



Рациональные выражения

Урок 1-2

06.10.2013

Преподаватель математики Каримова С.Р.

Работа над ошибками

Вариант 1

1. $(a+6)^2 - 2a(3-2a) = a^2 + 12a + 36 - 6a + 4a^2 = 5a^2 + 6a + 36$.

2.
$$\begin{cases} 5x - 2y = 11, \\ 4x - y = 4; \end{cases} \quad \begin{cases} 5x - 2(4x - 4) = 11, \\ y = 4x - 4. \end{cases}$$

$5x - 2(4x - 4) = 11;$

$5x - 8x + 8 = 11;$

$-3x = 3;$

$x = -1;$

$y = 4 \cdot (-1) - 4;$

$y = -8.$

Ответ: $(-1; -8)$.

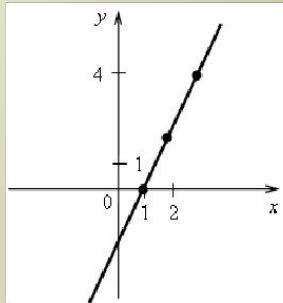
3. а) График функции $y = 2x - 2$:

б) $A(-10; -20)$:

$-20 = 2 \cdot (-10) - 2;$

$-20 = -22$ — неверно.

Ответ: не проходит.



4. а) $2a^4b^3 - 2a^3b^4 + 6a^2b^2 = 2a^2b^2(a^2b - ab^2 + 3)$;

б) $x^2 - 3x - 3y - y^2 = (x^2 - y^2) - (3x + 3y) = (x - y)(x + y) - 3(x + y) = (x + y)(x - y - 3)$.

5. Пусть собственная скорость лодки x км/ч. Выделим процессы: движение плота из пункта A до встречи с лодкой и движение лодки из пункта B до встречи с плотом.

Заполним таблицу:

	s	v	t
Плот	6 км	2 км/ч	3 ч
Лодка	$2(x - 2)$ км	$(x - 2)$ км/ч	2 ч

Составим и решим уравнение:

$6 + 2(x - 2) = 30;$

$6 + 2x - 4 = 30;$

$2x = 28;$

$x = 14.$

Ответ: 14 км/ч.

Вариант 2

1. $(x-2)^2 - (x-1)(x+2) = x^2 - 4x + 4 - x^2 - 2x + x + 2 = -5x + 6.$

2.
$$\begin{cases} 3x + 5y = 12, \\ x - 2y = -7; \end{cases} \quad \begin{cases} 3(2y - 7) + 5y = 12, \\ x = 2y - 7. \end{cases}$$

$3(2y - 7) + 5y = 12;$

$6y - 21 + 5y = 12;$

$11y = 33;$

$y = 3;$

$x = 2 \cdot 3 - 7;$

$x = -1.$

Ответ: $(-1; 3)$.

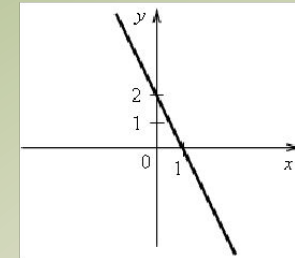
3. а) График функции $y = -2x + 2$:

б) $A(10; -18)$:

$-18 = -2 \cdot 10 + 2;$

$-18 = -18$ — верно.

Ответ: проходит.



4. а) $3x^3y^3 + 3x^2y^4 - 6xy^2 = 3xy^2(x^2y + xy^2 - 2)$;

б) $2a + a^2 - b^2 - 2b = (2a - 2b) + (a^2 - b^2) = 2(a - b) + (a - b)(a + b) = (a - b)(2 + a + b)$.

5. Пусть скорость велосипедиста x км/ч, тогда скорость мотоциклиста $(x + 28)$ км/ч. Выделим процессы: движение велосипедиста до встречи с мотоциклистом и движение мотоциклиста до встречи с велосипедистом.

Заполним таблицу:

	s	v	t
Велосипедист	x км	x км/ч	1 ч
Мотоциклист	$0,5(x + 28)$ км	$(x + 28)$ км/ч	0,5 ч

Составим и решим уравнение:

$x + 0,5(x + 28) = 32;$

$x + 0,5x + 14 = 32;$

$1,5x = 18;$

$x = 12.$

Получаем, что скорость велосипедиста равна 12 км/ч, тогда скорость мотоциклиста равна $12 + 28 = 40$ км/ч.

