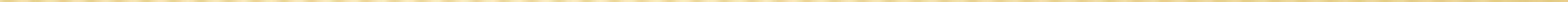


# **ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ: ПЕРЕСТАНОВКИ, СОЧЕТАНИЯ И РАЗМЕЩЕНИЯ**



Комбинаторика – раздел математики, который занят поисками ответов на вопросы: сколько всего есть комбинаций в том или ином случае, как из всех этих комбинаций выбрать наилучшую.

Слово «комбинаторика» происходит от латинского слова «combinare», что в переводе на русский означает – «сочетать», «соединять». Термин "комбинаторика" был введён знаменитым Готфридом Вильгельмом Лейбницем, - всемирно известным немецким учёным.

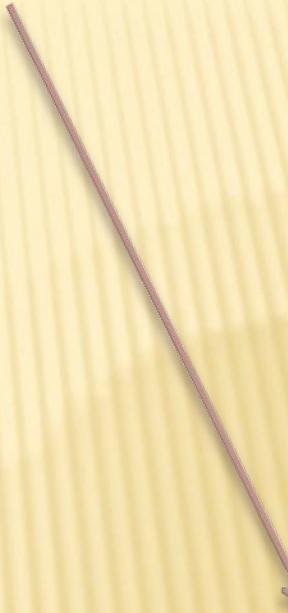
# Комбинаторные задачи делятся на несколько групп:



Задачи на  
перестановки



Задачи на  
размещение



Задачи на  
сочетание

# ЗАДАЧИ НА ПЕРЕСТАНОВКИ



Сколькоими способами можно расставить 3 различные книги на книжной полке?

Это задача на **перестановки**

Запись  $n!$  читается так: «эн факториал»  
**Факториал** - это произведение всех  
натуральных чисел от 1 до  $n$

Например,  $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n.$$

**Факториалы растут удивительно  
быстро:**

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n!	1	4	6	24	120	720	5040	40320	362880	3628800

**Задача. Сколькоими способами можно расставить 8 участниц финального забега на восьми беговых дорожках?**



$$P_8 = 8! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 40320$$

Перестановкой из  $n$  элементов называется каждое расположение этих элементов в определённом порядке.

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n.$$

Ваша

## **Задача.**

*Квартет*

*Проказница Мартышка*

*Осёл,*

*Козёл,*

*Да косолапый Мишка*

*Затеяли играть quartet*

*...*

*Стой, братцы стой! –*

*Кричит Мартышка, - погодите!*

*Как музыке идти?*

*Ведь вы не так сидите...*

*И так, и этак пересаживались – опять музыка на лад не идет.*

*Вот пуще прежнего пошли у них разборы*

*И споры,*

*Кому и как сидеть...*



coscheg.org

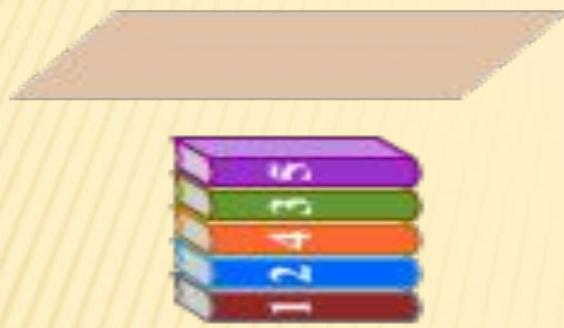
*Сколькоими способами можно рассадить четырех музыкантов?*

$$P = 4! = 1 * 2 * 3 * 4 = 24$$

---

# ЗАДАЧИ НА РАЗМЕЩЕНИЯ

Задача: У нас имеется 5 книг, что у нас всего одна полка, и что на ней вмещается лишь 3 книги . Сколькоими способами можно расставить на полке 3 книги?



Выбираем одну из 5-ти книг и ставим на первое место на полке. Это мы можем сделать 5-ю способами. Теперь на полке осталось два места и у нас осталось 4 книги. Вторую книгу мы можем выбрать 4-мя способами и поставить рядом с одной из 5-ти возможных первых. Таких пар может быть  $5 \cdot 4$ . Осталось 3 книги и одно место. Одну книгу из 3-ёх можно выбрать 3-мя способами и поставить рядом с одной из возможных  $5 \cdot 4$  пар. Получится  $5 \cdot 4 \cdot 3$  разнообразных троек. Значит всего способов разместить 3 книги из 5-ти  $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ .

Это задача на размещения .

