

Кафедра бойового застосування і експлуатації радіолокаційних,
радіотехнічних та метрологічних засобів Повітряних Сил

Дисципліна: “ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ МЕТРОЛОГІЇ”

Тема № 4. Основи теорії похибок.

Заняття 2 : ПОХИБКИ ПРЯМИХ ВИМІРЮВАНЬ.

НАВЧАЛЬНА МЕТА :

1. Вивчити методику оцінювання результатів прямих вимірювань та їх похибок.
2. Вивчити числові характеристики випадкових похибок.
3. Вивчити методику обробки результатів виправлених спостережень.

ВИД ЗАНЯТТЯ : **групове**

к.т.н., доц. Лях М. А.

УЧБОВІ ПИТАННЯ :

- 1. Оцінювання систематичної похибки прямих вимірювань.**
- 2. Оцінювання результатів прямих вимірювань та їх похибок при одноразовому та багаторазовому спостереженнях.**
- 3. Випадкові похибки прямих вимірювань. Числові характеристики випадкових похибок.**

1. ОЦІНЮВАННЯ СИСТЕМАТИЧНОЇ ПОХИБКИ

ПРЯМИХ ВИМІРЮВАНЬ

Невключена систематична похибка результату вимірювання утворюється з складових, в якості яких можуть бути невиключені систематичні похибки методу, засобу вимірювання, а також похибки, які визнані іншими факторами.

В якості границь складових невиключених систематичних похибок приймають, наприклад, межі допускаємих основних та додаткових похибок засобів вимірювань, якщо випадкові складові похибки невеликі.

Оцінити і виключити систематичні похибки, тобто похибки, які залишаються постійними або закономірно змінюються під час повторних вимірюваннях в однакових умовах, способом багаторазових спостережень не можна. Результат одного спостереження можна записати, як

$$x_i = X_{\text{іст}} + \sigma_{x_i} + \overset{\circ}{\Delta}_c \quad (1)$$

де σ_{x_i} - реалізація випадкової похибки,

$\overset{\circ}{\Delta}_c$ - постійна систематична похибка.

Якщо провести «***n***»-спостережень і взяти середнє арифметичне то будемо мати

$$x_i = X_{\text{іст}} + \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_{x_i}}{n} + \Delta_c \quad (2)$$

Із-за різних знаків реалізації випадкової похибки випадкова складова з ростом ***n*** зменшується, а систематична буде залишатись незмінною.

Систематична похибка рідко може бути визначена в цілому, а не просумовуванням окремих складових. Це можна виконати, якщо виконувати вимірювання більш точним методом з використанням більш точних ЗВ. Значно частіше вимушені знаходити складові систематичної похибки, а потім їх просумувати. Для цього потрібно глибоко розуміти принцип роботи ЗВ і фізичні процеси, які протікають в вимірювальних колах.

При просумовуванні складових невиключених систематичних похибок результату вимірювання невиключені систематичні похибки засобів вимірювань кожного типу розглядають як випадкові величини. При відсутності даних про вид розподілу випадкових величини їх розподіли приймають за рівномірні.

При рівномірному розподілу невиключених систематичних похибок ці границі (без урахування знаку) обчислюють за формулою

$$\Delta_{\Sigma} = K \sqrt{\sum_{i=1}^m \Delta_{c_i}^2} \quad (3)$$

де Δ_{c_i} – границя i - невиключеної систематичної похибки;

K – коефіцієнт, який визначається прийнятою довірчою ймовірністю;

m – число просумовуваних невиключених систематичних похибок.

Коефіцієнт K приймають рівним 1,1 при довірчій ймовірності $P=0,95$, При $P=0,99$ коефіцієнт K приймається рівним 1,4, якщо число просумовуваних систематичних похибок більше чотирьох ($m>4$).

Повністю виключити систематичні похибки введенням поправки не можна, так як поправка також визначається з деякою похибкою. Таким чином, завжди залишаються невиключеними залишки систематичної похибки (НСП), які розглядаються як випадкові.

Слід відмітити, що систематичні похибки можуть бути пов'язані з кожним елементом процесу вимірювань: недосконалістю моделі об'єкту вимірювання, недосконалістю методу, засобом вимірювання, зміною зовнішніх умов, особистими якостями спостерігача.

Невиключена систематична похибка результату вимірювання утворюється із складових, в якості яких можуть бути невиключені систематичні похибки методу вимірювання, засобу вимірювання, а також похибки, які пов'язані з іншими факторами.

ЗАГАЛЬНІ СПОСОБИ ОЦІНЮВАННЯ І ВИКЛЮЧЕННЯ СИСТЕМАТИЧНИХ ПОХИБОК.

Для виявлення, оцінки і виключення систематичних похибок потрібне ретельне вивчення конкретних методів які застосовуються, засобів і умов вимірювання. Але можна відмітити найпростіші загальні способи виявлення, оцінки і виключення систематичних похибок.

