere a ochiurilor selectate
- **Pasul III** – se scriu teoremele lui Kirkhhoff



$$\begin{cases} -V1 + V_{R1} + V_{R2} + V2 = 0 \\ -V2 - V_{R2} + V_{R3} = 0 \\ I_{R1} - I_{R2} - I_{R3} = 0 \end{cases}$$

Rezolvarea sistemului de ecuații

- Pentru rezolvarea sistemului se scriu legile ce descriu relațiile între tensiunile și curenții elementelor de circuit. (În exemplu, aplicăm legea lui Ohm pentru rezistențe și substituim în sistem tensiunile la bornele rezistențelor).
- Se obține un sistem de ecuații algebrice determinat (În exemplu un sistem de trei ecuații cu trei necunoscute, I_{R1} , I_{R2} și I_{R3}).

$$V_{R1} = R1 \cdot I_{R1}$$

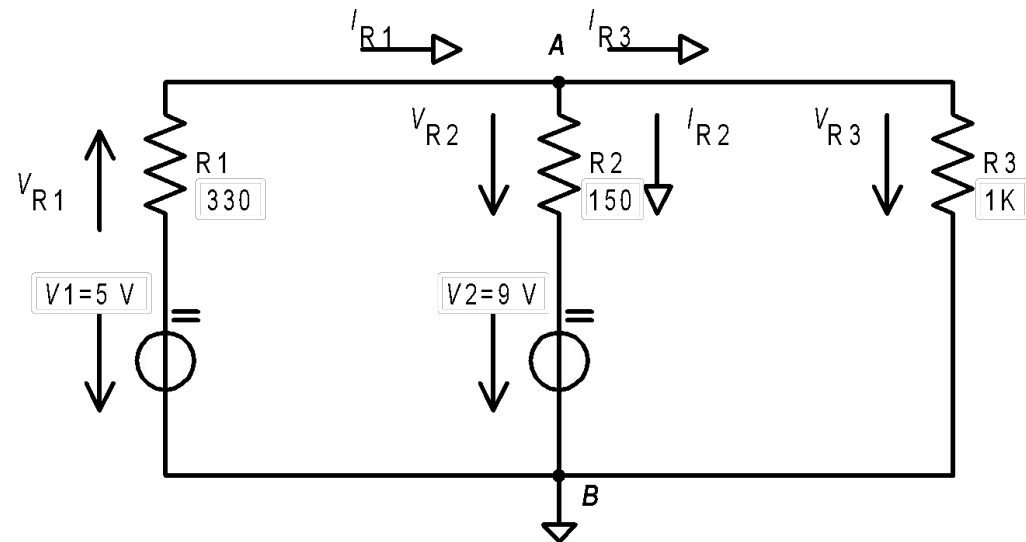
$$V_{R2} = R2 \cdot I_{R2}$$

$$V_{R3} = R3 \cdot I_{R3}$$

$$\begin{cases} R1 \cdot I_{R1} + R2 \cdot I_{R2} = V1 - V2 \\ -R2 \cdot I_{R2} + R3 \cdot I_{R3} = V2 \\ I_{R1} - I_{R2} - I_{R3} = 0 \end{cases}$$

Soluțiile sistemului

- Prin rezolvarea sistemului se obțin:
 - $I_{R1} \cong -6 \text{ mA}$
 - $I_{R2} \cong -13 \text{ mA}$
 - $I_{R3} \cong 7 \text{ mA}$
- Se pot deduce și căderile de tensiuni pe rezistențe:
 - $V_{R1} \cong -2 \text{ V}$
 - $V_{R2} \cong -2 \text{ V}$
 - $V_{R3} \cong 7 \text{ V}$



Circuite liniare și circuite neliniare

- Dacă transmitanțele definite pentru un circuit sunt mărimi constante (grafic se reprezintă prin drepte în plane $v-i$, $v-v$ sau $i-i$) ele se numesc transmitanțe liniare.
- Un circuit sau o componentă care are toate transmitanțele liniare se numește circuit liniar sau componentă liniară.
- **Important:** în general **dispozitivele electronice** și circuitele realizate cu ele **sunt neliniare**.
- Procedeeul prin care funcționarea unui circuit neliniar este aproximată prin funcționarea unui circuit liniar se numește **liniarizare**.

