Рациональные неравенства

Алгебра 9 класс

Неравенства

- Неравенства
  - линейные
  - квадратные
  - рациональные

Линейные неравенства

- *Линейным неравенством с одной переменной х называется неравенство вида ах + b > 0, ах + b<0 где а≠0.*
- *Решение неравенства – значение переменной х, которое обращает неравенство в верное числовое неравенство.*
- *Множество частных решений называют общим решением.*

Пример 1: Являются ли числа 3, -5 решением данного неравенства $4x + 5 < 0$.

- При $x = 3$, $4\cdot 3+5=17$, $17>0$

Значит $x=3$ не является решением данного неравенства.

При $x=-5$, $4\cdot(-5)=-15$, $-15<0$

Значит $x=-5$ является решением данного неравенства.

Два неравенства $f(x)<g(x)$ и $r(x)<s(x)$ называют равносильными, если они имеют одинаковые решения.

- **Правила**

(преобразования неравенств, приводящие к равносильным неравенствам):

1. Любой член неравенства можно перенести из одной части неравенства в другую с противоположным знаком (не меняя при этом знака неравенства)

Например: $3x + 5 < 7x$

$3x + 5 - 7x < 0$

- **2**: а) обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же **положительное число**, не меняя при этом знака неравенства.

б) если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же **выражение, положительное при любых значениях переменной**, и сохранить знак неравенства, то получится неравенство, равносильное данному.

Например: а) $8x - 12 > 4x^2$ $(:4)$

$$2x - 3 > x^2$$

б) $(2x + 1)(x^2 + 2) < 0$ $((x^2 + 2))$

$$(2x + 1) < 0$$

- 3.а) Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же **отрицательное число**, изменив при этом знак неравенства на противоположный (< на >, > на <).

б) если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же **выражение, отрицательное при всех значениях переменной**, и изменить знак исходного неравенства на противоположный, то получится неравенство, равносильное данному.

Например: а) $-6x^3 + 3x - 15 < 0 \qquad (:(-3))$

$$2x^3 - x + 5 > 0$$

б) $(3x - 4)(-x^2 - 2) > 0 \qquad (:(-x^2 - 2))$

$$3x - 4 < 0$$

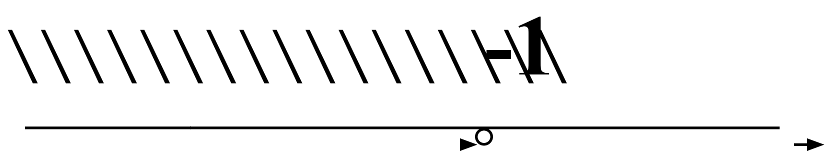
Решите неравенство: $5x + 3(2x - 1) > 13x - 1$

