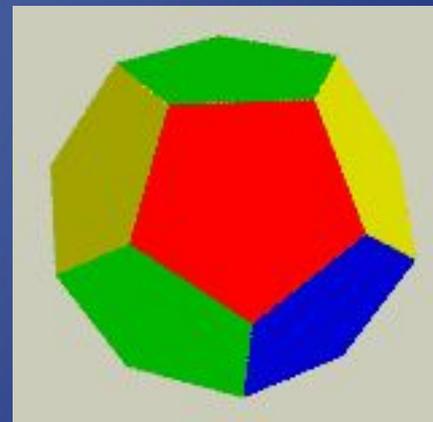
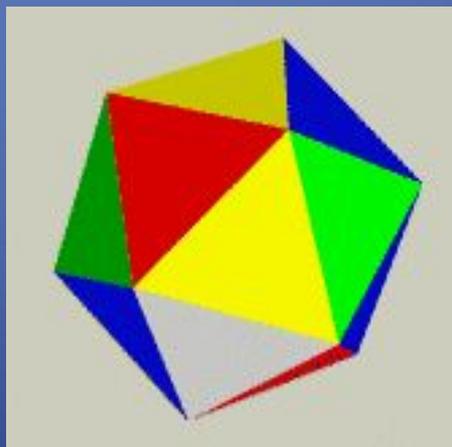


Проектная работа ученика 9 класса  
Ярмухаметова И.И.  
на тему:  
«Золотое сечение в математике»



# Проблема:

Многие утверждают, что объекты, содержащие в себе «золотое сечение», воспринимаются людьми как наиболее гармоничные. Обычно такие исследования не выдерживают строгой критики. В любом случае ко всем этим утверждениям следует относиться с осторожностью, поскольку во многих случаях это может оказаться результатом подгонки или совпадения.



# Задачи проекта:

- 1.Подобрать литературу по теме.
- 2.Провести исследования по следующим направлениям:
  - Ознакомиться с историей золотого сечения
  - Дать формулировку понятия золотого сечения, рассмотреть алгебраический и геометрический смысл
  - Сформулировать понятие гармонии и математической гармонии
- 3.Сделать выводы по исследуемой теме



# История «Золотого сечения»

## Теория гармонии Древних

- В Древнем Египте существовала «система правил гармонии», основанная на Золотом Сечении.
- В Древней Греции Золотое Сечение было своеобразным каноном культуры, который пронизывает все сферы науки и искусства. Красота и гармония стали важнейшими категориями познания.
- В толковании древних греков **понятие золотого сечения, и понятие гармонии идентичны.**
- Согласно Пифагору гармония имеет численное выражение, то есть, она связана с концепцией числа.
- Евклид излагает теорию Платоновых тел, которая является существенным разделом геометрической теории Золотого Сечения.

# Ряд Фибоначчи

- С историей золотого сечения связано имя итальянского математика Леонардо Фибоначчи.
- Ряд чисел 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 и т. д. известен как ряд Фибоначчи.
- **Каждый член последовательности, начиная с третьего, равен сумме двух предыдущих, а отношение смежных чисел ряда приближается к отношению золотого деления.**
- Все исследователи золотого деления в растительном и в животном мире, искусстве, неизменно приходили к ряду Фибоначчи как арифметическому выражению закона золотого деления.



# «Золотая Пропорция» - главный эстетический принцип эпохи Средневековья

Эпоха Возрождения ассоциируется с именами таких «титанов», как Леонардо да Винчи, Микеланджело, Рафаэль, Николай Коперник, Альберт Дюрер, Лука Пачоли.

Имеется много авторитетных свидетельств о том, что именно **Леонардо да Винчи(1452-1519)** был одним из первых, кто ввел сам термин **«Золотое Сечение»**.

Доказано, что во многих своих произведениях Леонардо да Винчи использовал пропорции золотого сечения. В частности, в своей всемирно известной фреске **«Тайная вечеря»** и непревзойденной **«Джоконде»**.