Ответ: 12 км/ч и 40 км/ч.

Алгебраическим выражением называется выражение, составленное **из чисел и переменных** с помощью действий сложения, вычитания, умножения, деления, возведения в степень и с помощью скобок.

Целые выражения составлены из чисел и переменных с помощью действий сложения, вычитания и умножения, а также **деления на число**, отличное от нуля.

$$7a^2b, m^3 + n^3, (x - y)(x^2 + y^2), b^{10} - \frac{b(3b + c)}{7}, \frac{a + 5}{8}, 2x : 9$$

Дробные выражения помимо действий сложения, вычитания и умножения, содержат **деление на выражение с переменными**

$$4a - \frac{b}{2a + 1}, \frac{x + y}{x^2 - 3xy + y^2},$$
$$\frac{n}{3} - \frac{5}{n^2 + 1}, 2p : q,$$

ВЫРАЖЕНИЯ

целы

$$7a^2b, m^3 + n^3, (x - y)(x^2 + y^2)$$

дробны

$$b^{10} - \frac{b(3b + c)}{7}, \frac{a + 5}{8}, 2x : 9$$

$$4a - \frac{b}{2a + 1}, \frac{x + y}{x^2 - 3xy + y^2},$$
$$\frac{n}{3} - \frac{5}{n^2 + 1}, 2p : q,$$

рациональные
выражения

Рациональными называются целые и дробные выражения.

Переместите выражения в соответствующие столбцы

Дробные выражения	Целые выражения

$$\frac{1}{4}n^2 + \frac{m^7 - 2}{5}$$

$$2x - 3 + \frac{x - 1}{x + 4}$$

$$1 + \frac{2}{a}$$

$$\frac{a^3 - ab}{4}$$

$$\frac{2x + a}{c^2}$$

$$\frac{x + 3}{x^2 - 2xy}$$

$$\frac{1}{7}x^2y$$

Во сколько раз масса БМП-3 больше массы БМП-2? Составить целое выражение.

Параметры / Изделия	БМП-2, боевая машина пехоты
Масса, кг	14300
Электропитание, В	3
Расчет, чел.	7 (десант)
Пушка, тип	30 -мм 2А42
Пулемет	7.62 -мм ПКТ (ПКТМ)
Боекомплект, шт:	30 -мм х 500, 7,62 -мм х 2000
Двигатель	УТД-20, мощность 300 л. с.
по шоссе	до 65
на плаву	до 7
Запас хода по шоссе, км	600



Параметры / Изделия	БМП-3, гусеничная плавающая боевая машина пехоты
Масса, кг	18700
Электропитание, В	3
Расчет, чел.	7
Пушка, тип	1х 100 -мм 2А70, 1х 30 -мм 2А72
Пулемет	3х 7,62 -мм ПКТ
Боекомплект, шт:	30 х100-мм, в т.ч. 8 УР; 500х 30 -мм; 6000х 7,62 -мм
Двигатель	УТД-29, дизель
по шоссе	70
на плаву	10
Запас хода по шоссе, км	600



Упражнения

1) Учебник № 3, № 4, № 5 (а)

5. Чему равно значение дроби $\frac{(a+b)^2 - 1}{a^2 + 1}$ при:

а) $a = -3, b = -1;$

б) $a = 1\frac{1}{2}, b = 0,5?$

Образец оформления:
№ 5 (а).

$$\frac{(a+b)^2 - 1}{a^2 + 1}; \quad a = -3, b = -1.$$

$$\frac{(-3-1)^2 - 1}{(-3)^2 + 1} = \frac{(-4)^2 - 1}{9 + 1} = \frac{16 - 1}{10} = \frac{15}{10} = 1,5.$$

Упражнения

Учебник

2) № 7 (а), № 8

3) № 9, № 16.

Устно:

- Какое выражение называется целым? дробным?
- Как называются целые и дробные выражения?
- Что такое рациональная дробь?
- Всякая ли рациональная дробь является дробным выражением? Приведите примеры.
- Как найти значение рациональной дроби при заданных значениях входящих в неё переменных?