- **Решение:** $5x + 6x - 3 > 13x - 1$

$$5x + 6x - 13x > 3 - 1$$

$$-2x > 2 \quad (: (-2))$$

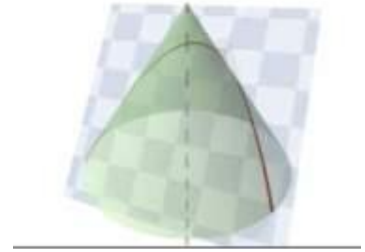
$$x < -1$$

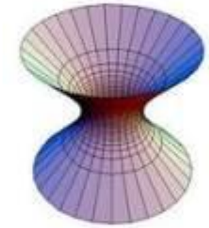


Ответ: $x < -1$ или $(-\infty; -1)$

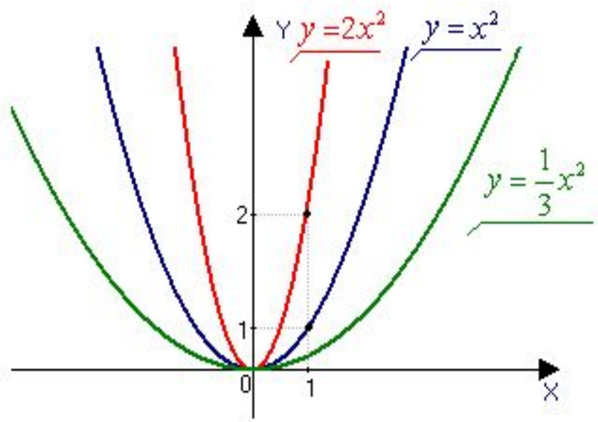
Квадратные неравенства

- **Неравенства вида $ax^2 + bx + c > 0$, где $a \neq 0$, a, b, c - некоторые числа, называются квадратными.**



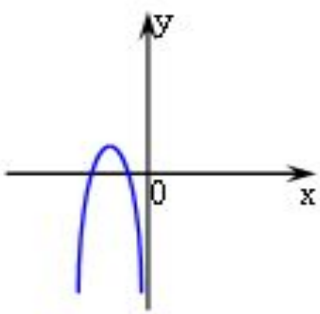


Квадратные неравенства

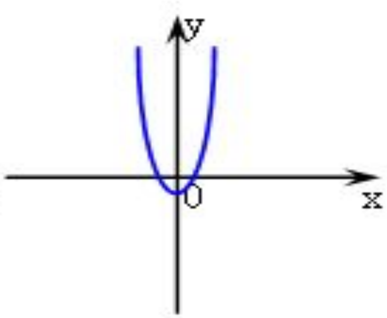


Для каждой из функций, графики которых изображены, определите знаки а и Д

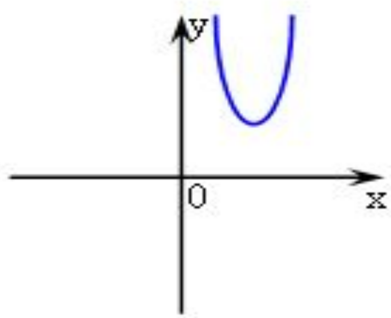
а)



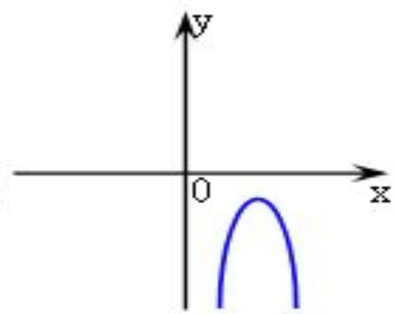
б)



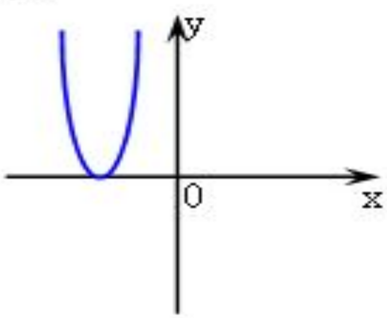
в)



г)



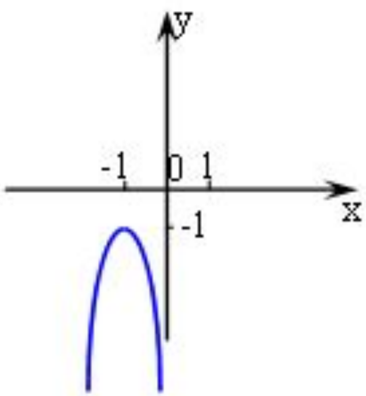
д)



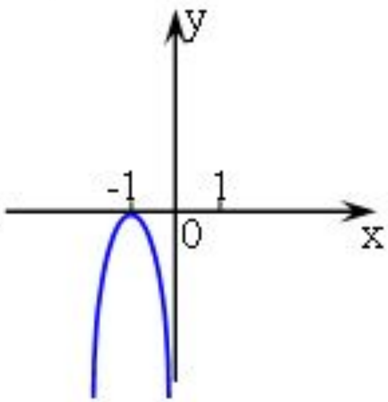
- а) а<0, Д >0;
- Б)а >0, Д >0;
- В)а >0, Д < 0;
- г)а < 0, Д < 0;
- д)а > 0, Д =0;

Найдите значения x, при которых $y>0$, $y<0$.