Principiul suprapunerii efectelor

- Pentru un circuit liniar este valabil principiul suprapunerii efectelor:

Răspunsul circuitului la mai multe excitații simultane (surse de semnal) se obține determinând separat răspunsurile parțiale ale acestuia la fiecare excitație iar apoi răspunsul cumulat se obține prin însumarea acestora.

- Pentru a obține răspunsul circuitului la acțiunea unei singure surse, celelalte surse din circuit trebuie pasivizate. Prin pasivizare fiecare sursă ideală de tensiune din circuit se înlocuiește cu un scurtcircuit și fiecare sursă ideală de curent cu o întrerupere.

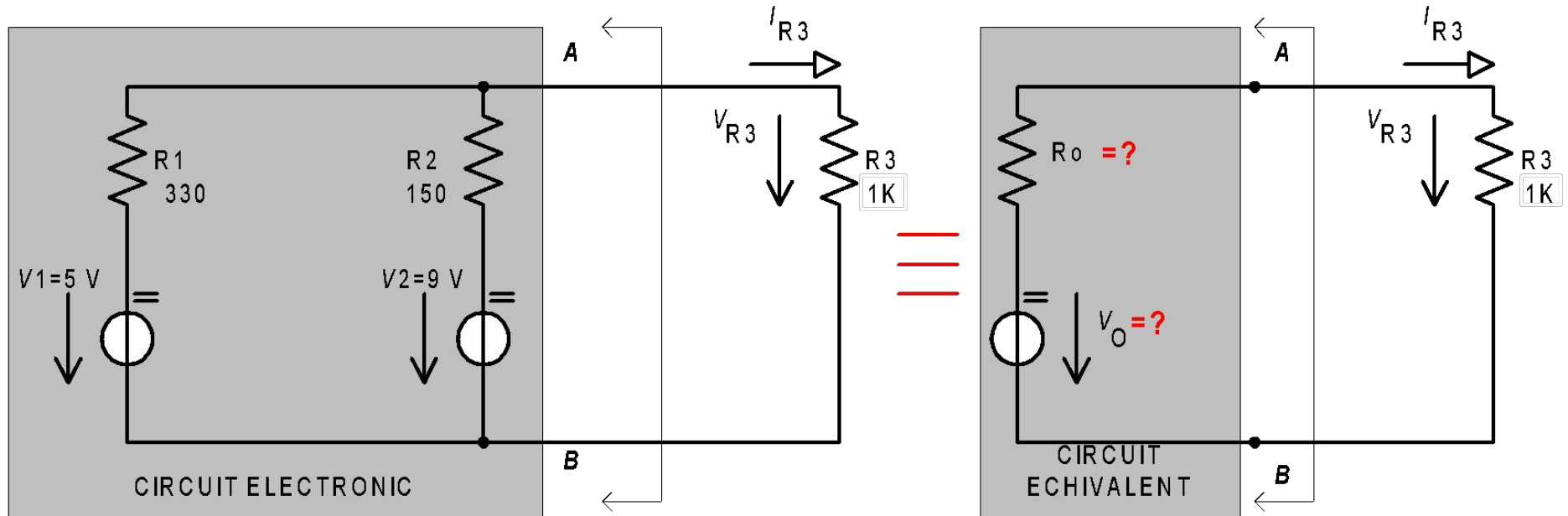


Teorema lui Thevenin

- *Comportarea unui circuit la o poartă poate fi înlocuită cu comportarea unei surse reale de tensiune având tensiunea egală cu tensiunea de mers în gol a porții și rezistența de ieșire egală cu rezistența echivalentă văzută la poarta respectivă pentru circuitul pasivizat.*
- Prin pasivizare fiecare sursă de tensiune din circuit se înlocuiește cu un scurtcircuit și fiecare sursă de curent cu o întrerupere.