# «Витрувийский человек»

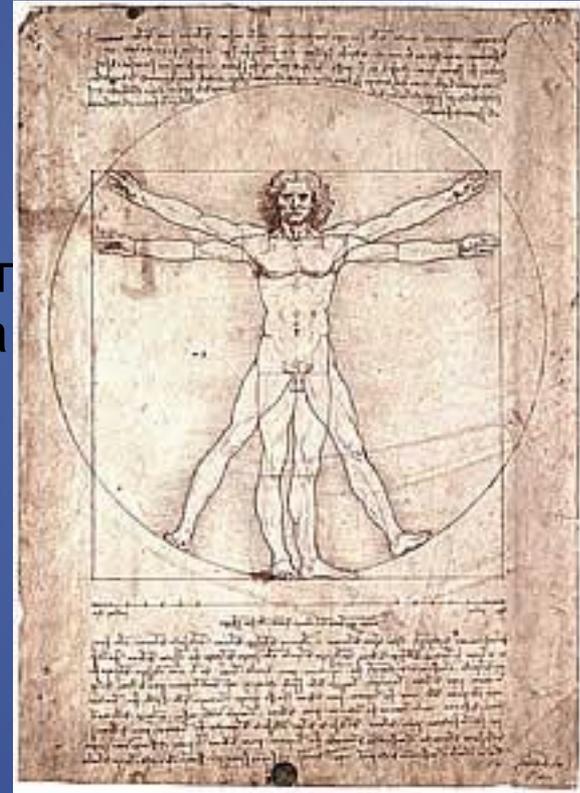
## Леонардо да Винчи

Разрабатывая правила изображения человеческой фигуры, Леонардо да Винчи пытался на основе литературных сведений древности восстановить так называемый **«квадрат древних»**.

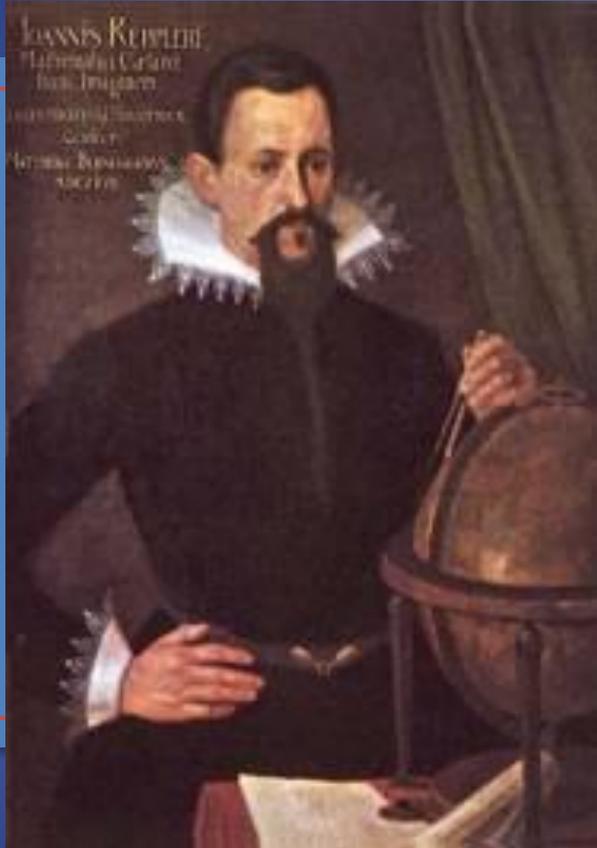
Он выполнил рисунок, в котором показано, что размах вытянутых в сторону рук человека примерно равен его росту, вследствие чего фигура человека вписывается в квадрат и в круг.

При исследовании рисунка можно заметить, что комбинация рук и ног в действительности составляет четыре различных позы.

Рисунок и текст иногда называют каноническими пропорциями.



