Тема 1

КЛАССИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ КОМБИНАТОРИКИ

КАЛАБУХОВА Галина Валентиновна

К.социол.н., доцент

КОМБИНАТОРИКА

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Комбинаторика изучает количества комбинаций, подчиненных определенным условиям, которые можно составить из элементов, безразлично какой природы, заданного конечного множества

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Перестановками называют комбинации, состоящие **из одних и тех** же $\boldsymbol{n}$ различных элементов и отличающиеся только порядком их расположения.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Перестановками называют комбинации, состоящие из одних и тех же $\boldsymbol{n}$ различных элементов и отличающиеся только порядком их расположения.

Число всех возможных перестановок:

$$P_n = n!$$

где $n! = 1*2*3 \ldots n$

При этом: $0! = 1$

ТИПИЧНАЯ СМЫСЛОВАЯ НАГРУЗКА

СКОЛЬКИМИ СПОСОБАМИ МОЖНО РАССТАВИТЬ N ОБЪЕКТОВ?

ПРИМЕР 1

Сколько существует вариантов расстановки на полке 10 различных книг?

ПРИМЕР 1

Сколько существует вариантов расстановки на полке 10 различных книг?

РЕШЕНИЕ.

ПРИМЕР 1

Сколько существует вариантов расстановки на полке 10 различных книг?

РЕШЕНИЕ.

Т.к. в расстановке на полке участвуют ВСЕ книги, то общее число комбинаций можно определить как число перестановок

ПРИМЕР 1

Сколько существует вариантов расстановки на полке 10 различных книг?

РЕШЕНИЕ.

Т.к. в расстановке на полке участвуют ВСЕ книги, то общее число комбинаций можно определить как число перестановок

$P_{10} =$

ПРИМЕР 1

Сколько существует вариантов расстановки на полке 10 различных книг?

РЕШЕНИЕ.

Т.к. в расстановке на полке участвуют ВСЕ книги, то общее число комбинаций можно определить как число перестановок

$P_{10} = 10! =$

ПРИМЕР 1

Сколько существует вариантов расстановки на полке 10 различных книг?

РЕШЕНИЕ.

Т.к. в расстановке на полке участвуют ВСЕ книги, то общее число комбинаций можно определить как число перестановок

$P_{10} = 10! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 =$

ПРИМЕР 1

Сколько существует вариантов расстановки на полке 10 различных книг?

РЕШЕНИЕ.

Т.к. в расстановке на полке участвуют ВСЕ книги, то общее число комбинаций можно определить как число перестановок

$$P_{10} = 10! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 = 3\ 628\ 800$$

ПРИМЕР 2

Сколько всего четных шестизначных чисел можно составить из цифр 1; 3; 4; 5; 7 и 9, если в каждом из этих чисел ни одна не повторяется?

ПРИМЕР 2

Сколько всего четных шестизначных чисел можно составить из цифр 1; 3; 4; 5; 7 и 9, если в каждом из этих чисел ни одна не повторяется?

РЕШЕНИЕ.

ПРИМЕР 2

Сколько всего четных шестизначных чисел можно составить из цифр 1; 3; 4; 5; 7 и 9, если в каждом из этих чисел ни одна не повторяется?

РЕШЕНИЕ.

Чтобы число было четным, последняя его цифра должна быть четной.

Пример 2

Сколько всего четных шестизначных чисел можно составить из цифр 1; 3; 4; 5; 7 и 9, если в каждом из этих чисел ни одна не повторяется?

Решение.

Чтобы число было четным, последняя его цифра должна быть четной. Из имеющихся цифр только одна четная – 4.

Пример 2

Сколько всего четных шестизначных чисел можно составить из цифр 1; 3; 4; 5; 7 и 9, если в каждом из этих чисел ни одна не повторяется?

Решение.

Чтобы число было четным, последняя его цифра должна быть четной. Из имеющихся цифр только одна четная – 4. Остальные пять цифр могут стоять на оставшихся 5-ти местах в любом порядке.

ПРИМЕР 2

Сколько всего четных шестизначных чисел можно составить из цифр 1; 3; 4; 5; 7 и 9, если в каждом из этих чисел ни одна не повторяется?

РЕШЕНИЕ.

Чтобы число было четным, последняя его цифра должна быть четной. Из имеющихся цифр только одна четная – 4. Остальные пять цифр могут стоять на оставшихся 5-ти местах в любом порядке.