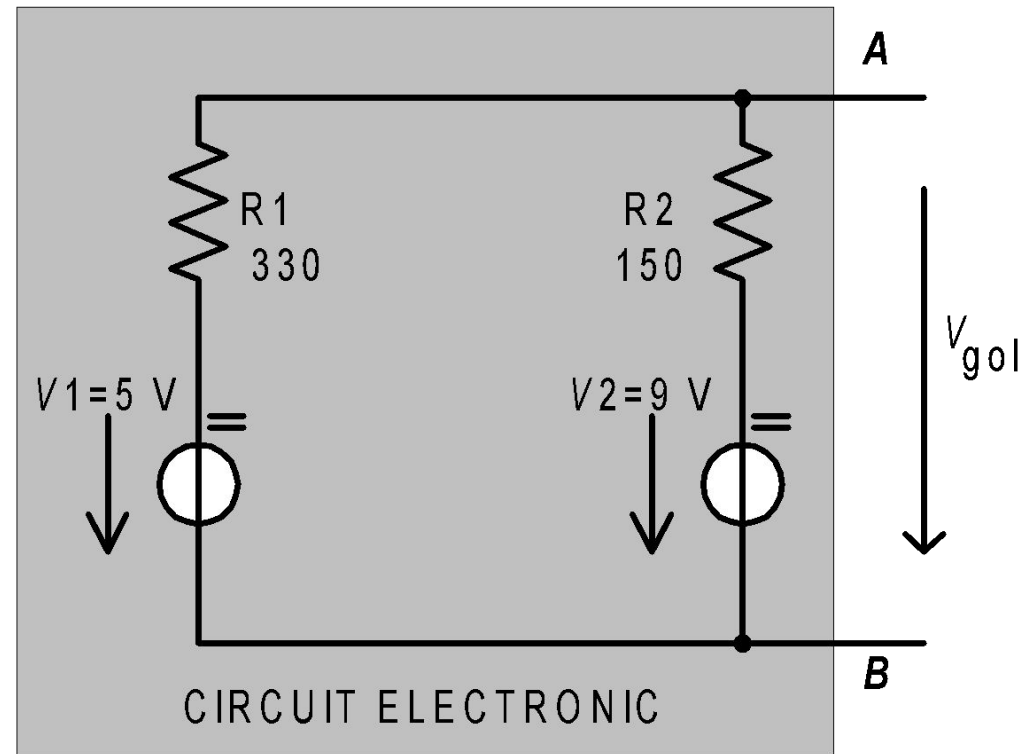
Teorema lui Thevenin

Conform teoremei lui Thevenin circuitul hașurat poate fi echivalat la bornele AB cu o sursă reală de tensiune. Trebuie să determinăm pentru această sursă tensiunea de mers în gol, V_O , și rezistența de ieșire, R_O .

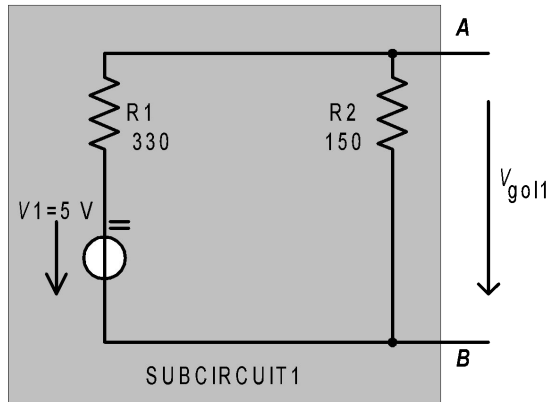


Calculul tensiunii de mers în gol

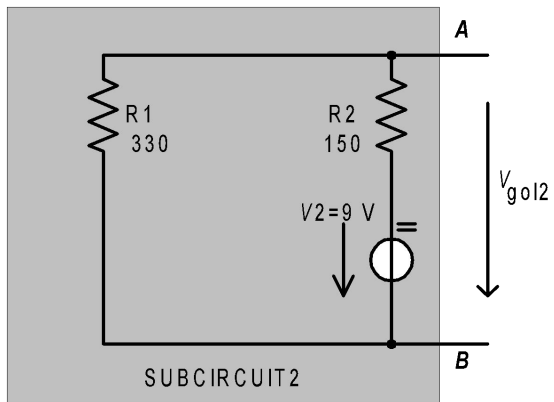
- Pentru a calcula tensiunea de mers în gol putem aplica teoremele lui Kirchhoff.
- Vom ilustra în continuare aplicarea principiului suprapunerii efectelor pentru circuite liniare.



