

Тема уроку.

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ НЕРІВНОСТЕЙ З ОДНІЄЮ ЗМІННОЮ.

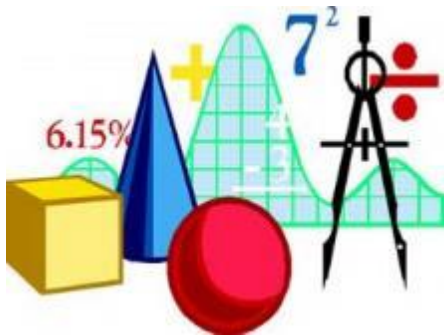


9 клас
Алгебра

ЕПІГРАФ УРОКУ:

*Розум полягає не лише
в знаннях, але й у вмінні
застосовувати ці
знання.*

Аристотель





Система лінійних нерівностей з однією змінною



1. Поняття системи нерівностей з однією змінною та її розв'язку.
2. Схема розв'язування систем лінійних нерівностей з однією змінною.
3. Розв'язування систем лінійних нерівностей з однією змінною. Приклади.

Якщо доводиться знаходити спільні розв'язки двох або більшої кількості нерівностей з однією і тією самою змінною, то кажуть, що ці нерівності утворюють систему нерівностей.

Систему нерівностей позначають фігурно:

$$\begin{cases} 2x - 6 > 0, \\ 0,5x + 1 > 0. \end{cases}$$



Як знайти розв'язок системи нерівностей?



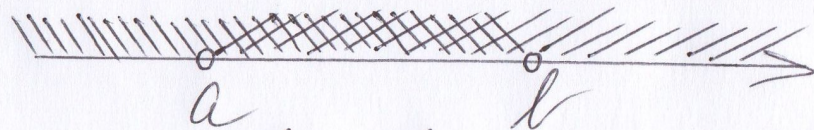
Розв'язок системи нерівностей – це значення змінної, яке задовольняє кожну нерівність системи.

Розв'язати систему нерівностей – означає знайти всі її розв'язки або показати, що вона їх немає.

Які існують варіанти рішень систем лінійних нерівностей?:

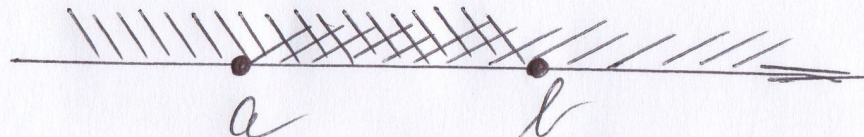
a) $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases} \Rightarrow$

$a < b$



$(a; b)$ - інтервал

$\begin{cases} x \geq a \\ x \leq b \end{cases} \Rightarrow$



$[a; b]$ - відрізок



Які існують варіанти рішень систем лінійних нерівностей?:

а) $\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases} \Rightarrow$ $(b; +\infty)$ - відкрита промінь

б) $\begin{cases} x \leq a \\ x \leq b \end{cases} \Rightarrow$ $(-\infty; a]$ - промінь

в) $\begin{cases} x < a \\ x > b \end{cases}$ \emptyset - пуста множина



Схема розв'язування систем лінійних нерівностей з однією змінною:

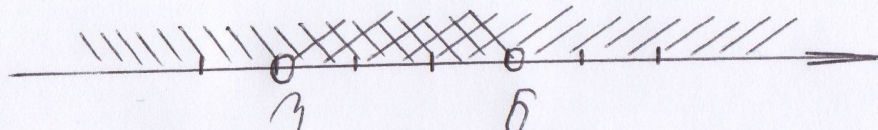
- I. Розв'язуємо кожну нерівність системи;**
- II. Зображуємо множину розв'язків кожної нерівності на одній координатній прямій;**
- III. Знаходимо переріз множини розв'язків нерівностей і записуємо множину розв'язків системи у вигляді проміжку або відповідної нерівності.**



Приклади

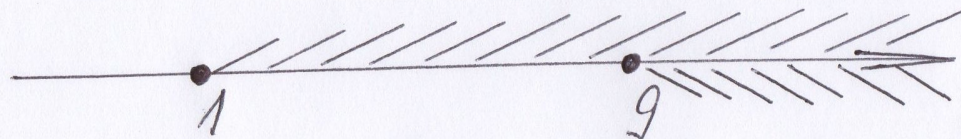
Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{aligned} \text{№ 1} \\ \begin{cases} 2x - 1 > 5 \\ 5 - 3x > -13 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 2x > 6 \\ -3x > -18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 6 \end{cases} \end{aligned}$$