# Вклад Кеплера в теорию Золотого Сечения



- Гениальный астроном Иоганн Кеплер (1571-1630) был последовательным приверженцем Золотого Сечения, Платоновых тел и Пифагорейской доктрины о числовой гармонии Мироздания.
- Считается, что именно Кеплер обратил внимание на ботаническую закономерность **филлотаксиса** и установил **связь между числами Фибоначчи и золотой пропорцией**, доказав, что последовательность отношений соседних чисел Фибоначчи:  **$1/1; 2/1; 3/2; 5/3; 8/5; 13/8; \dots$**  в пределе стремится к золотой пропорции

# Математическое понимание гармонии

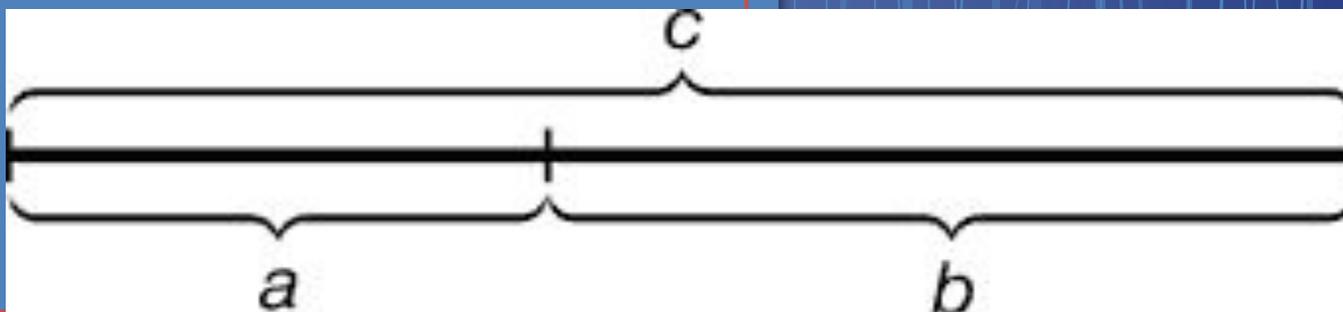
- «Гармония – соразмерность частей и целого, слияние различных компонентов объекта в единое органическое целое. В гармонии получают внешнее выявление внутренняя упорядоченность и мера бытия» -*Большая Советская Энциклопедия*

- **Математическая гармония** - это равенство или соразмерность частей с друг другом и части с целым.

Понятие математической гармонии тесно связано с понятиями **пропорции** и **симметрии**.

# Понятие «Золотое сечение»

**Золотое сечение** - деление непрерывной величины на две части в таком отношении, при котором меньшая часть так относится к большей, как большая ко всей величине.

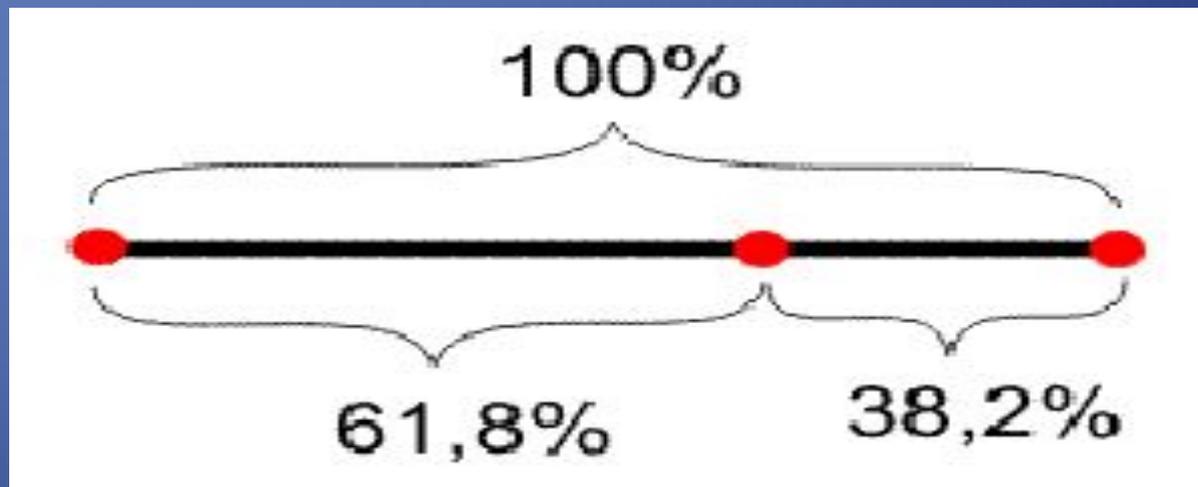


$$a : b = b : c \quad \text{или} \quad c : b = b : a$$

Эта пропорция равна:

