

Рациональные неравенства

Алгебра 9 класс

Неравенства

- Неравенства
 - линейные
 - квадратные
 - рациональные

Линейные неравенства

- *Линейным неравенством с одной переменной x называется неравенство вида $ax + b > 0$, $ax + b < 0$ где $a \neq 0$.*
- *Решение неравенства – значение переменной x , которое обращает неравенство в верное числовое неравенство.*
- *Множество частных решений называют общим решением.*

Пример 1: Являются ли числа 3, -5 решением данного неравенства $4x + 5 < 0$.

● При $x = 3$, $4 \cdot 3 + 5 = 17$, $17 > 0$

Значит $x = 3$ не является решением данного неравенства.

При $x = -5$, $4 \cdot (-5) = -15$, $-15 < 0$

Значит $x = -5$ является решением данного неравенства.

Два неравенства $f(x) < g(x)$ и $r(x) < s(x)$ называют равносильными, если они имеют одинаковые решения.

● **Правила**

(преобразования неравенств, приводящие к равносильным неравенствам):

- 1. Любой член неравенства можно перенести из одной части неравенства в другую с противоположным знаком (не меняя при этом знака неравенства)**

Например: $3x + 5 < 7x$

$$3x + 5 - 7x < 0$$



- **2:** а) обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же **положительное число**, не меняя при этом знака неравенства.

б) если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же **выражение, положительное при любых значениях переменной**, и сохранить знак неравенства, то получится неравенство, равносильное данному.

Например: а) $8x - 12 > 4x^2$ (:4)

$$2x - 3 > x^2$$

б) $(2x + 1)(x^2 + 2) < 0$ (($x^2 + 2$))

$$(2x + 1) < 0$$



3.а) Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же **отрицательное число**, изменив при этом знак неравенства на противоположный ($<$ на $>$, $>$ на $<$).

б) если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же **выражение, отрицательное при всех значениях переменной**, и изменить знак  одного неравенства на противоположный, то получится неравенство, равносильное данному.

Например: а) $-6x^3 + 3x - 15 < 0$ $(: (-3))$
 $2x^3 - x + 5 > 0$

б) $(3x - 4)(-x^2 - 2) > 0$ $(: (-x^2 - 2))$
 $3x - 4 < 0$

Решите неравенство: $5x + 3(2x - 1) > 13x - 1$

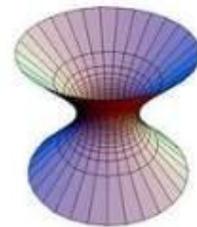
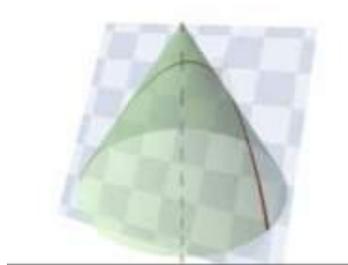
● **Решение:** $5x + 6x - 3 > 13x - 1$
 $5x + 6x - 13x > 3 - 1$
 $-2x > 2 \quad (: (-2))$
 $x < -1$



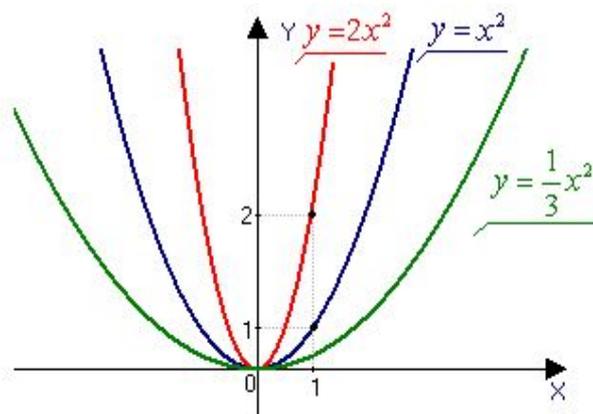
Ответ: $x < -1$ или $(-\infty; -1)$

Квадратные неравенства

● Неравенства вида
 $ax^2 + bx + c > 0$, где $a \neq 0$, a, b, c -
некоторые числа, называются
квадратными.