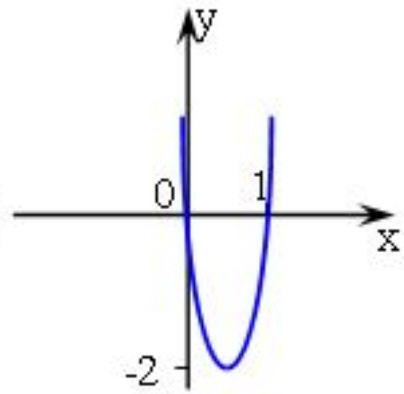
а)



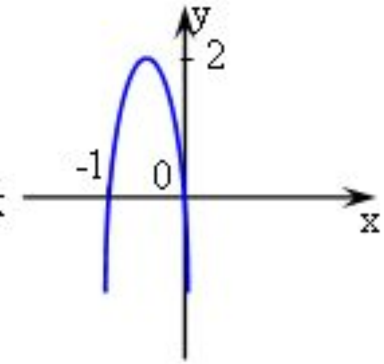
б)



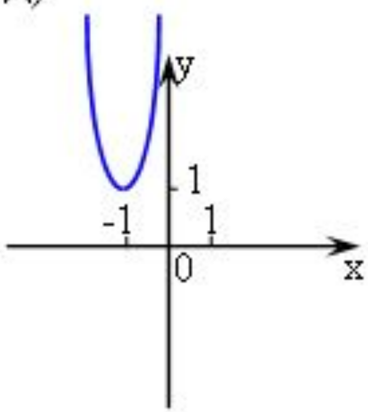
в)



г)



д)



А) $y<0$ при любом x ($x \in R$)

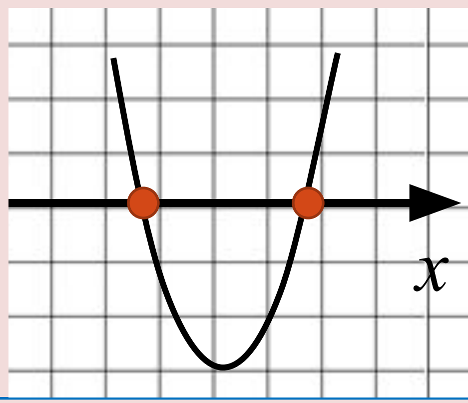
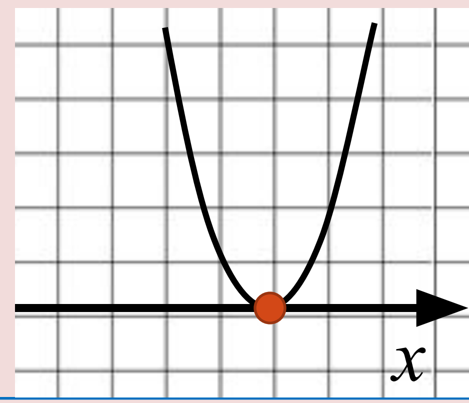
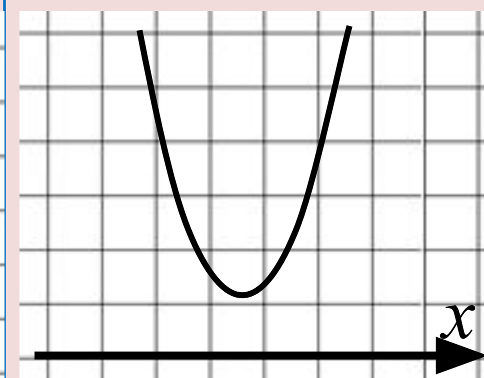
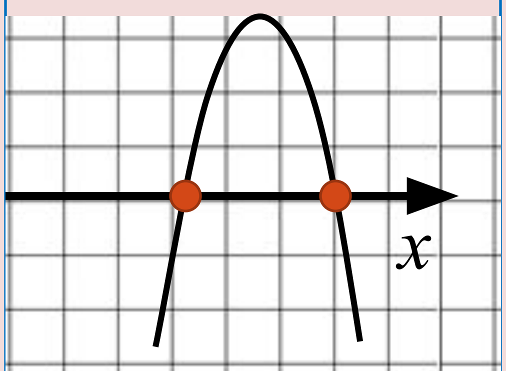
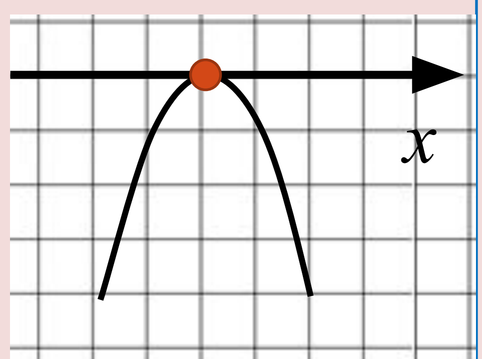
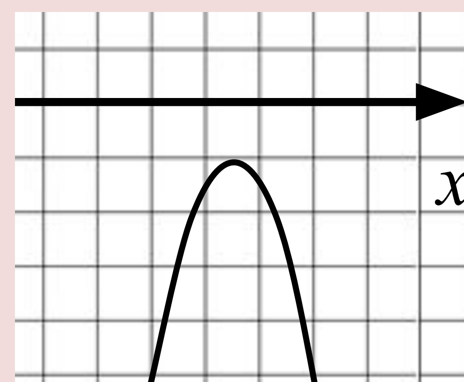
Б) $y<0$ при $x\neq-1$