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1.61803398874989484 \dots$$

Золотое сечение в процентах



# «Золотое сечение» - гармония математики

Число  $\phi$  является положительным корнем квадратного уравнения:

$$x^2 = x + 1 \quad (1)$$

подставим корень  $\phi$  вместо  $x$  и разделим на  $\phi$  :

$$\phi = 1 + \frac{1}{\phi} \quad (2)$$

Если продолжить такую подстановку бесконечное число раз, то получим

**цепную дробь:**

$$\phi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}} \quad (3)$$

Аналогично, если взять корень квадратный из правой и левой частей тождества (1) то получим

**представление золотой пропорции в «радикалах»:**

$$\phi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}} \quad (4)$$

**Эти формулы (3) и (4) доставляют «эстетическое наслаждение» и вызывают неосознанное чувство ритма и гармонии...**

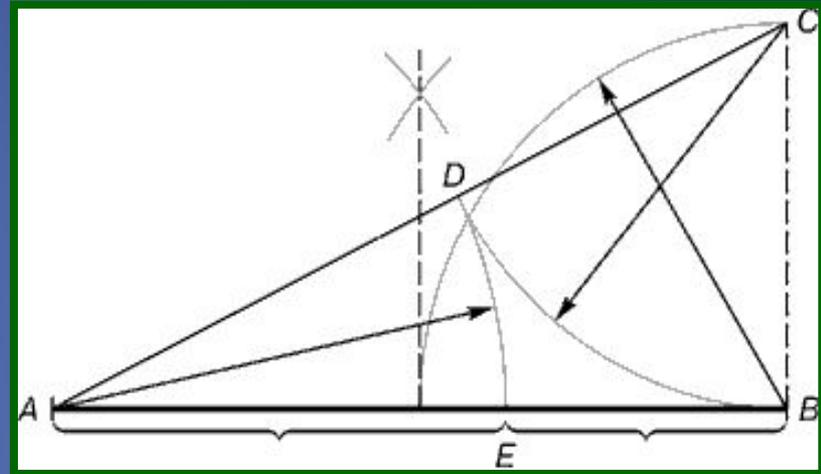
# Золотое сечение в геометрии

## Деление отрезка в золотом отношении

**Дано:** отрезок АВ.

**Построить:** золотое сечение отрезка АВ, т.е. точку Е так,

чтобы  $\frac{BE}{AE} = \frac{AE}{AB}$ .



### Построение.

Построим прямоугольный треугольник, у которого один катет в два раза больше другого. Для этого восстановим в точке В перпендикуляр к прямой АВ и на нем отложим отрезок  $BC = \frac{1}{2}AB$ . Далее, соединим точки А и С, отложим отрезок  $CD = CB$ , и наконец  $AE = AD$ .