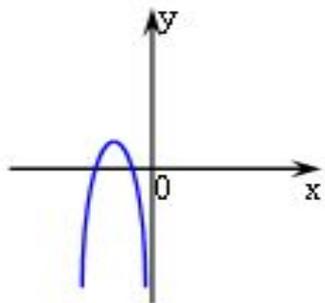


Квадратные неравенства

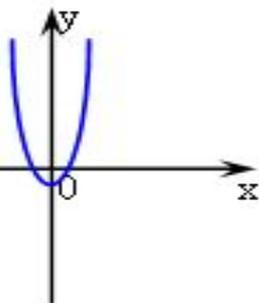


Для каждой из функций, графики которых изображены, определите знаки a и D

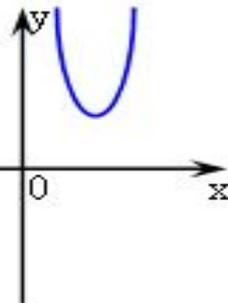
а)



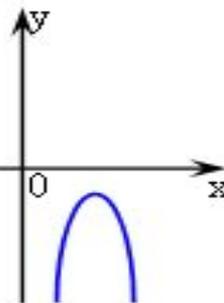
б)



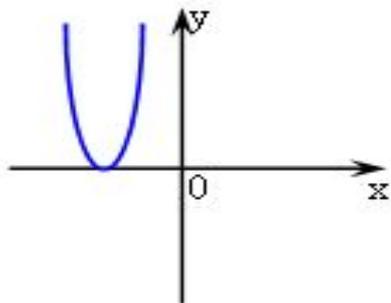
в)



г)



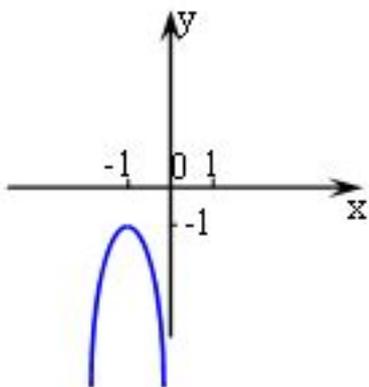
д)



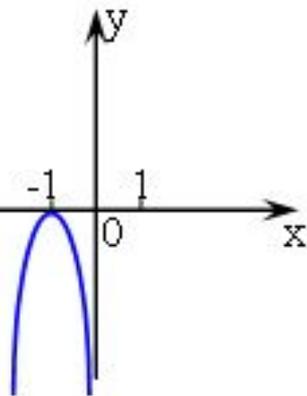
- а) $a < 0$, $D > 0$;
- б) $a > 0$, $D > 0$;
- в) $a > 0$, $D < 0$;
- г) $a < 0$, $D < 0$;
- д) $a > 0$, $D = 0$;

Найдите значения x , при которых $y > 0$, $y < 0$.

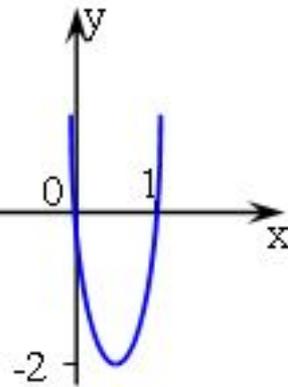
а)



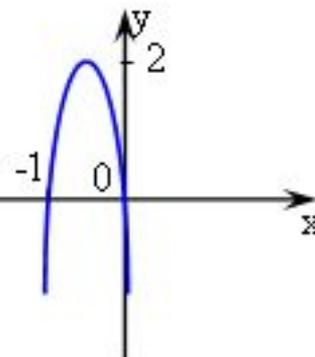
б)