Следовательно, задача сводится к нахождению числа перестановок из пяти элементов.

ПРИМЕР 2

РЕШЕНИЕ.

$P_5 =$

ПРИМЕР 2

РЕШЕНИЕ.

$P_5 = 5! =$

ПРИМЕР 2

РЕШЕНИЕ.

$P_5 = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 =$

ПРИМЕР 2

РЕШЕНИЕ.

$$P_5 = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

Определение

Размещениями называют комбинации, составленные из $\boldsymbol{n}$ различных элементов по $\boldsymbol{m}$ элементов, которые отличаются либо составом элементов либо их порядком.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Размещениями называют комбинации, составленные из ***n*** различных элементов по ***m*** элементов, которые отличаются либо составом элементов либо их порядком.

Число всех возможных размещений:

$$A_n^m = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-m+1)$$

ТИПИЧНАЯ СМЫСЛОВАЯ НАГРУЗКА

СКОЛЬКИМИ СПОСОБАМИ МОЖНО ВЫБРАТЬ M ОБЪЕКТОВ ИЗ N И В КАЖДОЙ ВЫБОРКЕ ПЕРЕСТАВИТЬ ИХ МЕСТАМИ (ЛИБО РАСПРЕДЕЛИТЬ МЕЖДУ НИМИ КАКИЕ-НИБУДЬ УНИКАЛЬНЫЕ АТРИБУТЫ)?

Пример 3

На каждой из шести одинаковых карточек напечатана одна из следующих букв: а, т, м, р, с, о. Карточки тщательно перемешаны. Сколько слов, состоящих из четырех букв, вытянутых по одной и расположенных «в одну линию» карточках можно составить из них?

ПРИМЕР 3

На каждой из шести одинаковых карточек напечатана одна из следующих букв: а, т, м, р, с, о. Карточки тщательно перемешаны. Сколько слов, состоящих из четырех букв, вытянутых по одной и расположенных «в одну линию» карточках можно составить из них?

РЕШЕНИЕ.

ПРИМЕР 3

На каждой из шести одинаковых карточек напечатана одна из следующих букв: а, т, м, р, с, о. Карточки тщательно перемешаны. Сколько слов, состоящих из четырех букв, вытянутых по одной и расположенных «в одну линию» карточках можно составить из них?

РЕШЕНИЕ.

Т.к. в комбинациях могут участвовать не все буквы и порядок их следования важен (получаются разные слова),

ПРИМЕР 3

На каждой из шести одинаковых карточек напечатана одна из следующих букв: а, т, м, р, с, о. Карточки тщательно перемешаны. Сколько слов, состоящих из четырех букв, вытянутых по одной и расположенных «в одну линию» карточках можно составить из них?

РЕШЕНИЕ.

Т.к. в комбинациях могут участвовать не все буквы и порядок их следования важен (получаются разные слова), то задача решается с помощью нахождения числа размещений, т.е.

ПРИМЕР 2

РЕШЕНИЕ.

$A_6^4 =$

ПРИМЕР 3

РЕШЕНИЕ.

$A_6^4 = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 =$

ПРИМЕР 3

РЕШЕНИЕ.

$A_6^4 = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$

ПРИМЕР 4

Сколько можно составить букетов из 9 разных цветков, если каждый букет состоит из 3 цветков?

ПРИМЕР 4

Сколько можно составить букетов из 9 разных цветков, если каждый букет состоит из 3 цветков?

РЕШЕНИЕ.

Искомое число букетов $A_9^3 =$

ПРИМЕР 4

Сколько можно составить букетов из 9 разных цветков, если каждый букет состоит из 3 цветков?

РЕШЕНИЕ.

Искомое число букетов $A_9^3 = 9 \cdot 8 \cdot 7 =$

ПРИМЕР 4

Сколько можно составить букетов из 9 разных цветков, если каждый букет состоит из 3 цветков?

РЕШЕНИЕ.

Искомое число букетов $A_9^3 = 9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$

Определение

Сочетаниями называют комбинации, составленные из $\boldsymbol{n}$ различных элементов по $\boldsymbol{m}$ элементов, которые отличаются хотя бы одним элементом.

Определение

Сочетаниями называют комбинации, составленные из $\boldsymbol{n}$ различных элементов по $\boldsymbol{m}$ элементов, которые отличаются хотя бы одним элементом.