В) $y>0$ при $x<0$ и при $x>1$, $y<0$ при $0<x<1$

Г) $y<0$ при $x<-1$ и при $x>0$, $y>0$ при $-1<x<0$

д) $y>0$ при любом x ($x \in R$)

Расположение графика квадратичной $y=ax^2+bx+c$ относительно оси абсцисс в зависимости от функции дискриминанта и коэффициента а

	$D>0$	$D=0$	$D<0$
$a>0$			
$a<0$			

Построим график функции

1. Координат вершины параболы $x_0 = \frac{-1}{2}, y_0 = -6\frac{1}{4}$

2. Нули функции $x_1 = -3, x_2 = 2$

y=0 при x=-3 и x=2, т.к.

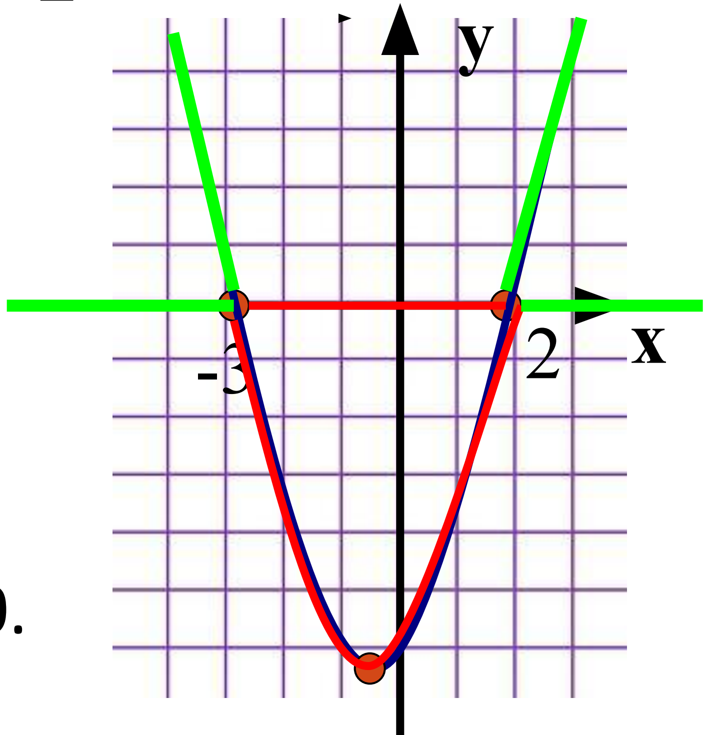
при x= -3 и x= 2 $x^2+x-6=0$.