Aplicarea principiului suprapunerii efectelor pentru calculul tensiunii de mers în gol



$$V_{\text{gol1}} = \frac{R2}{R1 + R2} \cdot V1 = 1,56 \text{ V}$$

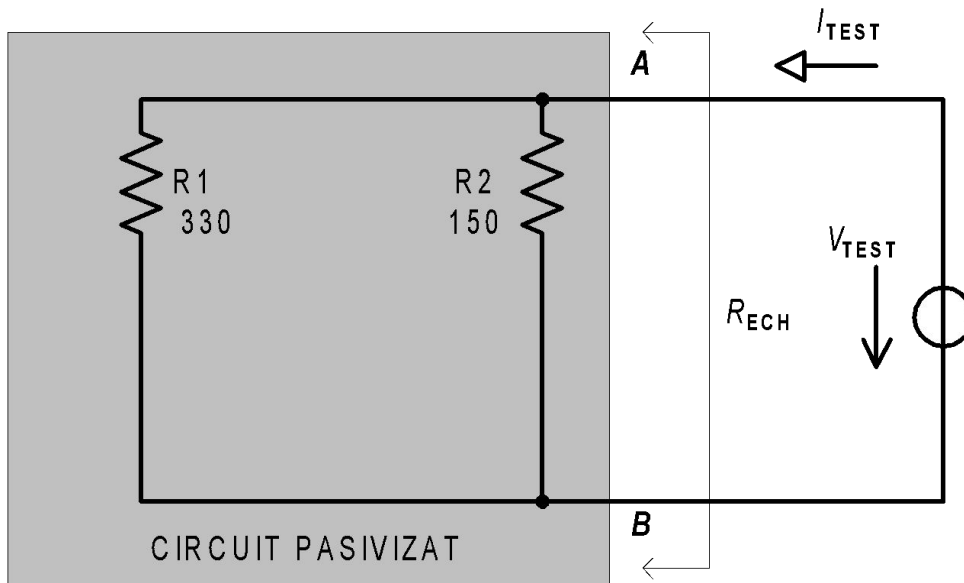


$$V_{\text{gol2}} = \frac{R1}{R1 + R2} \cdot V2 = 6,19 \text{ V}$$

$$\Rightarrow V_O = V_{\text{gol}} = V_{\text{gol1}} + V_{\text{gol2}} = 7,75 \text{ V}$$

Calculul rezistenței echivalente

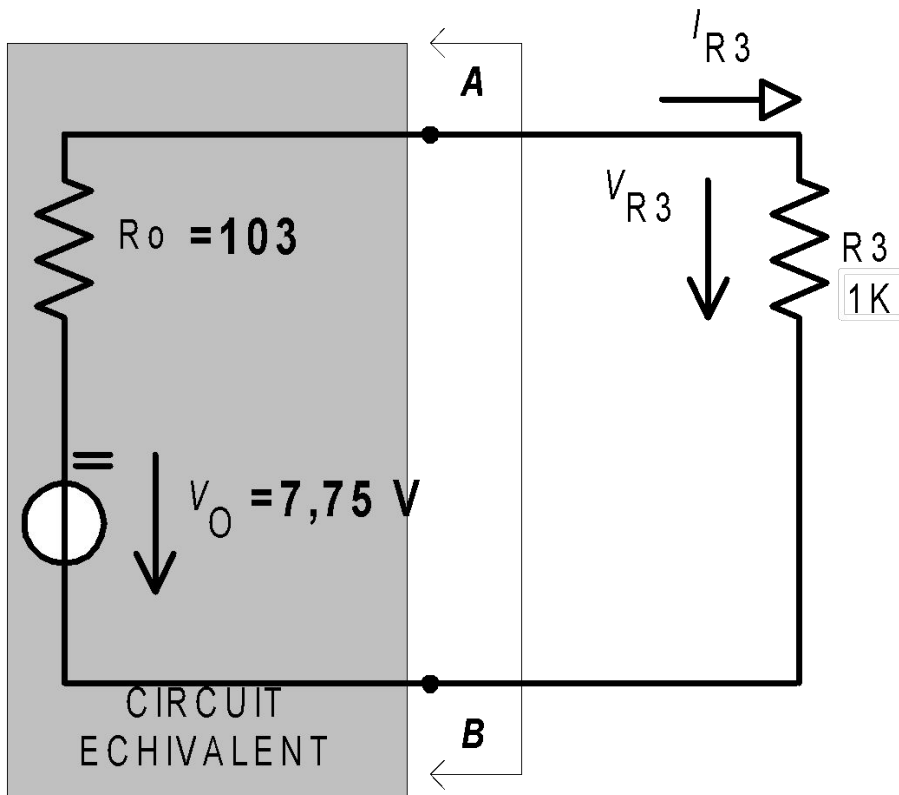
- Se pasivizează circuitul
- Se aplică la borne o sursă de test (V_{TEST})
- Se determină curentul prin borne (I_{TEST})
- Se determină $R_O = V_{\text{TEST}} / I_{\text{TEST}}$