Число сочетаний:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!\cdot(n-m)!}$$

ТИПИЧНАЯ СМЫСЛОВАЯ НАГРУЗКА

СКОЛЬКИМИ СПОСОБАМИ МОЖНО ВЫБРАТЬ M ОБЪЕКТОВ ИЗ N ОБЪЕКТОВ?

ПРИМЕР 5

Сколькими способами читатель может выбрать в библиотеке 3 книги из имеющихся 10 книг по математике?

ПРИМЕР 5

Сколькими способами читатель может выбрать в библиотеке 3 книги из имеющихся 10 книг по математике?

РЕШЕНИЕ.

ПРИМЕР 5

Сколькими способами читатель может выбрать в библиотеке 3 книги из имеющихся 10 книг по математике?

РЕШЕНИЕ.

Т.к. порядок выбора книг не важен, то искомое число способов определяется как число СОЧЕТАНИЙ:

ПРИМЕР 5

Сколькими способами читатель может выбрать в библиотеке 3 книги из имеющихся 10 книг по математике?

РЕШЕНИЕ.

Т.к. порядок выбора книг не важен, то искомое число способов определяется как число СОЧЕТАНИЙ:

$$C_{10}^{3} =$$

ПРИМЕР 5

Сколькими способами читатель может выбрать в библиотеке 3 книги из имеющихся 10 книг по математике?

РЕШЕНИЕ.

Т.к. порядок выбора книг не важен, то искомое число способов определяется как число СОЧЕТАНИЙ:

$$C_{10}^{3} = \frac{10!}{3! \cdot 7!} =$$

ПРИМЕР 5

Сколькими способами читатель может выбрать в библиотеке 3 книги из имеющихся 10 книг по математике?

РЕШЕНИЕ.

Т.к. порядок выбора книг не важен, то искомое число способов определяется как число СОЧЕТАНИЙ:

$$C_{10}^{3}=\frac{10!}{3!\cdot 7!}=\frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{3!\cdot 7!}=$$

ПРИМЕР 5

Сколькими способами читатель может выбрать в библиотеке 3 книги из имеющихся 10 книг по математике?

РЕШЕНИЕ.

Т.к. порядок выбора книг не важен, то искомое число способов определяется как число СОЧЕТАНИЙ:

$$C_{10}^{3} = \frac{10!}{3! \cdot 7!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{3! \cdot 7!} = \frac{7! \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{3! \cdot 7!} =$$

ПРИМЕР 5

Сколькими способами читатель может выбрать в библиотеке 3 книги из имеющихся 10 книг по математике?

РЕШЕНИЕ.

Т.к. порядок выбора книг не важен, то искомое число способов определяется как число СОЧЕТАНИЙ:

$$C_{10}^{3}=\frac{10!}{3!\cdot 7!}=\frac{7!\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{3!\cdot 7!}=\frac{8\cdot 9\cdot 10}{1\cdot 2\cdot 3}=$$

ПРИМЕР 5

Сколькими способами читатель может выбрать в библиотеке 3 книги из имеющихся 10 книг по математике?

РЕШЕНИЕ.

Т.к. порядок выбора книг не важен, то искомое число способов определяется как число СОЧЕТАНИЙ:

$$C_{10}^{3} = \frac{10!}{3!\cdot 7!} = \frac{7!\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{3!\cdot 7!} = \frac{8\cdot 9\cdot 10}{1\cdot 2\cdot 3} = 4\cdot 3\cdot 10 =$$

ПРИМЕР 5

Сколькими способами читатель может выбрать в библиотеке 3 книги из имеющихся 10 книг по математике?

РЕШЕНИЕ.

Т.к. порядок выбора книг не важен, то искомое число способов определяется как число СОЧЕТАНИЙ:

$$C_{10}^{3}=\frac{10!}{3!\cdot 7!}=\frac{7!\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{3!\cdot 7!}=\frac{8\cdot 9\cdot 10}{1\cdot 2\cdot 3}=4\cdot 3\cdot 10=120$$

ПРИМЕР 6

В группе из 8 человек надо выбрать 2 для дежурства. Сколько существует вариантов сделать этот выбор?

ПРИМЕР 6

В группе из 8 человек надо выбрать 2 для дежурства. Сколько существует вариантов сделать этот выбор?

РЕШЕНИЕ.