1. Виключення систематичної похибки при вимірюванні шляхом застосування відповідних методів і прийомів, наприклад, методу заміщення, методу компенсації похибки по знаку, який використовує два виміри, в результаті яких систематична похибка входить з різними знаками. Інші ці методи дозволяють виключити постійну систематичну похибку, виявлення якої має найбільші труднощі, безпосередньо в процесі вимірювання, а не шляхом обробки результату.

2. Оцінка систематичної похибки шляхом застосування більш точного методу і засобу вимірювань.

Систематична похибка, якщо знехтувати похибку порівняння, буде рівна

$$\Delta_c = \bar{X} - x_T \quad (4)$$

де x_T - результат точного вимірювання.

3. Виявлення систематичної похибки в результатах вимірювань з багаторазовим спостереженням однієї фізичної величини двома незалежними методами. Для цієї мети розроблені статистичні методи обробки результатів, методи кореляційного і регресивного аналізу.

4. Виявлення систематичної похибки обчислювальним шляхом. Для цього виражають значення вимірюємої величини з урахуванням впливаючого фактору («виміряне значення») і при його відсутності («істинне значення»). Різниця першого і другого значень і буде абсолютна систематична похибка.

В якості найпростішого прикладу оцінимо похибку при вимірюванні постійного електричного струму, яка обумовлена опором амперметра. Електрична схема такого вимірювання представлена на рисунку 1.

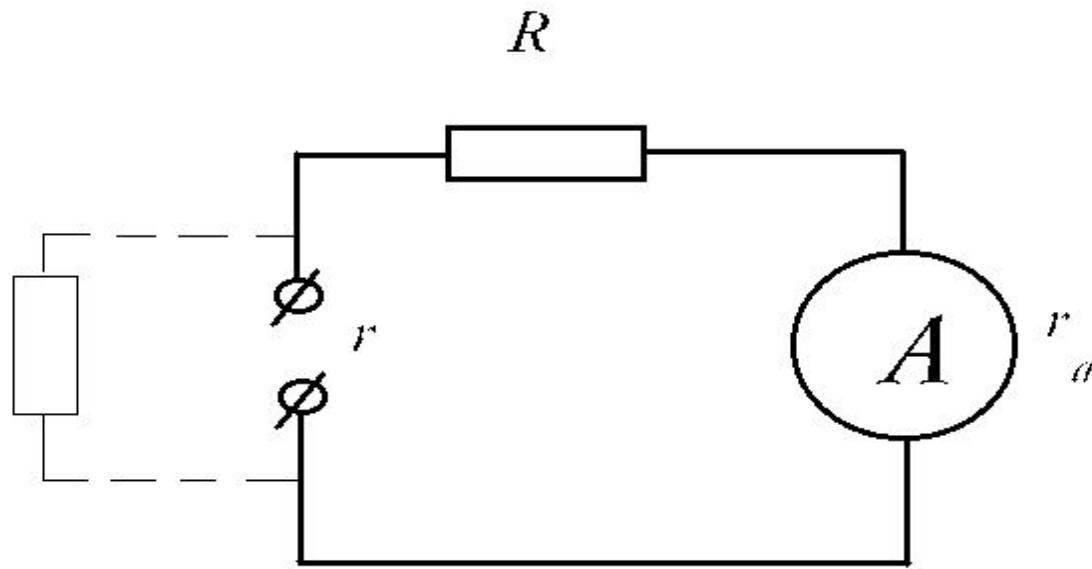


рис.1

Позначимо -

r - внутрішній опір джерела,

R опір навантаження,

r_a - опір амперметра,

e - ЕРС джерела,

$I_{\text{вим}}$ - виміряне значення струму.

Тоді:

$$I_{\text{вим}} = e / (R + r_a + r), \quad (5)$$

$$I_{\text{іст}} = e / (R + r). \quad (6)$$

Абсолютна систематична похибка -

$$\Delta c = I_{\text{вим}} - I_{\text{іст}} = - I_{\text{вим}} * r_a / (R + r) \quad (7)$$

5. Виключення систематичної похибки введенням поправки. Поправка $C = -\Delta c$ буває відома з обмеженою точністю і характеризується середнім значенням з СКВ $\sigma()$. При введенні поправки систематична складова похибки зменшується, а дисперсія результату вимірювання збільшується. Критерієм доцільності введення поправки є інтервал сумарної похибки вимірювання.

Отже, вміле застосування методів і способів оцінювання та виключення систематичних похибок, які ми розглянули, можливе при точному знанні механізмів утворення систематичних похибок.

2. ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ПРЯМИХ ВИМІРЮВАНЬ ТА ЇХ ПОХИБОК ПРИ ОДНОРАЗОВОМУ ТА БАГАТОРАЗОВОМУ СПОСТЕРЕЖЕННЯХ.