Відповідь: $(3; 6)$ - інтервал

$$\begin{aligned} \text{№ 2} \\ \begin{cases} 3x - 2 \geq 25 \\ 1 - x \leq 0 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 3x \geq 27 \\ -x \leq -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 9 \\ x \geq 1 \end{cases} \end{aligned}$$



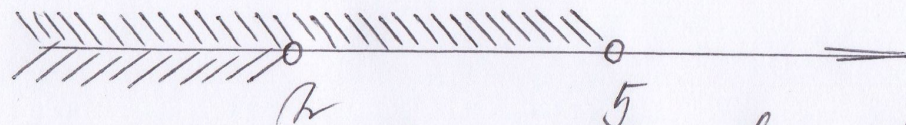
Відповідь: $[9; +\infty)$ - проміжок

Приклади

Розв'язати систему нерівностей

№ 3

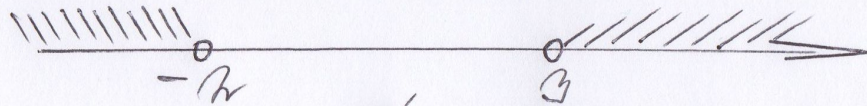
$$\begin{cases} 2x - 2 > 0 \\ 0,2x - 1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x > -2 \\ 0,2x < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x < 5 \end{cases}$$



Відповідь: $(-\infty; 2)$ - відкритий проміжок

№ 4

$$\begin{cases} 1 - 5x > 11 \\ 0x - 18 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -5x > 10 \\ 5x > 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -2 \\ x > 3 \end{cases}$$

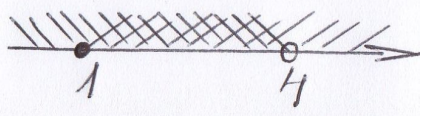


Відповідь: \emptyset - пуста множина розв'язків не має



Приклади

№5 Розв'язати подвійну нерівність:
 $-1 \leq 2x - 3 < 5$

$$\begin{cases} 2x - 3 \geq -1 \\ 2x - 3 < 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x \geq 2 \\ 2x < 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x < 4 \end{cases}$$


Відповідь: $[1; 4)$ - проміжок

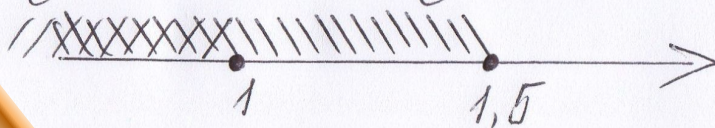
№6 Знайти область визначення виразу (№6, 27)

$$\sqrt{3-x} + \sqrt{1-x}$$

Розв'язання:

Оскільки обидва кореня усунуть одночасно, спростимо і розв'яжемо є-ну нерівностей, виходячи з визначення арифметичного кореня:

$$\begin{cases} 3-x \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x \geq -3 \\ -x \geq -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 1,5 \\ x \leq 1 \end{cases}$$



Відповідь: $(-\infty; 1]$ - проміжок.

Приклады

№ 6.34

$$1) \frac{(x-3)}{(x+4)} \leq 0$$

Для извлечения двух выражений отнимаем знаменатель, что означает, что выражения имеют разные знаки.

$$\begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x+4 \leq 0 \end{cases}$$

или

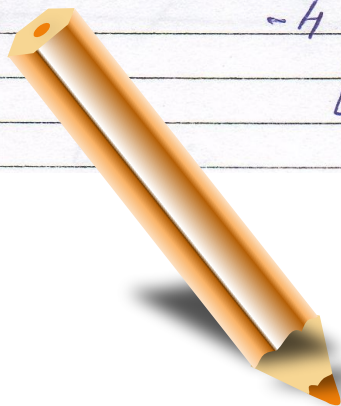
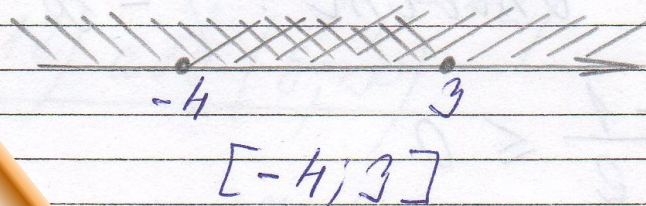
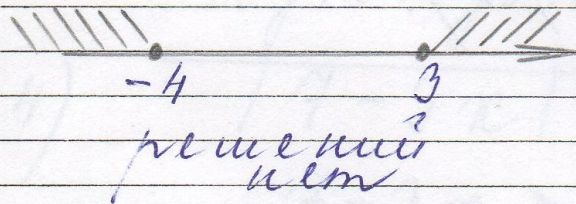
$$\begin{cases} x-3 \leq 0 \\ x+4 \geq 0 \end{cases}$$