ПРИМЕР 6

В группе из 8 человек надо выбрать 2 для дежурства. Сколько существует вариантов сделать этот выбор?

РЕШЕНИЕ.

Т.к. порядок назначения дежурных не важен, то искомое число способов определяется как число СОЧЕТАНИЙ:

ПРИМЕР 6

В группе из 8 человек надо выбрать 2 для дежурства. Сколько существует вариантов сделать этот выбор?

РЕШЕНИЕ.

Т.к. порядок назначения дежурных не важен, то искомое число способов определяется как число СОЧЕТАНИЙ:

$$C_8^2 =$$

ПРИМЕР 6

В группе из 8 человек надо выбрать 2 для дежурства. Сколько существует вариантов сделать этот выбор?

РЕШЕНИЕ.

Т.к. порядок назначения дежурных не важен, то искомое число способов определяется как число СОЧЕТАНИЙ:

$$C_8^2 = \frac{8!}{2! \cdot 6!} =$$

ПРИМЕР 6

В группе из 8 человек надо выбрать 2 для дежурства. Сколько существует вариантов сделать этот выбор?

РЕШЕНИЕ.

Т.к. порядок назначения дежурных не важен, то искомое число способов определяется как число СОЧЕТАНИЙ:

$$C_8^2 = \frac{8!}{2!\cdot 6!} = \frac{6!\cdot 7 \cdot 8}{2!\cdot 6!} =$$

ПРИМЕР 6

В группе из 8 человек надо выбрать 2 для дежурства. Сколько существует вариантов сделать этот выбор?

РЕШЕНИЕ.

Т.к. порядок назначения дежурных не важен, то искомое число способов определяется как число СОЧЕТАНИЙ:

$$C_8^2 = \frac{8!}{2!\cdot 6!} = \frac{6!\cdot 7\cdot 8}{2!\cdot 6!} = \frac{7\cdot 8}{1\cdot 2} =$$

ПРИМЕР 6

В группе из 8 человек надо выбрать 2 для дежурства. Сколько существует вариантов сделать этот выбор?

РЕШЕНИЕ.

Т.к. порядок назначения дежурных не важен, то искомое число способов определяется как число СОЧЕТАНИЙ:

$$C_8^2 = \frac{8!}{2!\cdot 6!} = \frac{6!\cdot 7\cdot 8}{2!\cdot 6!} = \frac{7\cdot 8}{1\cdot 2} = 7\cdot 4 =$$

ПРИМЕР 6

В группе из 8 человек надо выбрать 2 для дежурства. Сколько существует вариантов сделать этот выбор?

РЕШЕНИЕ.

Т.к. порядок назначения дежурных не важен, то искомое число способов определяется как число СОЧЕТАНИЙ:

$$C_8^2 = \frac{8!}{2! \cdot 6!} = \frac{6! \cdot 7 \cdot 8}{2! \cdot 6!} = \frac{7 \cdot 8}{1 \cdot 2} = 7 \cdot 4 = 28$$

ПРАВИЛА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО КОМБИНАТОРИКЕ

- ***Правило суммы***. Если некоторый объект ***A*** может быть выбран из совокупности объектов m способами, а другой объект ***B*** может быть выбран n способами, то выбрать либо ***A***, либо ***B*** можно **$(m+n)$** способами.

ПРИМЕР 7

В вазе лежат: яблок, груша, банан. Сколько существует способов выбрать хотя бы один фрукт?

ПРИМЕР 7

В вазе лежат: яблок, груша, банан. Сколько существует способов выбрать хотя бы один фрукт?

РЕШЕНИЕ.

ПРИМЕР 7

В вазе лежат: яблок, груша, банан. Сколько существует способов выбрать хотя бы один фрукт?

РЕШЕНИЕ.

«Хотя бы один фрукт» означает, что может быть выбраны:

ПРИМЕР 7

В вазе лежат: яблок, груша, банан. Сколько существует способов выбрать хотя бы один фрукт?

РЕШЕНИЕ.

«Хотя бы один фрукт» означает, что может быть выбраны: 1 фрукт, 2 фрукта, 3 фрукты из находящихся в вазе.

ПРИМЕР 7

В вазе лежат: яблок, груша, банан. Сколько существует способов выбрать хотя бы один фрукт?

РЕШЕНИЕ.