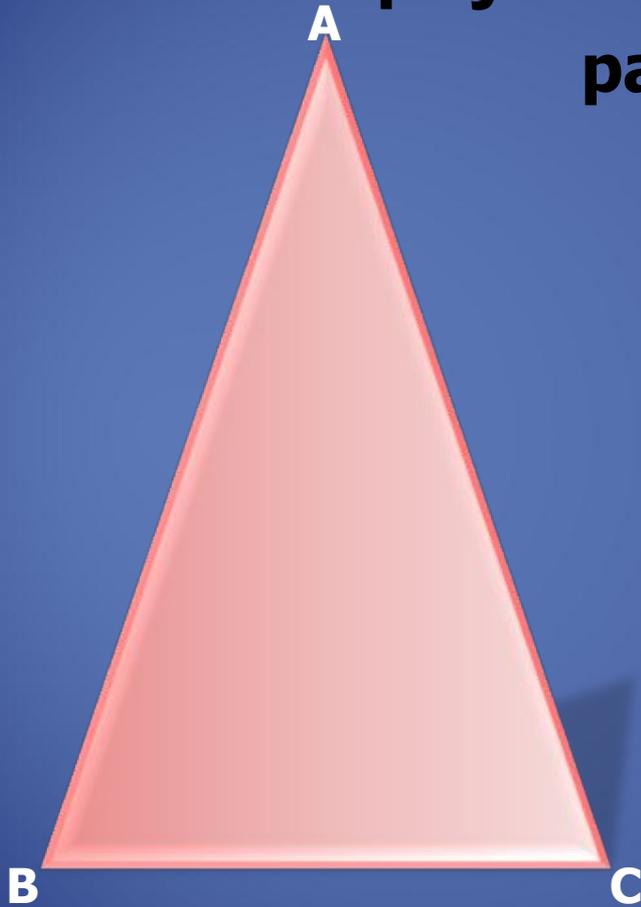
Точка Е является искомой, она производит золотое сечение отрезка АВ.

# Золотой треугольник

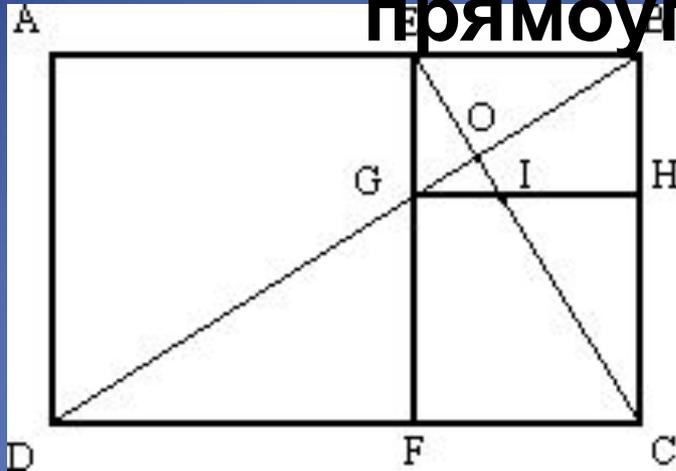
**Золотым** называется такой **равнобедренный треугольник**, основание и боковая сторона которого находятся в золотом отношении:

$$\frac{AB}{BC} = \varphi$$

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,6180339887\dots$$



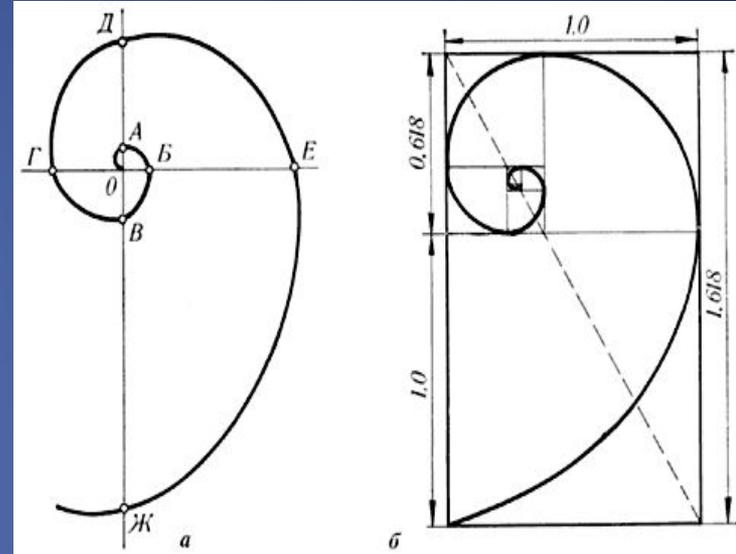
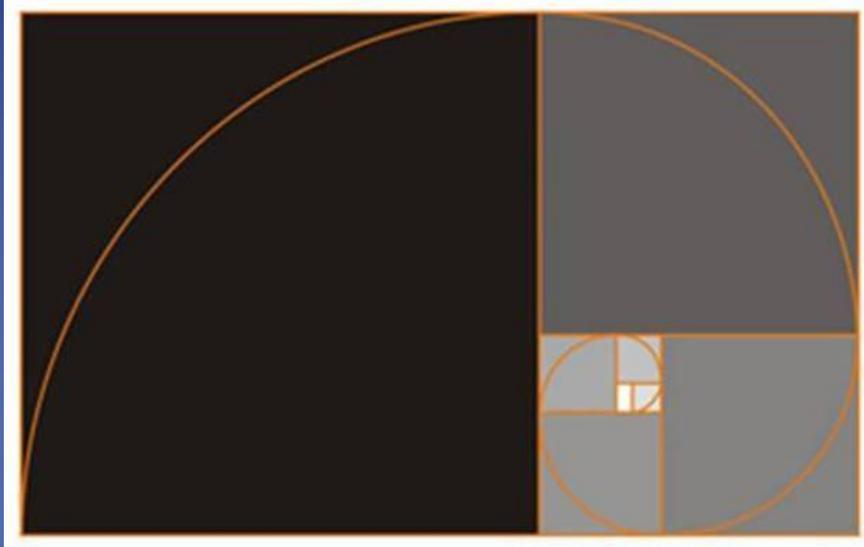
# Золотой прямоугольник