3. y<0 при -3 < x < 2, т.к.

при -3 < x < 2 $x^2+x-6<0$.

y>0 при x< - 3 и x> 2

при x< - 3 и x> 2 $x^2+x-6>0$.



Неравенства вида $ax^2+bx+c \geq 0$, $ax^2+bx+c > 0$ или $ax^2+bx+c \leq 0$, $ax^2+bx+c < 0$, где $a \neq 0$, называют квадратными неравенствами

определение

Рассмотреть функцию $y=ax^2 + bx + c$

1. Найти нули функции (решить уравнение $ax^2 + bx + c = 0$)

2. Определить направление ветвей параболы

3. Схематично построить график функции.

4. Учитывая знак неравенства, выписать ответ.

Решить неравенство

$2x^2-7x+5 < 0$

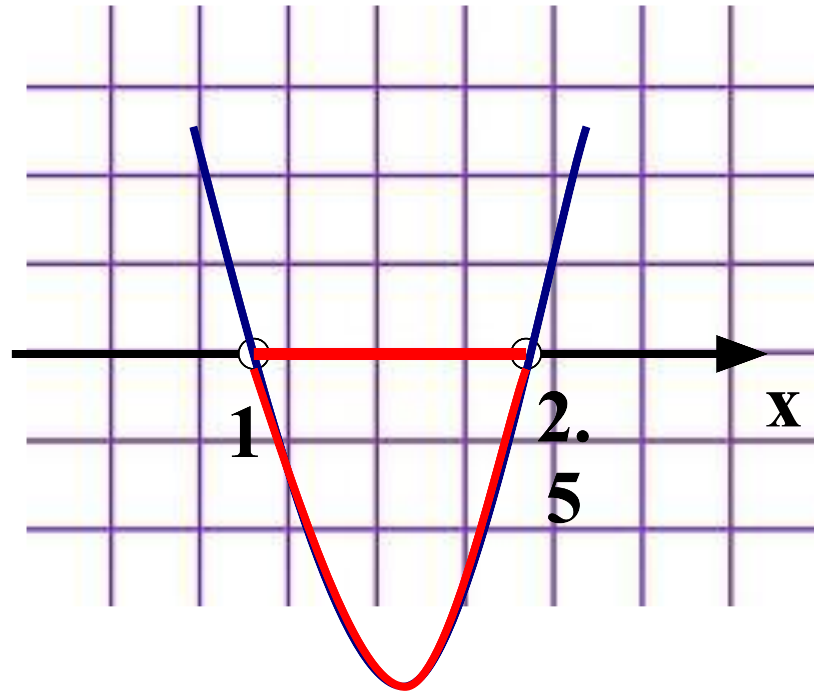
1. $2x^2-7x+5=0$

$D=(-7)^2-4*2*5=9$

$$x_1 = 1, x_2 = 2.5$$

2. a>0,

ветви параболы направлены вверх



Ответ: (1; 2,5)

Решите неравенство

а) $x^2 - 2x - 3 > 0$

Ответ:(-∞ ; -1) U (3 +∞)