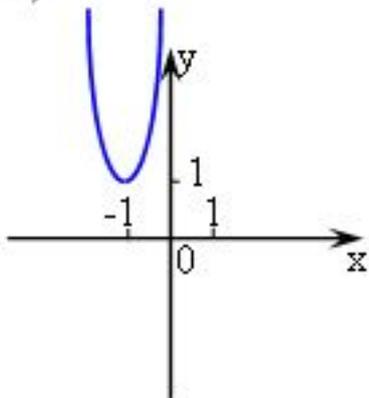
в)



г)



д)



А) $y < 0$ при любом x ($x \in \mathbb{R}$)

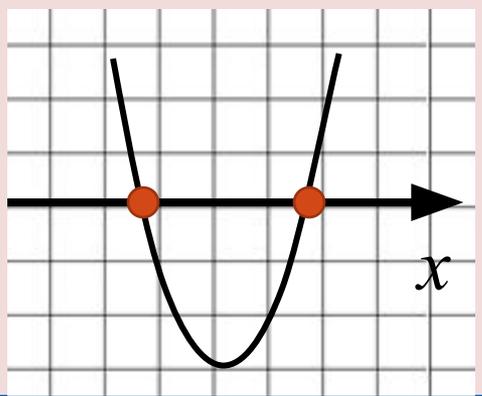
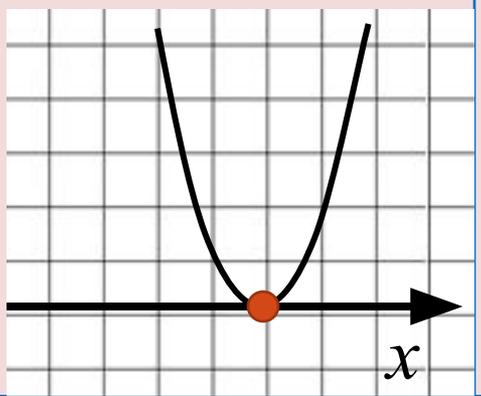
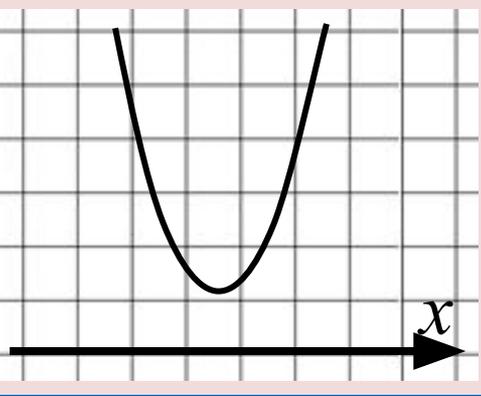
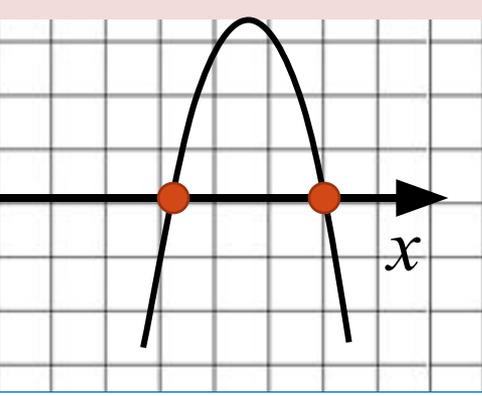
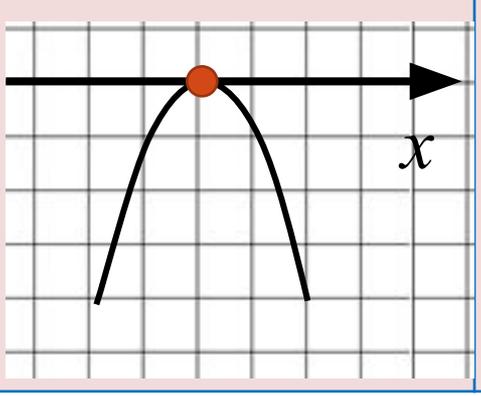
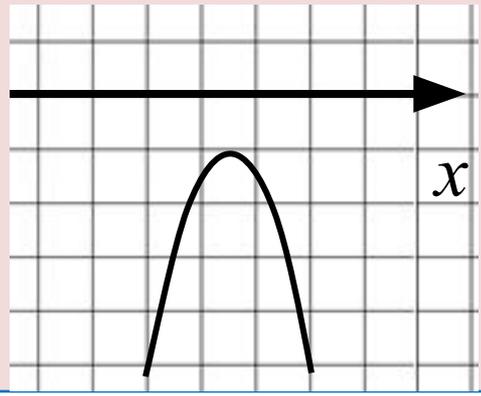
Б) $y < 0$ при $x \neq -1$