$$\frac{AB}{BC} = \varphi$$

Прямоугольник, стороны которого находятся в золотом отношении, т.е. отношение длины к ширине даёт число  $\Phi$ , называется **золотым прямоугольником.**

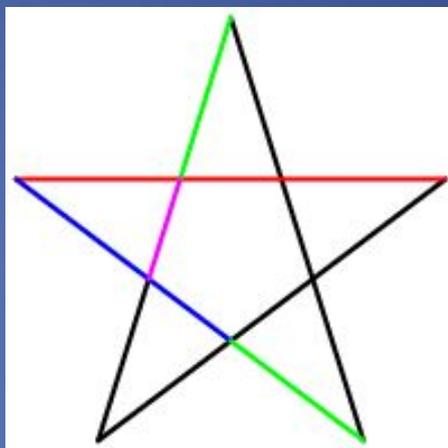
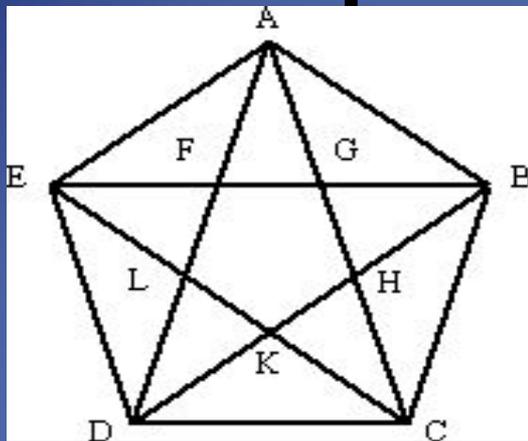
# Золотая спираль



Последовательно отрезая от золотого прямоугольника квадраты и вписывая в каждый по четверти окружности, получаем **золотую логарифмическую спираль**.

Форма спирально завитой раковины привлекла внимание Архимеда. Он изучал ее и вывел уравнение спирали. Спираль, вычерченная по этому уравнению, называется **спираль Архимеда**.

# Пентаграмма



Если в пентаграмме провести все диагонали, то в результате получим **пятиугольную звезду**.

Точки пересечения диагоналей в пентаграмме являются **точками золотого сечения диагоналей** (отношение синего отрезка к зелёному, красного к синему, зелёного к фиолетовому, равны **1.618**). При этом эти точки образуют **новую пентаграмму**  $FGHKL$  и **пять правильных треугольников** ( $ADC, ADB, EBD, AEC, EBC$ )

Здание военного ведомства США имеет форму пентаграммы и получило название «**Пентагон**», что значит правильный пятиугольник.

# Вывод

- Проведя исследование по данной теме я смог дать ответы на все вопросы которые были поставлены в начале проекта.