$$I_{\text{TEST}} = \frac{V_{\text{TEST}}}{R1 \parallel R2}$$

$$R_O = R_{\text{ECH}} = R1 \parallel R2 = \frac{R1 \cdot R2}{R1 + R2} = 103 \Omega$$

Concluzie



- Din punctul de vedere al rezistenței R_3 circuitul echivalent va avea același efect:

$$I_{R3} = \frac{V_O}{R_O + R_3} = \frac{7,75 \text{ V}}{1103 \Omega} \cong 7 \text{ mA}$$

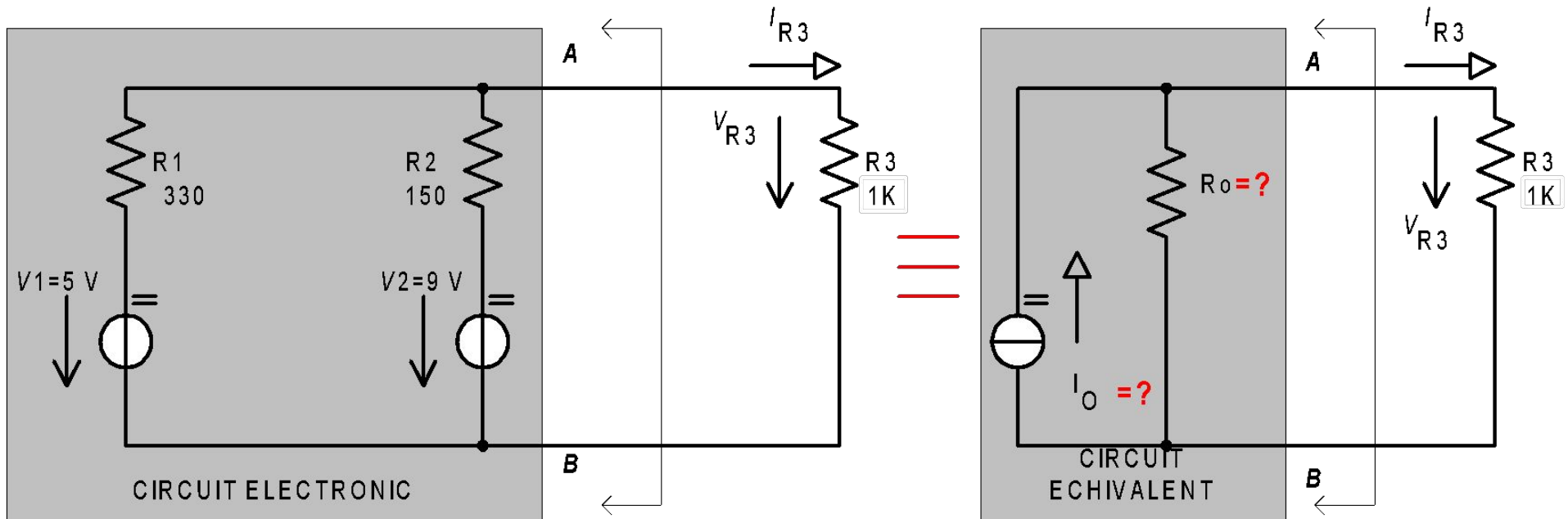
$$V_{R3} = R_3 \cdot I_{R3} \cong 7 \text{ mA} \cdot 1 \text{ K}\Omega = 7 \text{ V}$$