«Хотя бы один фрукт» означает, что может быть выбраны: 1 фрукт, 2 фрукта, 3 фрукты из находящихся в вазе. Общее число способов – СУММА всех вариантов выбора: 1 фрукта, 2 фруктов и 3 фруктов.

ПРИМЕР 7

РЕШЕНИЕ.

1 фрукт из 3 можно выбрать

$C_3^1 =$

ПРИМЕР 7

РЕШЕНИЕ.

1 фрукт из 3 можно выбрать

$$C_3^1 = \frac{3!}{1!\cdot 2!} =$$

ПРИМЕР 7

РЕШЕНИЕ.

1 фрукт из 3 можно выбрать

$C_3^1 = \frac{3!}{1!\cdot 2!} = 3$ способами

ПРИМЕР 7

РЕШЕНИЕ.

1 фрукт из 3 можно выбрать

$C_3^1 = \frac{3!}{1!\cdot 2!} = 3$ способами

2 фрукта из 3 можно выбрать

ПРИМЕР 7

РЕШЕНИЕ.

1 фрукт из 3 можно выбрать

$$C_3^1 = \frac{3!}{1!\cdot 2!} = 3$$ способами

2 фрукта из 3 можно выбрать

$$C_3^2 =$$

ПРИМЕР 7

РЕШЕНИЕ.

1 фрукт из 3 можно выбрать

$C_3^1 = \frac{3!}{1!\cdot 2!} = 3$ способами

2 фрукта из 3 можно выбрать

$C_3^2 = \frac{3!}{2!\cdot 1!} =$

ПРИМЕР 7

РЕШЕНИЕ.

1 фрукт из 3 можно выбрать

$$C_3^1 = \frac{3!}{1!\cdot 2!} = 3 \text{ способами}$$

2 фрукта из 3 можно выбрать

$$C_3^2 = \frac{3!}{2!\cdot 1!} = 3 \text{ способами}$$

ПРИМЕР 7

РЕШЕНИЕ.

1 фрукт из 3 можно выбрать

$$C_3^1 = \frac{3!}{1! \cdot 2!} = 3 \text{ способами}$$

2 фрукта из 3 можно выбрать

$$C_3^2 = \frac{3!}{2! \cdot 1!} = 3 \text{ способами}$$

3 фрукта из 3 можно выбрать

ПРИМЕР 7

РЕШЕНИЕ.

1 фрукт из 3 можно выбрать

$$C_3^1 = \frac{3!}{1!\cdot 2!} = 3 \text{ способами}$$

2 фрукта из 3 можно выбрать

$$C_3^2 = \frac{3!}{2!\cdot 1!} = 3 \text{ способами}$$

3 фрукта из 3 можно выбрать 1 способом

ПРИМЕР 7

РЕШЕНИЕ.

1 фрукт из 3 можно выбрать

$$C_3^1 = \frac{3!}{1! \cdot 2!} = 3$$ способами

2 фрукта из 3 можно выбрать

$$C_3^2 = \frac{3!}{2! \cdot 1!} = 3$$ способами

3 фрукта из 3 можно выбрать 1 способом

Общее количество способов:

ПРИМЕР 7

РЕШЕНИЕ.

1 фрукт из 3 можно выбрать

$$C_3^1 = \frac{3!}{1! \cdot 2!} = 3$$ способами

2 фрукта из 3 можно выбрать

$$C_3^2 = \frac{3!}{2! \cdot 1!} = 3$$ способами

3 фрукта из 3 можно выбрать 1 способом

Общее количество способов: 3 + 3 + 1 =

ПРИМЕР 7

РЕШЕНИЕ.

1 фрукт из 3 можно выбрать

$C_3^1 = \frac{3!}{1! \cdot 2!} = 3$ способами

2 фрукта из 3 можно выбрать

$C_3^2 = \frac{3!}{2! \cdot 1!} = 3$ способами

3 фрукта из 3 можно выбрать 1 способом

Общее количество способов: 3 + 3 + 1 = 7

ПРАВИЛА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО КОМБИНАТОРИКЕ

- ***Правило произведения***. Если объект $\boldsymbol{A}$ можно выбрать из совокупности объектов $\boldsymbol{m}$ способами и после каждого такого выбора объект $\boldsymbol{B}$ можно выбрать $\boldsymbol{n}$ способами, то пара объектов $\boldsymbol{(A, B)}$ в указанном порядке может быть выбрана $\boldsymbol{(m \cdot n)}$ способами.