а) БАГАТОРАЗОВІ ВИМІРЮВАННЯ З РІВНОТОЧНИМИ ЗНАЧЕННЯМИ ВІДЛІКУ.

Багаторазові вимірювання однієї і тієї ж величини постійного розміру виконуються при підвищених вимогах до точності вимірювання.

Результат багаторазового вимірювання описується виразом

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (8)$$

При обмеженому числі спостережень випадковою величиною.

$\bar{X}$

Характеристикою розсіювання відносно істинного значення величини X іст є оцінка середнього квадратичного відхилення результату вимірювання:

$$\tilde{\sigma}_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2} = \frac{\tilde{\sigma}_x}{\sqrt{n}} \quad (9)$$

де n – кількість спостережень;

$x_i - \bar{X} = \Delta_{x_i}$ - випадкове відхилення результату спостереження;

$$\tilde{\sigma}_x = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2} \quad (10)$$

- оцінка середнього квадратичного відхилення результату спостереження.

При обмеженому числу спостережень оцінки (9) та (10) (для $n \geq 2$) є випадковими величинами, вони характеризують випадкові похибки результату вимірювання та результату спостереження відповідно. Ці оцінки мають тільки позитивні значення, так як є числовими параметрами закону розподілу випадкової величини X .

При зменшені числа спостережень оцінки (9) і (10) збільшуються.

При збільшені – оцінка (10) наближається до генерального значення СКВ результату спостереження , а оцінка (9) – до нуля.

Для виключення систематичних похибок (зміщення оцінок) (9) і (10) вводять поправочний множник МК , який залежить від числа спостережень і визначається по таблиці 1.

Значення коефіцієнта МК Табл.1

К	M_к	К	M_к	К	M_к
1	1,253	10	1,025	19	1,013
2	1,128	11	1,023	20	1,013
3	1,085	12	1,021	25	1,01
4	1,064	13	1,019	30	1,008
5	1,051	14	1,018	35	1,007
6	1,042	15	1,017	40	1,006
7	1,036	16	1,016	45	1,006
8	1,032	17	1,015	50	1,005
9	1,028	18	1,014	60	1,004

Завдяки використанню масиву експериментальних даних при обчисленні результату вимірювання точність визначення вимірювальної величини підвищується в раз, що відображено на рис.2

На рис.2 показаний випадок, коли результат багаторазового вимірювання підлягає нормальному закону розподілення ймовірності.

Наявність масиву експериментальних даних дозволяє одержати апостеріорну інформацію про закон розподілу ймовірності результату вимірювання. Тобто, може бути поставлена задача його визначення.

Іншою можливістю є визначення та виключення помилок згідно правила « 3σ ».

Специфічною особливістю багаторазового вимірювання є можливість ефективного використання апостеріорної вимірювальної інформації.