В) $y > 0$ при $x < 0$ и при $x > 1$, $y < 0$ при $0 < x < 1$

Г) $y < 0$ при $x < -1$ и при $x > 0$, $y > 0$ при $-1 < x < 0$

д) $y > 0$ при любом x ($x \in \mathbb{R}$)

Расположение графика квадратичной $y=ax^2+bx+c$ относительно оси абсцисс в зависимости от функции дискриминанта и коэффициента a

	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$a > 0$	 <p>A coordinate system with a grid. A parabola opens upwards, intersecting the x-axis at two points marked with orange dots. The x-axis is labeled 'x'.</p>	 <p>A coordinate system with a grid. A parabola opens upwards, touching the x-axis at one point marked with an orange dot. The x-axis is labeled 'x'.</p>	 <p>A coordinate system with a grid. A parabola opens upwards, entirely above the x-axis. The x-axis is labeled 'x'.</p>
$a < 0$	 <p>A coordinate system with a grid. A parabola opens downwards, intersecting the x-axis at two points marked with orange dots. The x-axis is labeled 'x'.</p>	 <p>A coordinate system with a grid. A parabola opens downwards, touching the x-axis at one point marked with an orange dot. The x-axis is labeled 'x'.</p>	 <p>A coordinate system with a grid. A parabola opens downwards, entirely below the x-axis. The x-axis is labeled 'x'.</p>

Построим график функции

1. Координат вершины параболы $x_0 = -\frac{1}{2}, y_0 = -6\frac{1}{4}$

2. Нули функции $x_1 = -3, x_2 = 2$

$y=0$ при $x=-3$ и $x=2$, т.к.

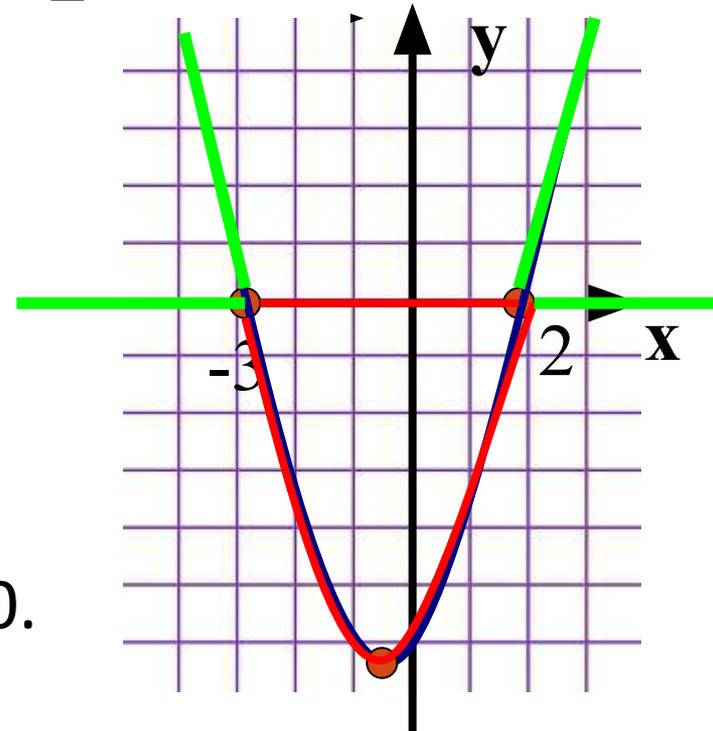
при $x = -3$ и $x = 2$ $x^2+x-6=0$.