**Размещением** из  $n$  элементов по  $k$  ( $k \leq n$ ) называется любое множество, состоящее из  $k$  элементов, взятых в определённом порядке из данных  $n$  элементов.

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

## Задача.

Учащиеся второго класса изучают 9 предметов. Сколькоими способами можно составить расписание на один день, чтобы в нём было 4 различных предмета?



$$A_9^4 = \frac{9!}{5!} = 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 3024$$

**Решите  
самостоятельно:**

В классе 27 учащихся.  
Нужно отправить одного  
учащегося за мелом,  
второго дежурить в  
столовую, а третьего  
вызвать к доске. Сколькими  
способами можно это  
сделать?

# ЗАДАЧИ НА СОЧЕТАНИЯ:

Задача. Сколькоими способами можно расставить 3 тома на книжной полке, если выбирать их из имеющихся в наличии внешне неразличимых 5 книг?



Книги внешне неразличимы. Но они различаются, и существенно! Эти книги разные по содержанию. Возникает ситуация, когда важен состав элементов выборки, но несущественен порядок их расположения.

123 124 125 134 135 145  
234 235 245  
345

ответ: 10

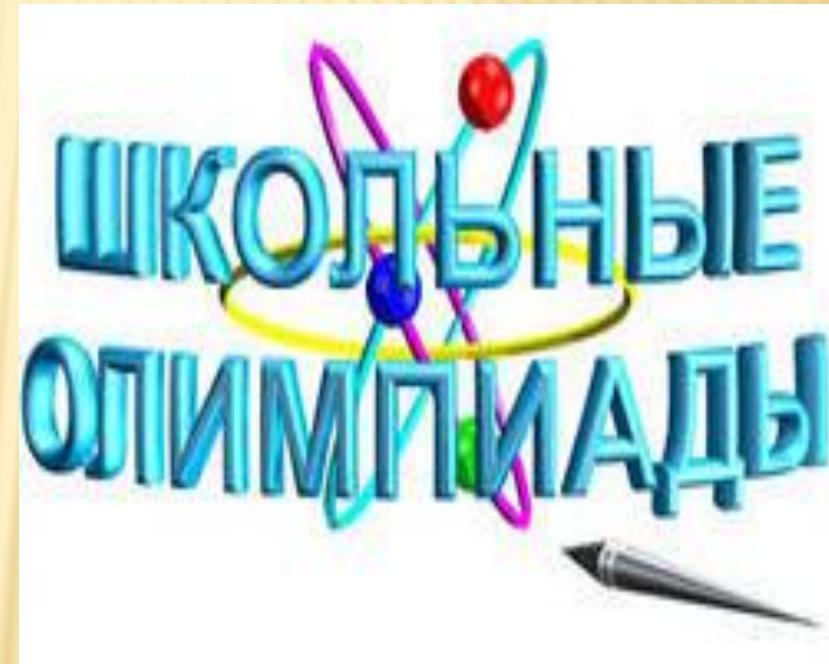
**Сочетанием из  $n$  элементов по  $k$**  называется любое множество, составленное из  $k$  элементов, выбранных из данных  $n$  элементов.

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

## Задача.

В классе 7 человек успешно занимаются математикой. Сколькими способами можно выбрать из них двоих для участия в математической олимпиаде?

$$C_7^2 = \frac{7!}{2!(7-2)!} = 21$$



**Решите самостоятельно:**

В классе 7 учащихся успешно занимаются по математике. Сколькими способами можно выбрать двоих из них, чтобы направить для участия в математической олимпиаде?

**Особая примета  
комбинаторных задач –  
вопрос, который можно  
сформулировать так, чтобы  
он начался словами  
«Сколькоими способами...»  
или «Сколько  
вариантов...»**

## Составим таблицу:

Перестановки	Размещения	Сочетания
n элементов n клеток	n элементов k клеток	n элементов k клеток
Порядок имеет значение	Порядок имеет значение	Порядок не имеет значения
$P_n = n!$	$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$	$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$

## **Решите самостоятельно задачи:**

1. В коробке находится 10 белых и 6 черных шаров.

Сколькими способами из коробки можно вынуть один шар любого цвета?

2. Ольга помнит, что телефон подруги оканчивается тремя цифрами 5, 7, 8 но забыла, в каком порядке эти цифры расположены. Укажите наибольшее число вариантов, которые ей придется перебрать, чтобы дозвониться подруге.

3. В магазине “Филателия” продаются 8 разных наборов марок, посвященных спортивной тематике. Сколькими способами можно выбрать из них 3 набора?

---

**СПАСИБО ЗА УРОК!**