б) $x^2 - 2x - 3 \geq 0$

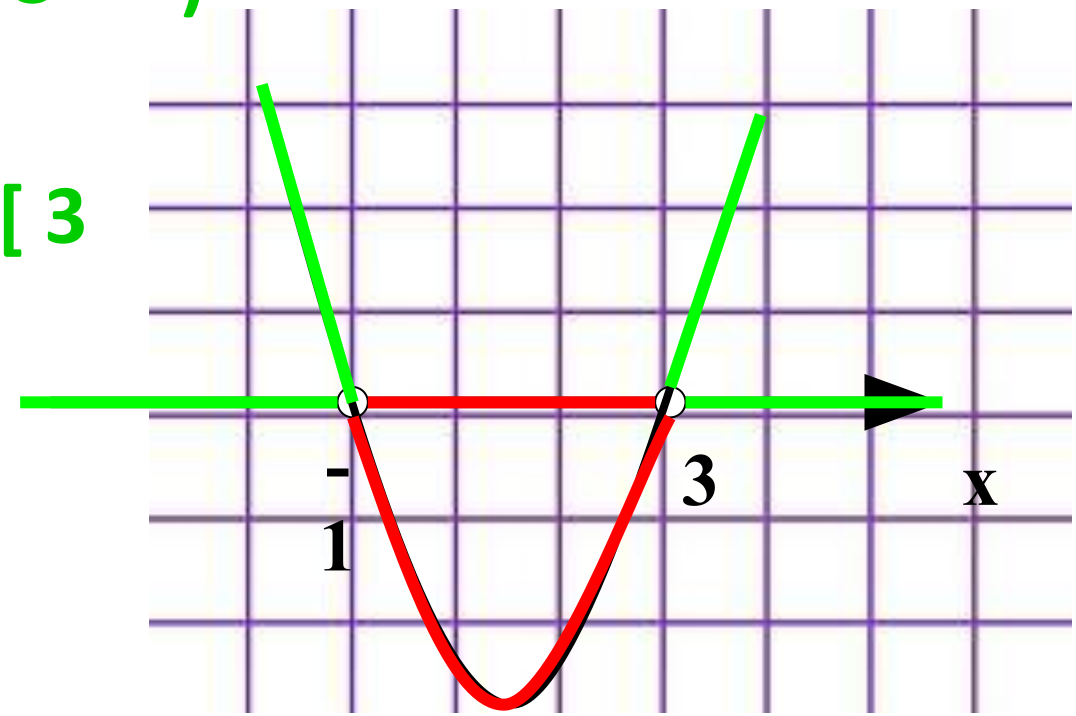
Ответ:(-∞ ; -1] U [3 +∞)

в) $x^2 - 2x - 3 < 0$

Ответ:(-1; 3)

г) $x^2 - 2x - 3 \leq 0$

Ответ:[-1; 3]



Решить неравенство

$-4x^2+2x\geq 0$

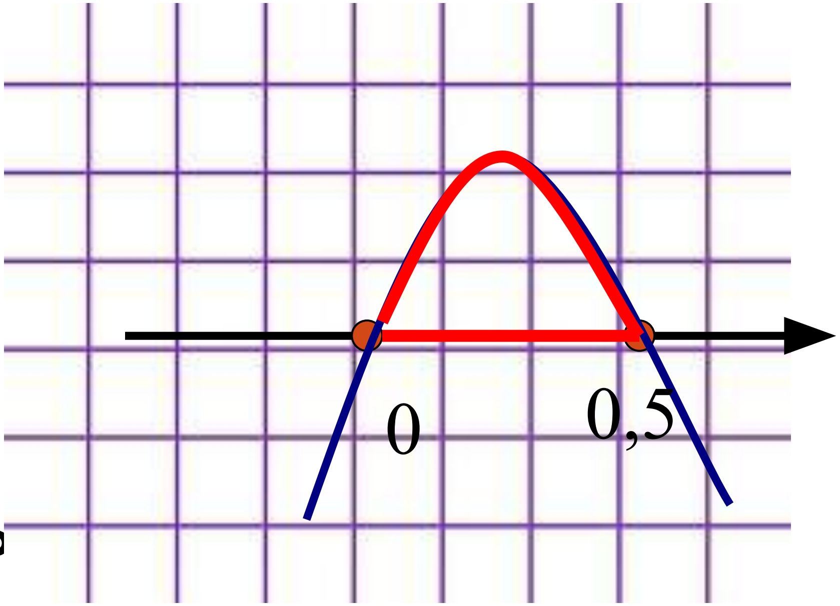
$4x^2-2x \leq 0$

1. $2x(2x-1)=0$

$X_1=0$ $x_2=0{,}5$

2. $a<0$

Ветви направлены вниз



Ответ: [0 ; 0,5]