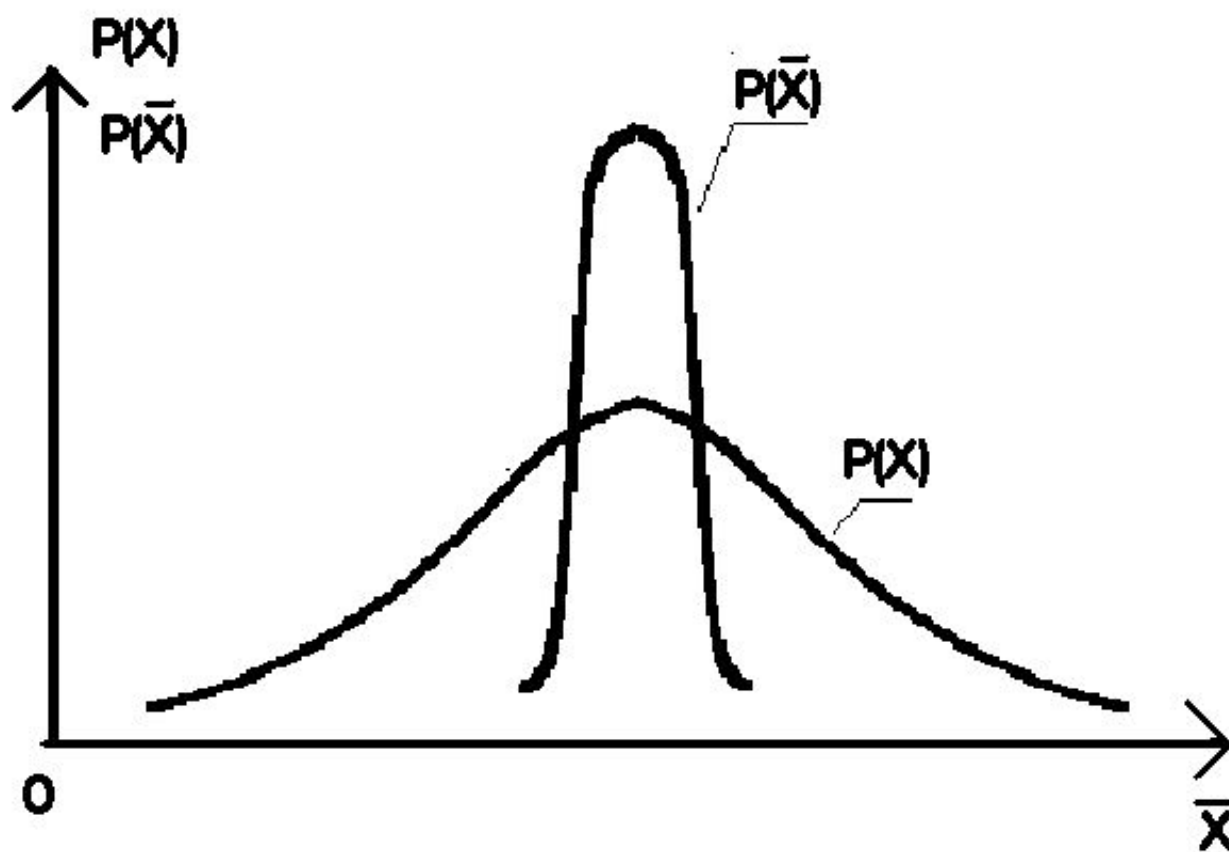


рис.2

Виконання багаторазового вимірювання з рівноточними значеннями відліків показів проводять в наступному порядку:

1. Аналіз апріорної інформації, визначення поправок C_i .
2. Одержання n незалежних значень відліків x_i
3. Внесення поправок та одержання $X_i = x_i + C_i$ (виключення систематичних похибок).

4. Оцінка середнього значення $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{s=1}^n x_i$

5. Визначення залишкових похибок .

6. Перевірка умови

$$x_i - \bar{X} = \Delta_{x_i} \quad (11)$$

7. Оцінка СКВ результату спостереження σ_X за виразом (10).

8. Перевірка та виключення грубих помилок

$$|x_i - \bar{X}| < 3\sigma_x \quad (12)$$

Якщо грубі похибки виявленні, то з масиву спостережень результати з грубими похибками виключаються, і повторюються пункти 4-7

9. визначення СКВ результату вимірювання. $\sigma_{\bar{X}}$

10. Вибір довірчої ймовірності Р та визначення t_S - коефіцієнта Ст'юдента

11. Розрахунок половини довірчого інтервалу $\epsilon = t_S \cdot \sigma_{\bar{X}}$

12. Визначення границь, в яких знаходиться значення вимірювальної величини $\bar{X} - \epsilon < X_{\text{іст}} < \bar{X} + \epsilon$ (14)

Приклад 2.1.

Визначити довірчі границі похибки результату вимірювання ємності конденсатора, якщо $n = 15$. Результати спостережень наведені в табл.2

\табл.2 на окремому листі\

Номер спостереження n Результат спостереження C_i , пФ Випадкове відхилення $\Delta C = (- C_i)$, пФ ΔC^2 , пФ²

Приклад 2.1.

табл.2

Номер спостереження n	Результат спостереження C_i , пФ	Випадкове відхилення	ΔC^2 , пФ ²
1	794	- 4,8	23,04
2	803	+ 4,2	17,64
3	809	+10,2	104,04
4	796	- 2,8	7,84
5	798	- 0,8	0,64
6	806	+ 7,2	51,84
7	807	+ 8,2	67,24
8	792	- 6,8	46,24
9	804	+ 5,2	27,04
10	801	+ 2,2	4,84
11	800	+ 1,2	1,44
12	797	- 1,8	3,24
13	795	- 3,8	14,44
14	791	- 7,8	60,84
15	798	- 9,8	96,04
	$\bar{C} = 798,8$ пФ	$\sum(C_i - \bar{C}) = 0$	$\sum(C_i - \bar{C})^2 = 5264$

1. Визначаємо середнє арифметичне значення:

$$\overline{C} = 798,8 \text{ пФ}$$

2. Обчислюємо оцінку середнього квадратичного відхилення результату спостереження :

$$\sigma_c = \frac{1}{14} \cdot 5264 = 6 \text{ пФ}$$

3. Перевіряємо відсутність грубих похибок.