⇓

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -4 \end{cases}$$

⇓

$$\begin{cases} x \leq 3 \\ x \geq -4 \end{cases}$$



Приклади

$$a) (x+1)/(2x-7) > 0$$

$$\begin{cases} x+1 > 0 \\ 2x-7 > 0 \end{cases}$$

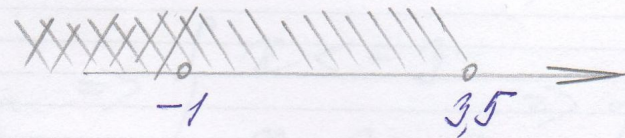
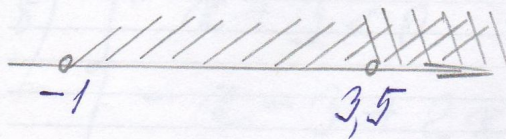
или

$$\begin{cases} x+1 < 0 \\ 2x-7 < 0 \end{cases}$$

⇓

$$\begin{cases} x > -1 \\ x > 3,5 \end{cases}$$

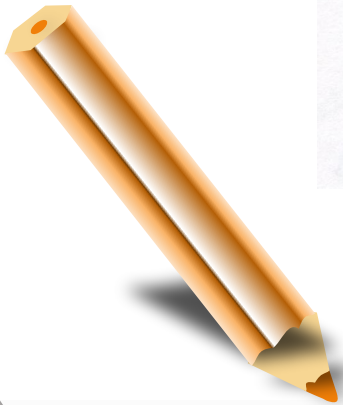
$$\begin{cases} x < -1 \\ x < 3,5 \end{cases}$$



$$(3,5; \infty)$$

$$(-\infty; -1)$$

$$\text{Answer: } (-\infty; -1) \cup (3,5; \infty).$$



Приклады

$$3) \quad \frac{x-8}{x-1} > 0$$

Дробь принимает положительное значение, если числитель и знаменатель имеют одинаковые знаки. Составим и решим две системы линейных неравенств.

$$\begin{cases} x-8 > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases}$$

⇓

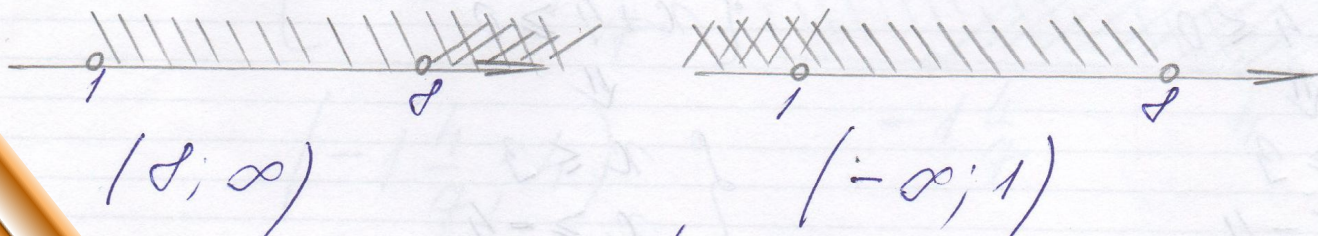
$$\begin{cases} x > 8 \\ x > 1 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} x-8 < 0 \\ x-1 < 0 \end{cases}$$

⇓

$$\begin{cases} x < 8 \\ x < 1 \end{cases}$$



Ответ: $(-\infty; 1) \cup (8; \infty)$.



Приклад 1:

Розв'яжемо систему нерівностей

$$\begin{cases} 2x - 6 > 0, \\ 0,5x + 1 > 0. \end{cases} \quad \begin{cases} 2x > 6, \\ 0,5x > -1; \end{cases} \quad \begin{cases} x > 3, \\ x > -2. \end{cases}$$

Розв'язок кожної з нерівностей системи є числовим проміжком, відповідно $(3; +\infty)$ і $(-2; +\infty)$.