3. $y < 0$ при $-3 < x < 2$, т.к.

при $-3 < x < 2$ $x^2+x-6 < 0$.

$y > 0$ при $x < -3$ и $x > 2$

при $x < -3$ и $x > 2$ $x^2+x-6 > 0$.



определение

**Неравенства вида $ax^2+bx+c \geq 0$,
 $ax^2+bx+c > 0$ или $ax^2+bx+c \leq 0$,
 $ax^2+bx+c < 0$, где $a \neq 0$, называют
квадратными неравенствами**

Рассмотреть функцию $y=ax^2 + bx + c$

- 1. Найти нули функции (решить уравнение**
- 2. Определить направление ветвей параболы**
- 3. Схематично построить график функции.**
- 4. Учитывая знак неравенства, выписать ответ.**

Решить неравенство

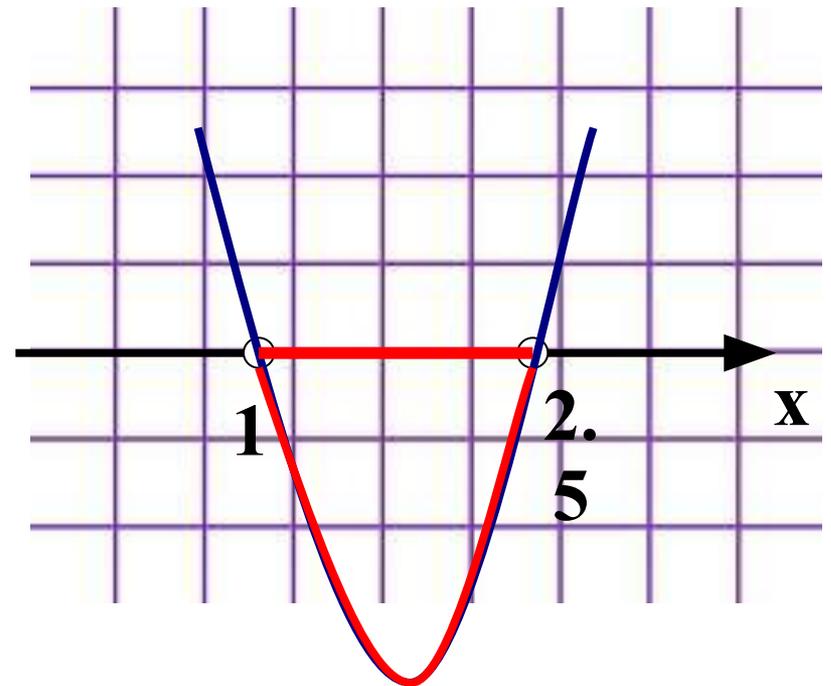
1. $2x^2 - 7x + 5 < 0$

$$D = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5 = 9$$

$$x_1 = 1, x_2 = 2.5$$

2. $a > 0$,

ветви параболы
направлены вверх



Ответ: (1; 2,5)