4. Обчислюємо оцінку середнього квадратичного відхилення результату вимірювання :

$$\sigma_{\bar{c}} = \frac{6}{15} = 1,6 \text{ пФ}$$

5. Задаємося довірчою ймовірністю **P = 0,95**
і по табл. 3 для **n = 15** знаходимо коефіцієнт
Ст'юдента **.ts = 2,14**

Табл. 3

<i>n</i>	<i>P=0,95</i>	<i>P =0,99</i>	<i>n</i>	<i>P =0,95</i>	<i>P =0,99</i>
3	4,3	9,92	15	2,14	2,98
4	3,18	5,84	16	2,13	2,95
5	2,77	4,6	17	2,12	2,92
6	2,57	4,03	18	2,11	2,9
7	2,45	3,71	19	2,1	2,88
8	2,36	3,5	20	2,09	2,86
9	2,31	3,36	22	2,07	2,82
10	2,26	3,25	24	2,06	2,8
11	2,23	3,17	26	2,06	2,78
12	2,2	3,11	28	2,048	2,76
13	2,18	3,06	30	2,043	2,75
14	2,16	3,01	∞	1,96	2,57

5. Обчислюємо значення довірчої похибки:

$$\Delta_{\bar{C}} = t_s \cdot \sigma_{\bar{C}} = 2,14 \cdot 1,6 = 3,4 \approx 3 \text{ пФ}$$

6. Записуємо результат вимірювання відповідно з ГОСТ 8.010 -72:

$$C = (799 \pm 3) \text{ пФ} , P = 0,95.$$

Тобто, істинне значення ємності конденсатора з ймовірністю $P = 0,95$ знаходиться від 795 до 803 пФ.

б) ОДНОРАЗОВІ ВИМІРЮВАННЯ

Переважає більшість вимірювань - одноразові. В звичайних умовах їх точність цілком допустима, а простота, висока продуктивність та низька вартість ставлять їх на перше місце.

Багато людей до кінця свого життя залишаються знайомими лише з одноразовими вимірюваннями.

Результат одноразового вимірювання описується виразом

$$X = x + C$$

де x - показ приладу

C - поправка

Відлік, згідно основного постулату метрології, є випадковим числом. Тому вже на етапі одержання відліку виникає дефіцит вимірювальної інформації, який може бути поповнений тільки за рахунок апріорних відомостей.

Таким чином, необхідною умовою проведення одноразового вимірювання є наявність апріорної інформації. До неї відносяться, наприклад, інформація про вид закону розподілу імовірності показів та міри розсіювання, яка одержується із досліду попередніх вимірювань. Якщо її немає, то використовується інформація про те, на скільки значення вимірювальної величини може відрізнитися від результату одноразового вимірювання. Така інформація буває представлена класом точності засобу вимірювання. До апріорної інформації відноситься інформація про значення адитивної або мультиплікативної поправки. Якщо вони невідомі, то це враховується ситуаційною моделлю, згідно з якою з однаковою імовірністю, наприклад, значення поправки може бути довільним в межах від C_{min} до C_{max} . Без апріорної інформації виконання одноразового вимірювання безглузде.

Кінцевою метою вимірювального експерименту є одержання достовірної кількісної інформації про значення вимірювальної величини X_{ist} .

Порядок дій під час одноразового вимірювання такий:

- 1. Аналіз апріорної інформації, визначення поправки C .**
- 2. Одержання єдиного значення відліку x .**
- 3. Присвоєння відліку x значення показу $X = x[Q]$**
- 4. Внесення в показ поправки і одержання результату одноразового виміру $X = x + C$**
- 5. Визначення максимально можливого відхилення ϵ результату одноразового вимірювання X від значення вимірювальної величини $X_{\text{іст}}$.**
- 6. Визначення меж, в яких знаходиться значення вимірювальної величини $X - \epsilon < X_{\text{іст}} < X + \epsilon$**

В процесі аналізу :

- 1. визначається фізична суть вивчаємого явища;**
- 2. уточнюється його модель;**
- 3. визначаються впливові фактори і заходи, які направлені на зменшення їх впливу;**
- 4. визначаються значення поправок;**
- 5. приймається рішення використання тієї чи іншої методики вимірювання;**
- 6. вибирається засіб вимірювання;**
- 7. вивчаються його метрологічні характеристики.**

Для оцінки випадкової похибки одноразового вимірювання визначають верхню X_v та нижню X_n границі інтервалу, який з заданою ймовірністю P накриває випадкове відхилення результату спостереження $\Delta x = x_i - X$,

тобто знаходять довірчий інтервал, зображений на рис. 3, який накриває з заданою ймовірністю P істине значення вимірювальної величини $X_{\text{іст}}$.