Допустимые значения переменных, входящих в дробное выражение

Устно:

Подставьте вместо * какое-нибудь число и назовите полученную дробь:

а) ; б) ; в) ; г) ;

$$\frac{1}{*}$$

$$\frac{5}{*}$$

$$\frac{*}{3}$$

$$\frac{7}{*}$$

д) ; е) ; ж) ; з) ;

$$\frac{1}{3 - *}$$

$$\frac{5 + *}{4}$$

$$\frac{2}{1 + *}$$

$$\frac{6}{* - 5}$$

Устно:

- Какую дробь называют рациональной?
- Всякая ли дробь является дробным выражением?
- Как найти значение рациональной дроби при заданных значениях входящих в неё переменных?

З а д а н и е. Найдите значение дроби при указанных значениях переменной:

$$\frac{x + 3}{x - 1} \quad \text{при } x = 4; 0; 1.$$

- ✓ при $x = 1$ невозможно найти значение дроби.
- ✓ Это позволяет сделать следующий вывод: в рациональную дробь **нельзя** подставлять числа, которые **обращают её знаменатель в нуль**.

! Все значения переменных, при которых рациональное выражение имеет смысл, называют **допустимыми значениями переменных**.

Как находить допустимые значения переменных?

1) Если выражение является целым, то все значения входящих в него переменных будут допустимыми.

2) Чтобы найти допустимые значения переменных дробного выражения, нужно проверить, при каких значениях знаменатель обращается в нуль. Найденные числа не будут являться допустимыми значениями.

Упражнения:

1. № 10, № 11.

Образец оформления:

№ 11.

$$\Gamma) \frac{x^2 - 8}{4x(x+1)}$$

$$4x(x+1) = 0$$

$$4x = 0 \quad \text{или} \quad x + 1 = 0$$

$$x = 0 \quad \quad \quad x = -1$$

О т в е т: $x \neq 0$ и $x \neq -1$ (или все числа, кроме 0 и -1).

Упражнения:

2. № 13.

3. № 14 (а, в), № 15.

4. № 17.

Решение:

№ 15.

$$\Gamma) \frac{x(x+3)}{2x+6} = 0$$

$$x(x+3) = 0$$

$$2x+6 \neq 0$$

$$x = 0 \quad \text{или} \quad x = -3 \quad x \neq -3$$

О т в е т: $x = 0$.

Дополнительно*:

№ 18 и № 20

Решение:

№ 18.

а) $\frac{4}{a^2 + 5}$

Из всех дробей с одинаковым положительным числителем большей будет та, у которой знаменатель является наименьшим. То есть необходимо найти, при каком значении a выражение $a^2 + 5$ принимает наименьшее значение.

Поскольку выражение a^2 не может быть отрицательным ни при каких значениях a , то выражение $a^2 + 5$ будет принимать наименьшее значение при $a = 0$.

О т в е т: $a = 0$.

б) $\frac{10}{(a-3)^2 + 1}$.

Рассуждая аналогично, получим, что необходимо найти то значение a , при котором выражение $(a-3)^2 + 1$ принимает наименьшее значение.

О т в е т: $a = 3$.

Решение:

№ 20.

$$\frac{18}{4x^2 + 9 + y^2 + 4xy}$$

$$\frac{18}{4x^2 + 9 + y^2 + 4xy} = \frac{18}{4x^2 + 4xy + y^2 + 9} = \frac{18}{(2x + y)^2 + 9}$$

Дробь будет принимать наибольшее значение, если выражение $(2x + y)^2 + 9$ принимает наименьшее значение. Поскольку $(2x + y)^2$ не может принимать отрицательные значения, то наименьшее значение выражения $(2x + y)^2 + 9$ равно 9.

Тогда значение исходной дроби равно $\frac{18}{9} = 2$.

Итог урока:

- Какие значения называются допустимыми значениями переменных, входящих в выражение?
- Каковы допустимые значения переменных целого выражения?
- Как найти допустимые значения переменных дробного выражения?
- Существуют ли рациональные дроби, для которых все значения переменных являются допустимыми? Приведите примеры таких дробей.

Задание на самоподготовку:

№ 2, № 5 (б), № 6, № 7 (б).

№ 12, № 14 (б, г), № 212.

Д о п о л н и т е л ь н о : № 19.

Литература и Интернет–ресурсы :

1. Алгебра. 8 класс. Учебник. ФГОС. Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова. Под ред. С.А.Теляковского. 2013г.
2. Алгебра, 8 класс, Поурочные планы, Дюмина Т.Ю., Махонина А.А., 2012: CD;
3. <http://www.arms-expo.ru/049049052052124049051054055.html>
4. <http://s4.goodfon.ru/wallpaper/previews-middle/219776.jp>