Решите неравенство

а) $x^2 - 2x - 3 > 0$

Ответ: $(-\infty ; -1) \cup (3 + \infty)$

б) $x^2 - 2x - 3 \geq 0$

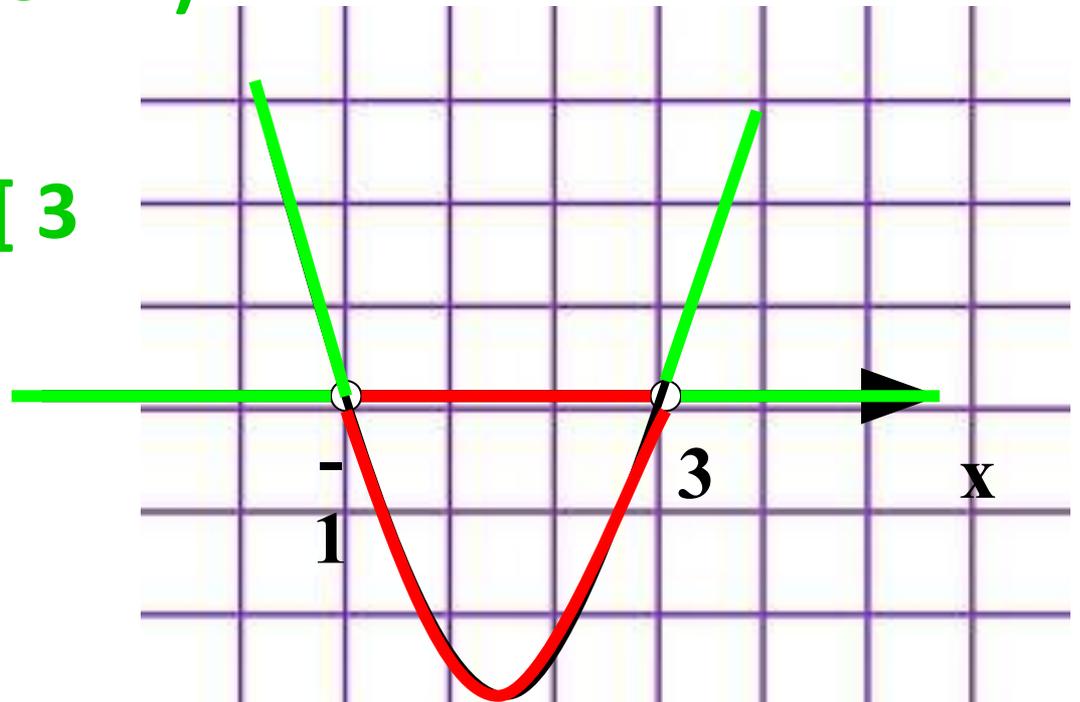
Ответ: $(-\infty ; -1] \cup [3$

в) $x^2 - 2x - 3 < 0$

Ответ: $(-1; 3$

г) $x^2 - 2x - 3 \leq 0$

Ответ: $[-1; 3]$



Решить неравенство

$$-4x^2 + 2x \geq 0$$

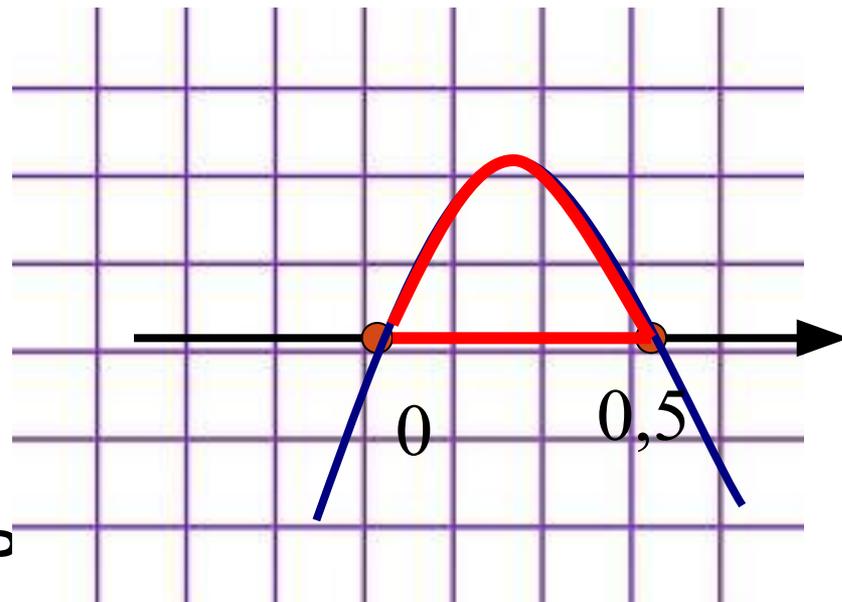
$$4x^2 - 2x \leq 0$$

$$1. \quad 2x(2x - 1) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 0,5$$

$$2. \quad a < 0$$

Ветви направлены
вниз



Ответ: [0 ; 0,5]