Математично це може бути записане у вигляді

$$X_{\text{іст}} = x_i \pm \Delta x; \quad P = \dots \quad (15)$$

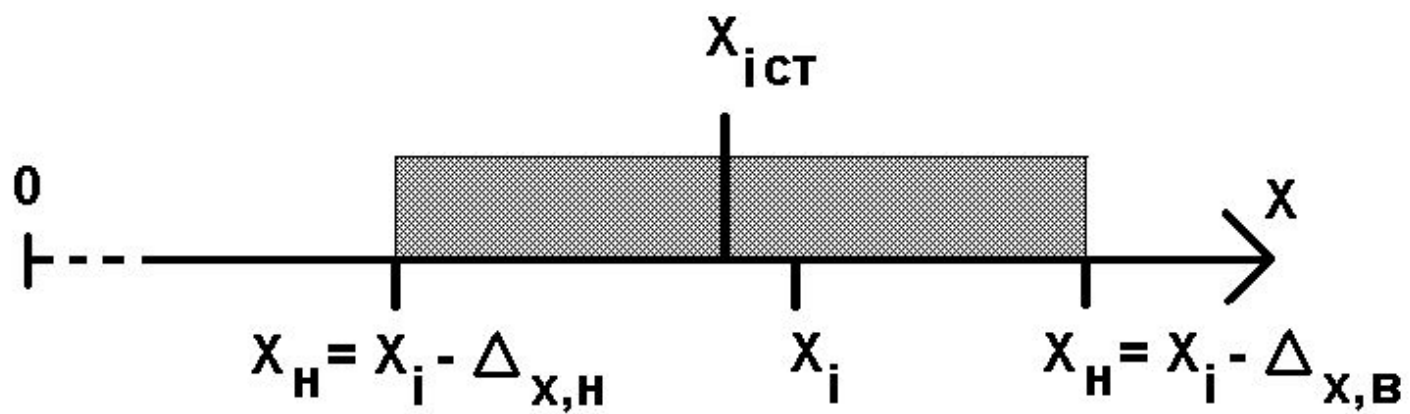


рис 3.

Для результатів спостереження з симетричним законом розподілу

$$\Delta x_n = \Delta x_v = \Delta x \quad (15)$$

Значення Δx називають довірчим відхиленням. Згідно з виразом визначення довірчих границь похибок ,

де K - коефіцієнт, який визначається прийнятою імовірністю та законом розподілу випадкової похибки результату спостереження.

Так як при одному спостереженні обчислити оцінку σ_x не можна, то визначення довірчих границь випадкового відхилення результату спостереження (довірчих відхилень) можливе тільки у випадку, коли відомо значення σ_x з необхідною точністю.

Наприклад, метод вимірювання та засіб вимірювання попередньо вивчені і відомо, що значення σ_x одержане після обробки достатньо великого числа спостережень n , а одноразове вимірювання проводиться в тих же умовах, при яких була визначена оцінка σ_x , або відомості про числове значення середнього квадратичного відхилення результату спостереження взяті з нормативно-технічної документації засобу вимірювання , яке застосовується.

Коли значення оцінки σ_x відомо досить точно (наприклад при $n > 30$), для визначення приблизного значення коефіцієнта K треба визначити належність результатів спостереження до відповідного закону розподілу. Це можна зробити використавши апріорні дані про фактори, які обумовлюють появлення випадкових похибок. Тоді із таблиці стандартних апроксимацій функцій розподілу по визначеному закону розподілу визначають значення коефіцієнта K , яке відповідає довірчій ймовірності $P = 1$.

Коли довірча ймовірність P не дорівнює одиниці, то значення K для визначеного закону розподілу можна визначити згідно графіків, представлених на рис.4, де цифрами помічені розподіли: 1 - рівномірне; 2 - трикутне; 3 - трапецевидне; 4 - нормальне.

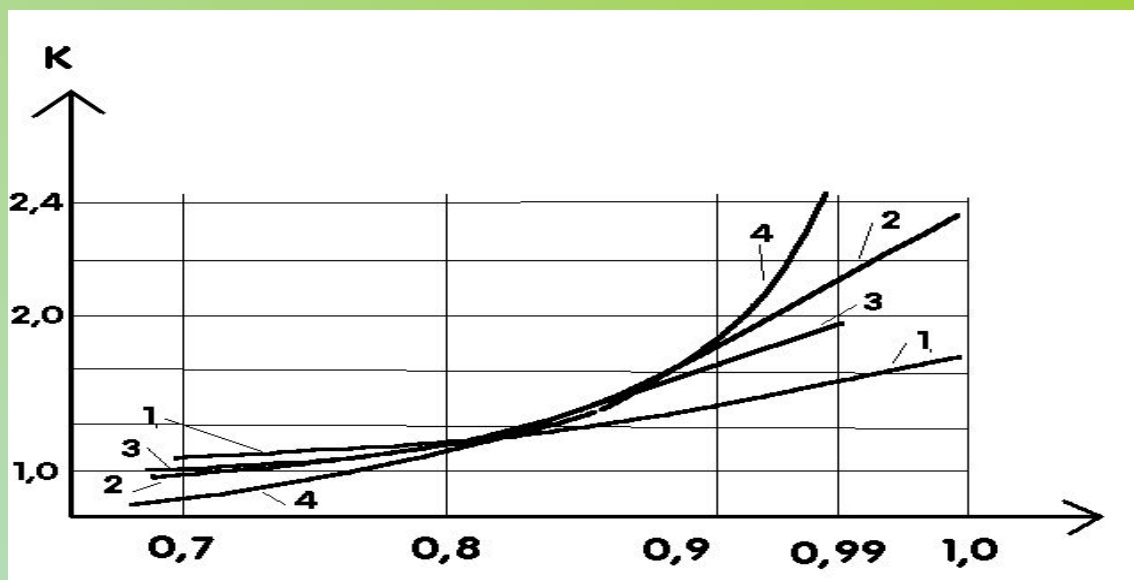


рис.4

Так як в більшості випадків результати спостереження належать до нормального розподілення, то для визначення Δx можна використати квантілі нормованого нормального розподілу, приведені в табл. 3