Запис $(3; +\infty) \cap (-2; +\infty)$ означає переріз, тобто спільну частину даних проміжків.



Розв'язком нерівності є проміжок $(3; +\infty)$.

Приклад 2

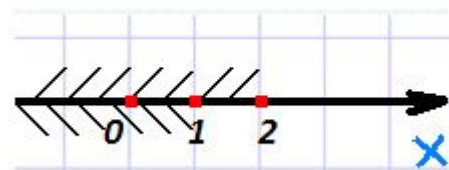
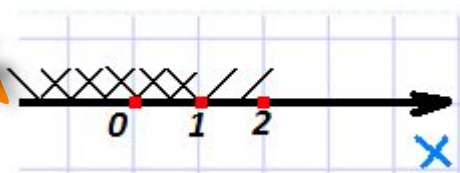
Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} 1 - x \geq 0, \\ 2 - x \geq 0. \end{cases}$$

Розв'язання:

$$\begin{cases} -x \geq -1, \\ -x \geq -2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 1, \\ x \leq 2. \end{cases}$$

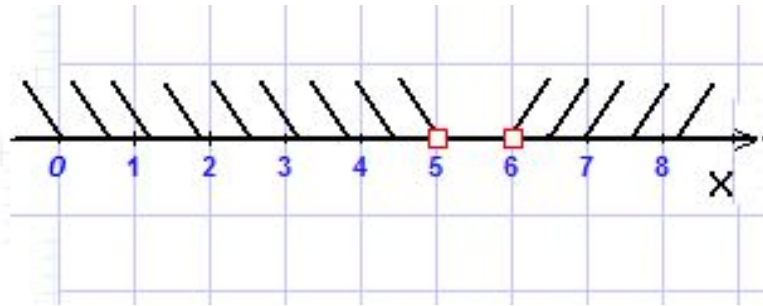
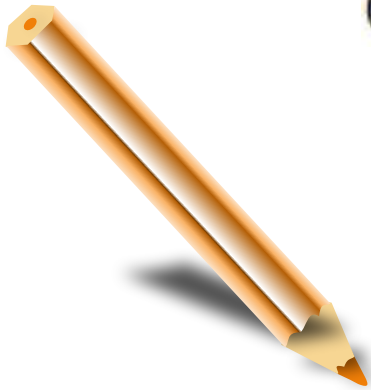


З рисунка видно, що розв'язком системи є $x \leq 1$, тобто $x \in (-\infty; 1]$

Приклад 3

Розв'язати систему нерівностей $\begin{cases} 5x - 25 < 0, \\ 0,5x - 3 > 0. \end{cases}$

Розв'язання: $\begin{cases} 5x < 25, & x < 5, \\ 0,5x > 3; & x > 6. \end{cases}$



Очевидно, що числові проміжки $(-\infty; 5)$ і $(6; \infty)$ не мають жодного спільного числа. Тому система нерівностей не має розв'язку.

У такому випадку кажуть, що переріз даних числових проміжків – порожня множина, яку позначають знаком \emptyset .

Приклад.

Знайти область допустимих значень змінної у виразі

$$\sqrt{2x - 2} + \sqrt{9 - 3x}$$

Розв'язання:

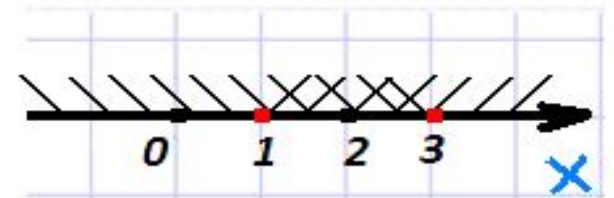
Аби даний вираз мав смисл, треба, щоб підкореневі вирази були невід'ємними: $2x - 2 \geq 0$ і $9 - 3x \geq 0$.

Оскільки ця умова повинна виконуватися одночасно,

то маємо систему:
$$\begin{cases} 2x - 2 \geq 0, \\ 9 - 3x \geq 0. \end{cases}$$

Розв'яжемо її.

$$\begin{cases} 2x \geq 2, \\ -3x \geq -9; \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 1, \\ x \leq 3. \end{cases}$$



Бачимо, що спільні розв'язки нерівностей системи належать числовому проміжку $[1; 3]$, який можна записати у вигляді подвійної нерівності $1 \leq x \leq 3$.

ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

п.6 переглянути презентацію,
розглянути приклад 4 стор.45
в підручнику, виконати № 6.27;
№ 6.30