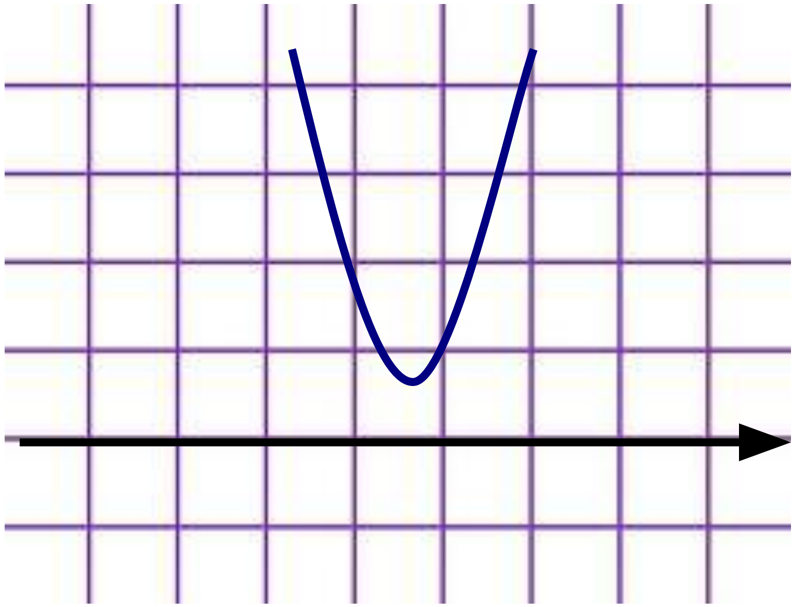
Решить неравенство

1. $x^2 + 4 \geq 0$

$x^2 + 4 = 0$

$x^2 = -4$, корней нет.

$a>0$, ветви параболы направлены вверх



Ответ: $(-\infty ; +\infty)$

2) $x^2 + 4 < 0$

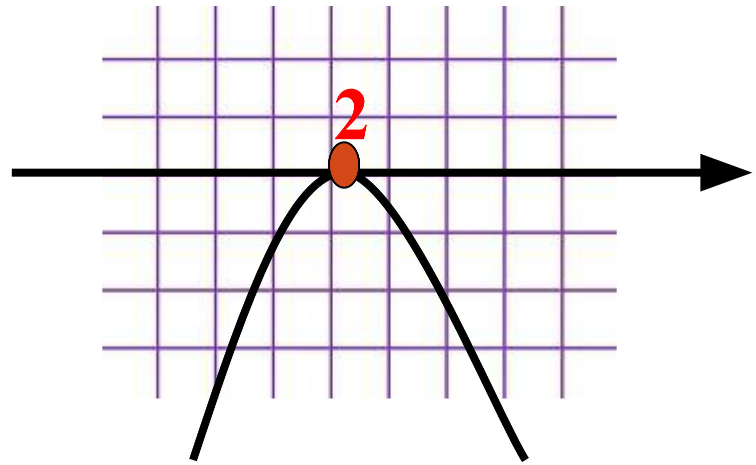
Ответ: $\{\varnothing\}$

Решить неравенство

а) $-(x-2)^2 \geq 0$

$$(x-2)^2 = 0, x = 2$$

а <0, ветви направлены вниз



Ответ: Х =2

б) $-(x-2)^2 > 0$

Ответ: {Ǿ}

в) $-(x-2)^2 < 0$

Ответ:
х≠2

г) $-(x-2)^2 \leq 0$

Ответ:(-∞ ; +∞).

Домашнее задание:

- П. 6, 7. Теория и контрольные вопросы. Разобрать и законспектировать примеры данного пункта.
-
- № 95, 99.