Teorema lui Norton

- *Comportarea unui circuit la o poartă poate fi înlocuită cu comportarea unei surse reale de curent având curentul egal cu curentul de mers în scurtcircuit al porții și rezistența de ieșire egală cu rezistența echivalentă văzută la poarta respectivă pentru circuitul pasivizat.*
- Prin pasivizare fiecare sursă de tensiune din circuit se înlocuiește cu un scurtcircuit și fiecare sursă de curent cu o întrerupere.

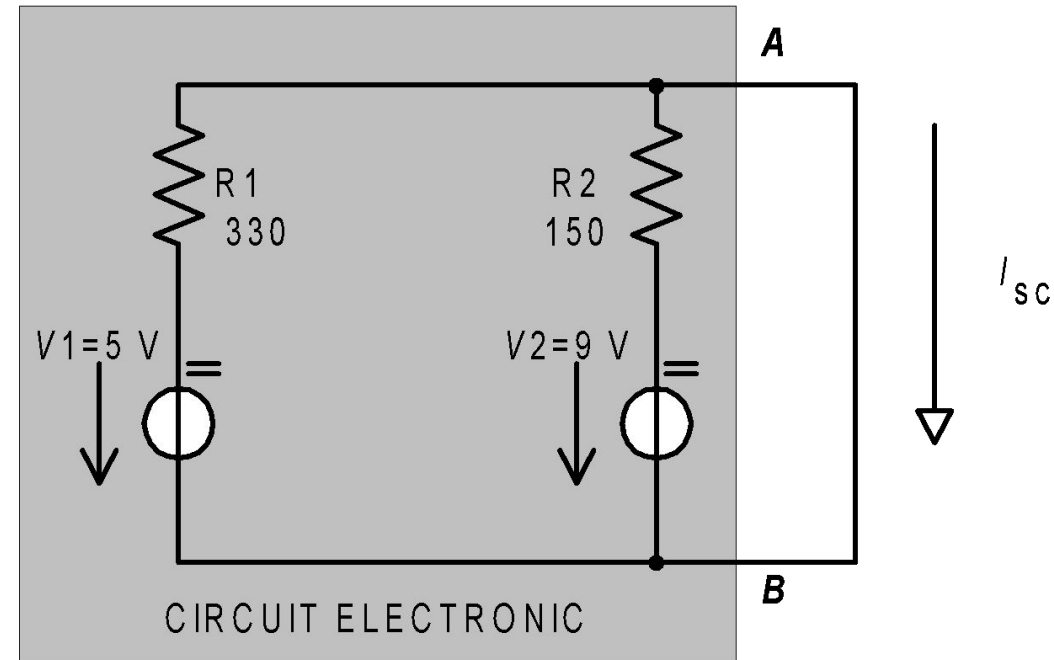
Teorema lui Norton

Conform teoremei lui Norton circuitul hașurat poate fi echivalat la bornele AB cu o sursă reală de curent. Trebuie să determinăm pentru această sursă curentul de mers în scurtcircuit, I_{SC} , și rezistența de ieșire, R_O .