Решить неравенство

1. $x^2 + 4 \geq 0$

$$x^2 + 4 = 0$$

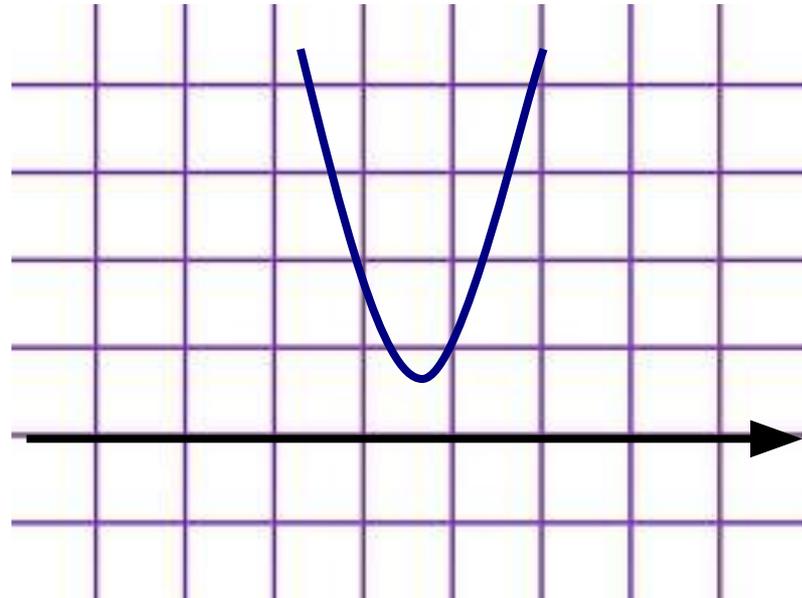
$x^2 = -4$, корней нет.

$a > 0$, ветви параболы
направлены вверх

Ответ: $(-\infty ; +\infty)$

2) $x^2 + 4 < 0$

Ответ: $\{\emptyset\}$



Решить неравенство

$$\text{а) } -(x - 2)^2 \geq 0$$

$$(x - 2)^2 = 0, x = 2$$

$a < 0$, ветви направлены вниз

Ответ: $x = 2$

$$\text{б) } -(x - 2)^2 > 0$$

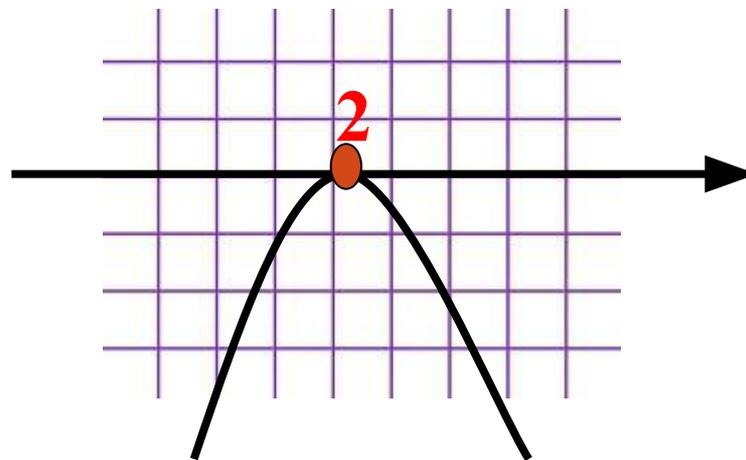
Ответ: $\{\emptyset\}$

$$\text{в) } -(x - 2)^2 < 0$$

Ответ:

$$\text{г) } \cancel{x \neq 2} (x - 2)^2 \leq 0$$

Ответ: $(-\infty ; +\infty)$.



Домашнее задание:

- П. 6, 7. Теория и контрольные вопросы. Разобрать и законспектировать примеры данного пункта.
-
- № 95, 99.