

Подготовка к

ЕВЭ

Решение задач по теории
вероятности

Учитель 1 категории Шаньгина Наталья Георгиевна

Справочный



Элементарные события (исходы) – простейшие события, которыми может закончиться случайный опыт.

Сумма вероятностей всех элементарных событий равна 1.

$P(A)$ равна сумме вероятностей элементарных событий, благоприятствующих этому событию.

$A \cup B$ (объединение) – событие, состоящее из элементарных исходов, благоприятствующих хотя бы одному из событий A , B

$A \cap B$ (пересечение) – событие, состоящее из элементарных исходов, благоприятствующих обоим событиям A и B .

\overline{A} называется противоположным событию A , если состоит из тех и только тех элементарных исходов, которые не входят в A .

Несовместные события – это события, которые не наступают в одном опыте.

Вероятности противоположных событий:

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$



Формула сложения вероятностей:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Формула сложения для несовместных событий:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Формула умножения вероятностей:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B | A)$$

**Условная
вероятность В при
условии, что А
наступило**

Формула вероятности k успехов в серии из n испытаний Бернулли:

$$C_n^k p^k q^{n-k}$$

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

p – вероятность успеха, q=1-p вероятность неудачи в одном испытании

Схема решения задач:

1. Определить, в чем состоит случайный эксперимент и **какие у него элементарные события**. Убедиться, что они равновероятны.
2. Найти **общее число элементарных событий** (N)
3. Определить, какие элементарные события **благоприятствуют событию A** , и найти их число $N(A)$.
4. Найти вероятность события A по формуле

$$P(A) = \frac{N(A)}{N}$$



Задача 1. Вася, Петя, Коля и Леша бросили жребий – кому начинать игру. Найдите вероятность того, что игру будет начинать Петя.

Решение:

Случайный эксперимент – бросание жребия.

Элементарное событие – участник, который выиграл жребий.

Число элементарных событий: $N=4$

Событие $A = \{\text{жребий выиграл Петя}\}$, $N(A)=1$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{1}{4} = 0,25$$

Ответ:

0,25

Реши

Дежурные по классу Алексей, Иван, Татьяна и Ольга бросают жребий - кому стирать с доски. Найдите вероятность того, что стирать с доски достанется одной из девочек.

Алексей

Иван

Татьяна

Ольга

$$P(A) = \frac{2}{4} = 0,5$$



Ответ:

0,5

Реши

Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 10 до 19 делится на три?

10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19

$$P(A) = \frac{3}{10} = 0,3$$



Ответ:

0,3

Реши

Перед началом футбольного матча судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд начнет игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выиграет жребий ровно два раза.



| | | | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Ф/1 | OP | OP | OP | OP | PO | PO | PO | PO |
| Ф/2 | OP | OP | PO | PO | OP | OP | PO | PO |
| Ф/3 | OP | PO | OP | PO | OP | PO | OP | PO |

O – орел (первый)

P – решка (второй)

$$P(A) = \frac{3}{8} = 0,375$$

Ответ:

0,375

Задача 2. Игральный кубик бросили один раз. Какова вероятность того, что выпало число очков, большее чем 4.

Решение:

Случайный эксперимент – бросание кубика.

Элементарное событие – число на выпавшей грани.

Всего граней:



N=6

Элементарные события:

1, 2, 3, 4, 5, 6

N(A)=2

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Ответ: 1/

3

Реши

В случайном эксперименте игральный кубик бросают один раз. Найдите вероятность того, что выпадет число, меньшее чем 4.

1, 2, 3, 4, 5, 6

$$P(A) = \frac{3}{6} = 0,5$$



Ответ:

0,5

Реши

В случайном эксперименте игральный кубик бросают один раз. Найдите вероятность того, что выпадет четное число.

1, 2, 3, 4, 5, 6

$$P(A) = \frac{3}{6} = 0,5$$



Ответ:

0,5

Реши

В случайном эксперименте игральный кубик бросают один раз. Найдите вероятность того, что выпадет число, отличающееся от числа 3 на единицу.

1, 2, 3, 4, 5, 6

$$P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$



Ответ:

1/3

Задача 3. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что **орел выпадет ровно один раз**.