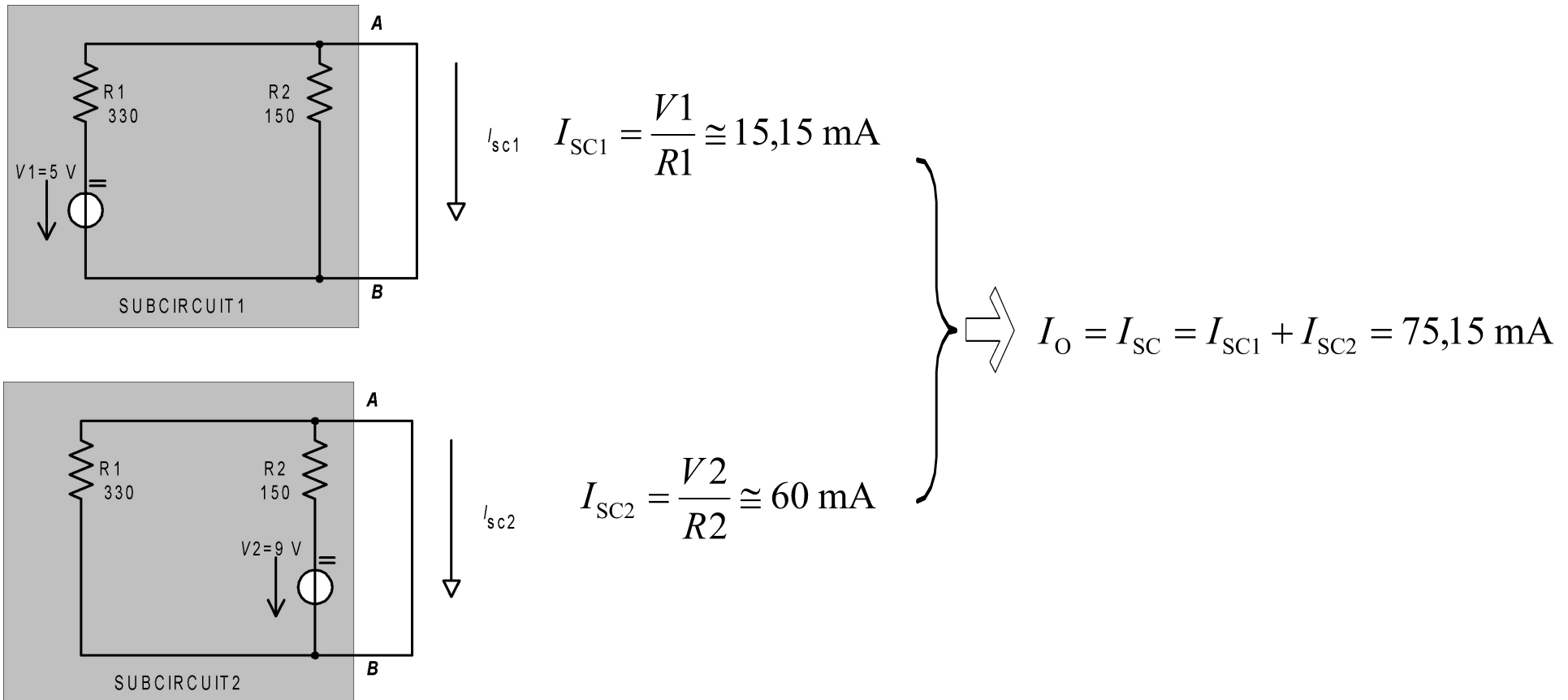


Calculul curentului de mers în scurtcircuit

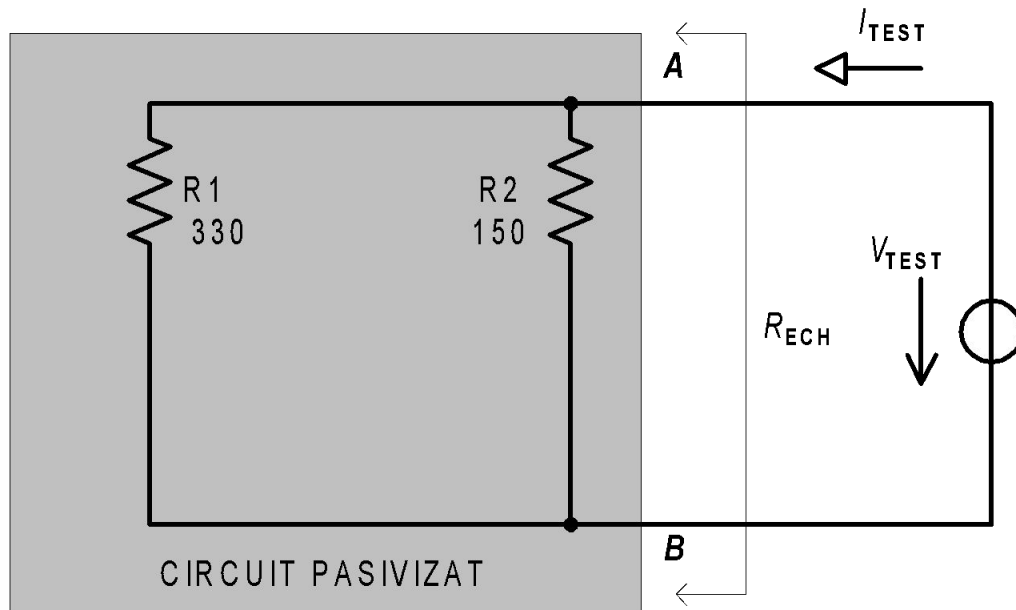
- Pentru a calcula curentul de scurtcircuit putem aplica teoremele lui Kirchhoff.
- Ilustrăm din nou aplicarea principiului suprapunerii efectelor pentru circuite liniare.