ПРИМЕР 8

В составе комиссии государственного экзамена 5 человек. Сколько существует способов выбрать председателя и заместителя председателя комиссии?

ПРИМЕР 8

В составе комиссии государственного экзамена 5 человек. Сколько существует способов выбрать председателя и заместителя председателя комиссии?

РЕШЕНИЕ.

ПРИМЕР 8

В составе комиссии государственного экзамена 5 человек. Сколько существует способов выбрать председателя и заместителя председателя комиссии?

РЕШЕНИЕ.

Если один член комиссии назначается на должность председателя комиссии, то заместитель председателя – из оставшихся членов комиссии.

ПРИМЕР 8

В составе комиссии государственного экзамена 5 человек. Сколько существует способов выбрать председателя и заместителя председателя комиссии?

РЕШЕНИЕ.

Если один член комиссии назначается на должность председателя комиссии, то заместитель председателя – из оставшихся членов комиссии. Т.к. оба назначения должны произойти одновременно, то их общее количество является ПРОИЗВЕДЕНИЕМ вариантов первого и второго назначений

ПРИМЕР 8

РЕШЕНИЕ.

Число вариантов выбора председателя комиссии из 5 человек - 5

ПРИМЕР 8

РЕШЕНИЕ.

Число вариантов выбора председателя комиссии из 5 человек – 5.

Из оставшихся 4 человек заместителя председателя можно выбрать 4 способами.

ПРИМЕР 8

РЕШЕНИЕ.

Число вариантов выбора председателя комиссии из 5 человек – 5.

Из оставшихся 4 человек заместителя председателя можно выбрать 4 способами.

Общее число комбинаций:

ПРИМЕР 8

РЕШЕНИЕ.

Число вариантов выбора председателя комиссии из 5 человек – 5.

Из оставшихся 4 человек заместителя председателя можно выбрать 4 способами.

Общее число комбинаций:

$$5 \cdot 4 =$$

ПРИМЕР 8

РЕШЕНИЕ.

Число вариантов выбора председателя комиссии из 5 человек – 5.

Из оставшихся 4 человек заместителя председателя можно выбрать 4 способами.

Общее число комбинаций:

$$5 \cdot 4 = 20$$

КЛАССИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Мерой возможности появления события называется число, называемое ***вероятностью*** случайного события (Р(А)).

Определение

Мерой возможности появления события называется число, называемое ***вероятностью*** случайного события (P(A)).

Закономерности, появляющиеся при проведении достаточно большого количества испытаний с каким-либо объектом, называются ***вероятностными*** или ***статистическим*** закономерностями.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Вероятностью события ***A*** называют отношение числа благоприятствующих этому событию исходов к общему числу всех равновозможных несовместных элементарных исходов, образующих полную группу:

$$P(A) = m/n,$$

где $\boldsymbol{m}$ – число элементарных исходов, благоприятствующих $\boldsymbol{A}$;

$\boldsymbol{n}$ – число всех возможных элементарных исходов испытания

АКСИОМЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. СЛЕДСТВИЯ ИЗ АКСИОМ

1. Каждому случайному событию ***A*** соответствует определенное число ***P(A)***, называемое его вероятностью и удовлетворяющее условию:

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

2. Вероятность достоверного события равна единице

3. ***(аксиома сложения вероятностей).***
Пусть $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{B}$ — несовместные события. Тогда вероятность того, что произойдет хотя бы одно из этих двух событий, равна сумме их вероятностей:

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

4. ***Следствие 1***.

если события $\boldsymbol{A_1, A_2, \ldots, An}$, попарно несовместны, то:

$$P(A_1+A_2+\ldots+A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\ldots+P(A_n)$$

5. ***Следствие 2***.

Если пространство элементарных событий состоит из ***N*** равновозможных элементарных событий, то вероятность каждого из них:

$$p = \frac{1}{N}$$

6. ***Следствие 3.***

Если пространство элементарных событий состоит из ***N*** равновозможных элементарных событий, то вероятность события ***A***:

$$p = \frac{N_A}{N}$$

где N_A - количество элементарных событий, благоприятствующих наступлению события *A*

Событием, ***противоположным*** событию ***A***, называется событие ***Ā***, состоящее в ненаступлении события ***A***

7. ***Теорема***
Для любого события вероятность противоположного события выражается равенством:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

8. ***Теорема***
Вероятность невозможного события равна нулю