Решение:



решка - орел -
Р О

$$N=4$$

$$N(A)=2$$

Возможные исходы события:

| 1 бросок | 2 бросок |
|----------|----------|
| О | О |
| О | Р |
| Р | О |
| Р | Р |

4 исхода

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$$

**Ответ: 0,
5**

Реши

В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что наступит исход ОР (в первый раз выпадет ОРЕЛ, во второй - РЕШКА)



| 1 | 2 |
|---|---|
| О | О |
| О | Р |
| Р | О |
| Р | Р |

$$P(A) = \frac{1}{4} = 0,25$$

Ответ:

0,25

Реши

Монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что выпадет хотя бы один ОРЕЛ.



| 1 | 2 |
|---|---|
| О | О |
| О | Р |
| Р | О |
| Р | Р |

$$P(A) = \frac{3}{4} = 0,75$$

Ответ:

0,25

Задача 4. В случайном эксперименте бросают два игральных кубика. Найдите вероятность того, что в **сумме выпадет 8 очков.**

Решение:

Множество элементарных исходов:

$$N=36$$



| Числа на выпавших сторонах | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----------------------------|---|---|---|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

$A = \{\text{сумма равна } 8\}$

$$N(A)=5$$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N}$$

$$P(A) = \frac{5}{36}$$

Ответ: 5/36

6

Реши

Игральный кубик бросают дважды. Найдите вероятность того, что первый раз выпадет число 6.



| Числа на выпавших сторонах | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
|----------------------------|---|---|---|---|---|---|
| 1 | ■ | | | | | |
| 2 | ■ | | | | | |
| 3 | ■ | | | | | |
| 4 | ■ | | | | | |
| 5 | ■ | | | | | |
| 6 | ■ | | | | | |

Всего вариантов 36
Комбинаций с первой «6»
61,62,63,64,65,66

$$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

Ответ:

1/6

Реши

Игральный кубик бросают дважды. Найдите вероятность того, что первый раз и во второй раз выпадет одинаковое число очков.



| Числа на выпавших сторонах | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----------------------------|---|---|---|---|---|---|
| 1 | ■ | | | | | |
| 2 | | ■ | | | | |
| 3 | | | ■ | | | |
| 4 | | | | ■ | | |
| 5 | | | | | ■ | |
| 6 | | | | | | ■ |

$$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

Ответ:

$\frac{1}{6}$

Реши

Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию $A = \{\text{сумма очков равна } 5\}$



| Числа на выпавших сторонах | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----------------------------|---|---|---|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

Ответ:

4

Реши

Игральный кубик бросают дважды. Какая сумма очков наиболее вероятна?



| Числа на выпавших сторонах | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----------------------------|---|---|---|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

Ответ:

7

Задача 5. В случайном эксперименте монету бросили три раза. Какова вероятность того, что **орел выпал ровно два раза.**

Решение: Множество элементарных исходов: **$N=8$**

| 1 бросо к | 2 бросо к | 3 бросо к |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| О | О | О |
| О | О | Р |
| О | Р | О |
| О | Р | Р |
| Р | О | О |
| Р | О | Р |
| Р | Р | О |
| Р | Р | Р |

$A = \{ \text{орел выпал ровно 2} \}$ **$N(A)=3$**

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{3}{8} = 0,375$$

8 исходов

Ответ:

0,375

Реши

самостоятельно

Монету бросают три раза. Какова вероятность того, что результаты двух первых бросков будут одинаковы?



| 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|
| О | О | О |
| О | О | Р |
| О | Р | О |
| О | Р | Р |
| Р | О | О |
| Р | О | Р |
| Р | Р | О |
| Р | Р | Р |

$$P(A) = \frac{4}{8} = 0,5$$

Ответ:

0,5

Реши

самостоятельно

Монету бросают три раза. Найдите вероятность того, что результаты первого и последнего броска различны.



| 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|
| О | О | О |
| О | О | Р |
| О | Р | О |
| О | Р | Р |
| Р | О | О |
| Р | О | Р |
| Р | Р | О |
| Р | Р | Р |

$$P(A) = \frac{4}{8} = 0,5$$

Ответ:

0,5

Реш

самостоя

о! Монету бросаю
что орел выпадет



| 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|
| О | О | О | О |
| О | О | О | Р |
| О | О | Р | О |
| О | О | Р | Р |
| О | Р | О | О |
| О | Р | О | Р |
| О | Р | Р | О |
| О | Р | Р | Р |
| Р | О | О | О |
| Р | О | О | Р |
| Р | О | Р | О |
| Р | О | Р | Р |
| Р | Р | О | О |
| Р | Р | О | Р |
| Р | Р | Р | О |
| Р | Р | Р | Р |

$$P(A) = \frac{4}{16} = 0,25$$

Ответ:

0,25

Задача 6. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Финляндии, 7 спортсменов из Дании, 9 спортсменов из Швеции и 5 – из Норвегии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.

Решение:

Всего спортсменов: $N = 4 + 7 + 9 + 5 = 25$

$$N = 25$$

$A = \{\text{последний из Швеции}\}$

$$N(A) = 9$$

$$P(A) = \frac{9}{25} = 0,36$$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N}$$

Ответ:

0,36

Задача 7. В среднем из 1000 аккумуляторов, поступивших в продажу, 6 неисправны. Найдите вероятность того, что купленный аккумулятор окажется исправным.