Табл. №3 наведена окремо

Приклад 2.2: Визначити, підходить чи метод (використаний в прикладі для багаторазового вимірювання) для одноразового вимірювання ємності конденсатора з відносною похибкою 2% при довірчій ймовірності $P = 0,95$.

1. Передбачаючи, що закон розподілу нормальний, використаємо апріорні відомості про те, що $\sigma_x = 6 \text{ пФ}$ одержане під час обробки 15 спостережень.

Тоді при $P = 0,95$ при $n = 15$ по табл.2 знаходимо $K = t_s = 2,14$ розрахуємо довірче відхилення $\Delta c = K \sigma_c = t_s \sigma_c = 2,14 * 6 = 13 \text{ пФ}$

2. Обчислюємо відносну похибку одноразового вимірювання

Висновок: Одержана при обчисленнях відносна похибка менше заданої. Тобто метод вимірювання придатний для вимірювання в заданих умовах.

- ДОВІРЧІ ГРАНИЦІ СЕРЕДНЬОГО КВАДРАТИЧНОГО ВІДХИЛЕННЯ РЕЗУЛЬТАТУ СПОСТЕРЕЖЕННЯ.
- Оцінка середнього квадратичного відхилення результату спостереження, обчислена згідно формули [10] є випадкова величина, так як вона визначена із вибірки обмеженого об'єму. Для оцінки міри розсіювання відносно істинного значення σ_x визначають верхню σ_v та нижню σ_n границі інтервалу, в якому з заданою ймовірністю P знаходиться істинне значення σ_x . Для випадку, коли випадкова похибка результату спостереження розподілена по нормальному закону, довірчі границі σ_x можуть бути знайдені за допомогою розподілу χ^2 .
- Перетворимо вираз для випадкової величини χ^2 до виду

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \bar{X}}{\sigma_x} \right)^2 = \frac{n-1}{\sigma_x^2} \cdot \tilde{\sigma}_x^2 \quad (16)$$

- Вираз встановлює зв'язок між дисперсією середнього квадратичного відхилення результату спостереження σ_x^2 , її оцінки та числом спостережень, під час яких вона визначена.

Із [16] отримуємо

$$\sigma_x^2 = \frac{n-1}{\chi^2} \cdot \tilde{\sigma}_x^2 = K_{\sigma}^2 \cdot \tilde{\sigma}_x^2 \quad (17)$$

де $K_{\sigma} = \sqrt{\frac{n-1}{\chi^2}}$ - коефіцієнт, який визначається заданою довірчою ймовірністю.

Так як щільність ймовірності розподілу χ^2 залежить від числа спостережень а криві розподілу χ^2 мають при малому числі спостережень несиметричний вид, то для знаходження довірчих границь σ_v та σ_n знаходять два коефіцієнта

$$K_{1\sigma} = \sqrt{\frac{n-1}{\chi_1^2}} \quad K_{2\sigma} = \sqrt{\frac{n-1}{\chi_2^2}} \quad (18)$$

зтабульованих значень (табл.4) цієї залежності.

А вираз для визначення довірчих границь випадкового відхилення результату спостереження буде мати вид;

$$P = \dots \quad K_{1\sigma} \cdot \tilde{\sigma}_x < \sigma_x < K_{2\sigma} \cdot \tilde{\sigma}_x \quad (19)$$