Aplicarea principiului suprapunerii efectelor pentru calculul curentului de scurtcircuit

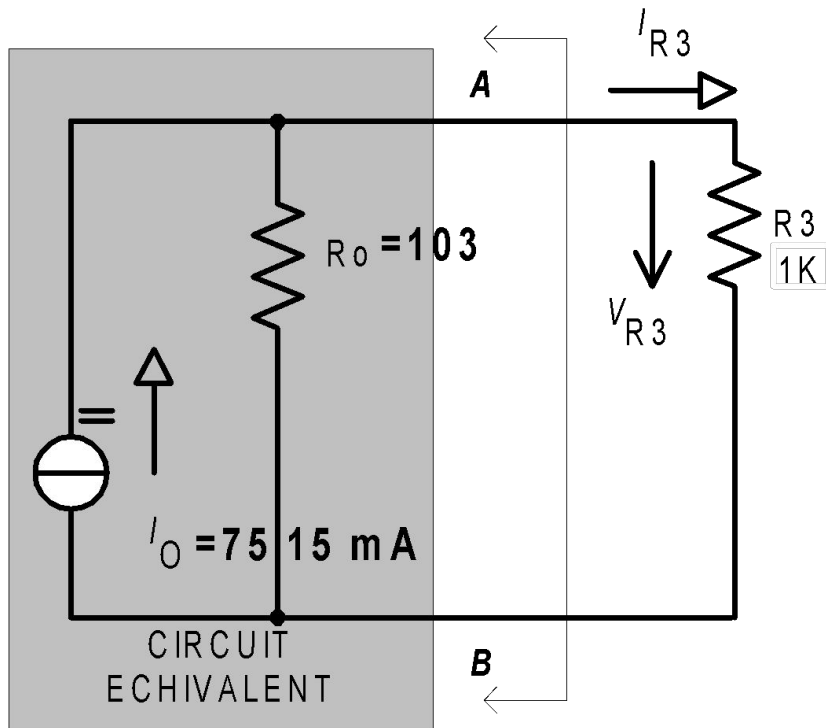


Calculul rezistenței echivalente



$$R_O = R_{ECH} = R1 \parallel R2 = \frac{R1 \cdot R2}{R1 + R2} = 103 \Omega$$

Concluzie



- Din punctul de vedere al rezistenței $R3$ circuitul echivalent va avea același efect:

$$V_{R3} = R3 \parallel R_O \cdot I_{SC} = \frac{R_O \cdot R3}{R_O + R3} \cdot I_{SC} \cong 7 \text{ V}$$

$$I_{R3} = \frac{V_{R3}}{R3} \cong 7 \text{ mA}$$

Trecerea de la echivalența Thevenin la echivalența Norton

- Odată determinat unul dintre circuitele echivalente (Thevenin sau Norton), celălalt se obține direct aplicând relația:

$$I_{\text{ONorton}} = \frac{V_{\text{OThevenin}}}{R_{\text{O}}}$$

- În cazul exemplului prezentat se obține direct:

$$I_{\text{ONorton}} = \frac{V_{\text{OThevenin}}}{R_{\text{O}}} = \frac{7,75 \text{ V}}{103 \Omega} \cong 75,15 \text{ mA}$$

Recomandări pentru studiul individual

- Pentru circuitul următor să se determine curentul prin rezistența R și tensiunea la bornele ei aplicând:
 - Teoremele lui Kirchhoff
 - Echivalența Thevenin și/sau Norton (utilizați principiul suprapunerii efectelor)