Решение:

$$N = 1000$$

$A = \{\text{аккумулятор исправен}\}$

$$N(A) = 1000 - 6 = 994$$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{994}{1000} = 0,994$$

Ответ:

0,994

Задача 8. В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменок: 8 из России, 7 из США , остальные из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

Решение:

Реши самостоятельно

- 1) *Определите N*
- 2) *Определите $N(A)$*

Проверка:

$A = \{\text{первой будет спортсменка из Китая}\}$

$$N = 20$$

$$N(A) = 20 - 8 - 7 = 5$$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{5}{20} = 0,25$$

Ответ:

0,25

2 способ: использование формулы сложения вероятностей несовместных событий

$R = \{\text{первая из России}\}$

$A = \{\text{первая из США}\}$

$C = \{\text{Первая из Китая}\}$

$$P(R) + P(A) + P(C) = 1$$

$$P(C) = 1 - P(R) - P(A)$$

$$P(C) = 1 - \frac{7}{20} - \frac{8}{20}$$

$$P(C) = \frac{20 - 7 - 8}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} = 0,25$$

Задача 9. В чемпионате мира участвуют **16 команд**. С помощью жребия их нужно разделить на 4 группы по 4 команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:

1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4.

Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда России окажется во второй группе.

Решение:

Множество элементарных событий: **$N=16$**

$A = \{\text{команда России во второй группе}\}$

С номером «2» четыре карточки: **$N(A)=4$**

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{4}{16} = 0,25$$

Ответ:

0,25

Реши

самостоятельно!
В группе туристов 24 человека. С помощью жребия они выбирают трех человек, которые должны идти в село за продуктами. Турист А. хотел бы сходить в магазин, но он подчиняется жребию. Какова вероятность того, что А. пойдет в магазин?



$$P(A) = \frac{3}{24} = 0,125$$

Ответ:

0,125

Реши

самостоятельно!

В чемпионате по прыжкам в воду участвуют 7 спортсменов из России, 6 из Китая, 3 из Кореи, 4 из Японии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет выступать спортсмен из России.



$$P(A) = \frac{7}{7 + 6 + 3 + 4} = \frac{7}{20} = 0,35$$

Ответ:

0,35

Реши

самостоятельно

В некотором городе из 5000 появившихся на свет младенцев оказалось 2512 мальчиков. Найдите частоту рождения девочек в этом городе. Результат округлите до тысячных.



$$5000 - 2512 = 2488$$

$$P(A) = \frac{2488}{5000} = 0,4976 \approx 0,498$$

Ответ:

0,498

Задача 10. Вероятность того, что шариковая ручка пишет плохо (или не пишет) равна 0,1. Покупатель в магазине выбирает одну такую ручку. Найдите вероятность того, что ручка пишет хорошо.

Решение:

$A = \{\text{ручка пишет хорошо}\}$

Противоположное событие: $P(\bar{A}) = 0,1$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A})$$

$$P(A) = 1 - 0,1 = 0,9$$

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

Ответ:

0,9

Задача 11. На экзамене по геометрии школьнику достается один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Решение: $A = \{\text{вопрос на тему «Вписанная окружность»}\}$
 $B = \{\text{вопрос на тему «Параллелограмм»}\}$

События A и B несовместны, т.к. нет вопросов относящихся к двум темам одновременно

$C = \{\text{вопрос по одной из этих тем}\}$

$$C = A \cup B \quad \Rightarrow \quad P(C) = P(A) + P(B)$$

$$P(C) = 0,2 + 0,15 = 0,35$$

Ответ:

0,35

Задача 12. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Решение: $A = \{\text{кофе закончится в первом автомате}\}$ $P(A) = P(B) = 0,3$
 $B = \{\text{кофе закончится во втором автомате}\}$

$$P(A \cap B) = 0,12$$

По формуле сложения вероятностей:

$$A \cup B = \{\text{закончится хотя бы в одном}\}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = 0,3 + 0,3 - 0,12 = 0,48$$

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - 0,48 = 0,52$$

Ответ:

0,52

Задача 13. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два раза промахнулся. Результат округлите до сотых.

Решение: Вероятность попадания = 0,8

Вероятность промаха = $1 - 0,8 = 0,2$

$A = \{\text{попал, попал, попал, промахнулся, промахнулся}\}$

По формуле умножения вероятностей

$$P(A) = 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,2$$

$$P(A) = 0,512 \cdot 0,04 = 0,02048 \approx 0,02$$

Ответ:

0,02

Задача 14. В магазине стоят два платежных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью **0,05** независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что **хотя бы один автомат исправен.**

Решение: $A = \{\text{хотя бы один автомат исправен}\}$

$$\bar{A} = \{\text{оба автомата неисправны}\}$$

По формуле умножения вероятностей:

$$P(\bar{A}) = 0,05 \cdot 0,05 = 0,0025$$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,0025 = 0,9975$$

Ответ:

0,9975