\Табл.№4 приведена окремо Коефіцієнти χ^2 поділення Табл.4\

Коефіцієнти χ^2 розподілення

Табл.4

n	P=0,95		P=0,99		n	P=0,95		P=0,99	
	$K_{1\sigma}$	$K_{2\sigma}$	$K_{1\sigma}$	$K_{2\sigma}$		$K_{1\sigma}$	$K_{2\sigma}$	$K_{1\sigma}$	$K_{2\sigma}$
2	0,45	32	0,36	160	15	0,73	1,6	0,67	1,8
3	0,52	6,3	0,43	14	16	0,74	1,5	0,68	1,8
4	0,57	3,7	0,48	6,5	17	0,75	1,5	0,68	1,8
5	0,6	2,9	0,52	4,4	18	0,75	1,5	0,69	1,7
6	0,62	2,5	0,55	3,5	19	0,76	1,5	0,7	1,7
7	0,64	2,2	0,57	3	20	0,76	1,5	0,7	1,7
8	0,66	2	0,59	2,7	25	0,78	1,4	0,73	1,6
9	0,68	1,9	0,6	2,4	30	0,8	1,3	0,74	1,5
10	0,69	1,8	0,62	2,3	40	0,82	1,3	0,77	1,4
11	0,7	1,8	0,63	2,2	50	0,84	1,2	0,79	1,3
12	0,71	1,7	0,64	2,1	70	0,86	1,2	0,82	1,3
13	0,72	1,6	0,65	2	100	0,88	1,2	0,85	1,2
14	0,73	1,6	0,65	1,9	200	0,91	1,1	0,89	1,1

Приклад 2.3. Визначити довірчі границі інтервалу, в якому з імовірністю $P = 0,95$ знаходиться істине значення середнього квадратичного відхилення результату спостереження, якщо його оцінка знайдена із обробки - 15 спостережень (приклад 1) $\sigma_c = 6$ пФ.

1. Згідно табл.4 для $P = 0,95$ і $n = 15$ знаходимо $K = 0,73$ та $K = 1,6$.

2. Відповідно з формулою [19] визначаємо довірчі границі:

$$0,73 * 6 < \sigma_c < 1,6 * 6$$

с

$$4 < \sigma_c < 10 \text{ пФ} ; P = 0,95.$$

3. ВИПАДКОВІ ПОХИБКИ ПРЯМИХ ВИМІРЮВАНЬ. ЧИСЛОВІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВИПАДКОВИХ ПОХИБОК.

Розглянемо оцінки числових характеристик з міркуванням вказаних в розглянутих попередніх питаннях.

Оцінки числових характеристик законів розподілу ймовірності випадкових чисел або величин, які відображені точками називаються точковими. У відміні від самих числових характеристик оцінки є випадковими. При тому їх значення залежить від об'єму даних, а закони розподілу ймовірності - від законів розподілу ймовірності самих випадкових величин.

Розглянемо визначення числових характеристик випадкових похибок на прикладі:

Приклад 3.1. 15 незалежних значень результату вимірювання температури за шкалою Цельсія приведені в другій графі таблиці 5.

Табл.5

i	t_i, C°	–	–	–	–
		$t_i - t_{15}, \text{C}^\circ$	$(t_i - t_{15})^2$	$t_i - t_{14}, \text{C}^\circ$	$(t_i - t_{14})^2$
1	20,42	0,016	0,000256	0,009	0,000081
2	20,43	0,026	676	0,019	361
3	20,4	-0,004	16	0,011	121
4	20,43	0,026	676	0,019	361
5	20,42	0,016	256	0,009	81
6	20,43	0,026	676	0,019	361
7	20,39	-0,014	196	0,021	441
8	20,3	-0,104	10816	-	-
9	20,4	-0,004	16	0,011	121
10	20,43	0,026	676	0,019	361
11	20,42	0,016	256	0,009	81
12	20,41	0,006	36	0,001	1
13	20,39	-0,014	196	0,021	441
14	20,39	-0,014	196	0,021	441
15	20,4	-0,004	16	0,011	121

Чи немає помилок під час їх одержання?

Рішення:

1) Середнє арифметичне результату вимірювань $t_{15} = 20,404$ CO

2) Визначимо стандартне відхилення (результати допоміжних обчислень в графах три та чотири) $\sigma_t = 0,033$ CO₂

3) Більше чим на $3\sigma_t = 0,099$ від середнього арифметичного відмітне восьме значення. Тобто воно є помилковим і повинне бути відкинуте.

4) Без восьмого значення $t_{14} = 20,411$ CO

5) Результат проміжних обчислень в 5 та 6 графах $\sigma_t = 0,16$

6) Не одне з значень, що залишились, не відрізняється від середнього арифметичного більш, ніж на $3\sigma_t = 0,048$.

Порядок та методика виконання прямих вимірювань з багаторазовими незалежними спостереженнями, обробки результатів спостережень і оцінки їх похибок регламентується ГОСТ 8.207 - 76. Під час статистичної обробки результатів спостережень виконуються операції:

1) виключення відомих статистичних похибок із результатів спостережень, після чого такі результати називаються виправлені результати спостережень.

2) обчислення:

1/ середнього арифметичного виправлених результатів спостережень, які приймаються за результат вимірювання;

2/ оцінки середнього квадратичного відхилення результату вимірювання;

3/ оцінки довірчих границь випадкової складової похибки;

4/ не виключеної систематичної похибки;

5/ похибки результату вимірювання.

Отже, ми розглянули механізм проведення вимірювань та обробки результатів вимірювань, розглянули декілька практичних завдань обробки.

ДЯКУЮ ЗА УВАГУ!