

*Решения систем
линейных уравнений.*

*Метод подстановки и
метод сложения*

7 класс.

**Основными методами решения
систем уравнений считают:**

Метод подстановки

Метод алгебраического сложения

*Графический метод решения систем
уравнений*

*Повторим решение систем уравнений
методом подстановки.*

Этапы решения

Пример

1. С помощью какого-либо из уравнений выразить одно неизвестное через другое.

$$\begin{cases} 2x - y = 4, \\ x + 3y = 9; \end{cases}$$

Из первого уравнения
 $y = 2x - 4$

2. Подставить найденное выражение в другое уравнение системы: решить получившееся уравнение с одним неизвестным.

$$\begin{aligned} x + 3(2x - 4) &= 9; \\ x + 6x - 12 &= 9; \\ 7x &= 21; \quad x = 3. \end{aligned}$$

Далее :

<i>Этапы решения</i>	<i>Пример</i>
3. Подставить найденное значение одного неизвестного в выражение для другого неизвестного.	$x = 3, \quad \text{тогда}$ $y = 2x - 4 = 2 \cdot 3 - 4 = 2.$
4. Записать ответ.	Ответ: (3; 2)

Решить систему уравнений способом подстановки

$$\begin{cases} 3x + 2y = 27, \\ x + 5y = 35. \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + 2y = 27, \\ x = 35 - 5y. \end{cases} \quad \begin{cases} 3(35 - 5y) + 2y = 27, \\ x = 35 - 5y. \end{cases}$$

Решение. 1) Из второго уравнения $x = 35 - 5y$
подставим в первое уравнение;
2) Решим его, при этом второе уравнение пока
переписываем.

$$\begin{cases} 105 - 15y + 2y = 27, \\ x = 35 - 5y. \end{cases} \quad \begin{cases} -13y = 27 - 105, \\ x = 35 - 5y. \end{cases} \quad \begin{cases} -13y = -78, \\ x = 35 - 5y. \end{cases} \quad \begin{cases} y = 6, \\ x = 35 - 5y. \end{cases}$$

3) Теперь y подставим во второе уравнение .

$$\begin{cases} y = 6, \\ x = 35 - 5 \cdot 6. \end{cases} \quad \begin{cases} y = 6, \\ x = 5. \end{cases}$$

Ответ: (5; 6)

Решить систему способом подстановки

Если же нужно решить систему у которой Коэффициенты, например при x одинаковые.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 10, \\ 2x + 5y = -6; \end{cases}$$

1) Из первого уравнения

2) $2x = 10 + 3y$ подставим во второе уравнение:

$$10 + 3y + 5y = -6;$$

$$8y = -16; \quad y = -2.$$

$$\begin{aligned} 3) \quad y = -2, \quad 2x = 10 + 3 \cdot (-2) = \\ = 4; \quad x = 2. \end{aligned}$$

Ответ: (2; -2) Такие системы можно решить другим способом – способом сложения.

Метод алгебраического сложения

Пример №1

Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 7x - 2y = 27, \\ 5x + 2y = 33. \end{cases}$$

Предположим, что x и y – это такие числа, при которых оба равенства этой системы верны, т. е. $(x; y)$ – решение данной системы.

Сложим эти равенства. Тогда снова получим верное равенство, так как к равным числам прибавляются равные числа:

$$+\begin{cases} 7x - 2y = 27, \\ 5x + 2y = 33. \end{cases}$$

$$12x = 60, \quad \text{откуда } x = 5.$$

Подставим $x = 5$ в одно из уравнений данной системы, например в первое:

$$7 \cdot 5 - 2y = 27, \quad 35 - 2y = 27, \quad -2y = -8, \quad y = 4.$$

Итак, если данная система имеет решение, то этим решением может быть только пара чисел:
 $x = 5, \quad y = 4.$

Ответ: (5; 4)

Пример №2

Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 5x + 3y = 29, \\ 5x - 4y = 8. \end{cases}$$

Видим что коэффициенты при x одинаковые . Можно умножить одно из них на (-1) , а можно вычесть из первого уравнения второе:

$$\begin{array}{r} - \begin{cases} 5x + 3y = 29, \\ 5x - 4y = 8. \end{cases} \\ \hline 7y = 21, \end{array} \quad \text{откуда } y = 3.$$

Подставим $y = 3$ в первое уравнение системы:

$$5x + 3 \cdot 3 = 29, \quad 5x + 9 = 29, \quad 5x = 20, \quad x = 4.$$

Ответ: (4; 3)

Рассмотренный способ решения систем уравнений называется способом *алгебраического сложения*.

Для исключения одного из неизвестных нужно выполнить сложение или вычитание левых и правых частей уравнений системы.

Способ алгебраического сложения оказывается удобным для решения системы в том случае, когда у обоих линейных уравнений коэффициенты при каком-нибудь неизвестном одинаковы или отличаются только знаком.

Метод алгебраического сложения

Этапы решения

1. Сложить почленно уравнения системы, предварительно умножив каждое из них на подходящее число так, чтобы после этого получилось одно уравнение с одним неизвестным.

2. Найти корень этого уравнения, то есть найти значение одного из неизвестных системы.

Пример

$$\begin{cases} 4x + 5y = 19 & | \cdot 4 \\ 7x - 4y = -5 & | \cdot 5 \end{cases} \\ + \begin{cases} 16x + 20y = 76 \\ 35x - 20y = -25 \end{cases}$$

$$51x = 51$$

$$x = 1$$

Метод алгебраического сложения

Этапы решения

Пример

3. Подставить найденное значение одного из неизвестных в любое из уравнений системы: в результате снова получится уравнение с одним неизвестным.

$$\begin{cases} 4x + 5y = 19 \\ 7x - 4y = -5 \end{cases}$$

Подстановка в первое уравнение даёт:
 $4 \cdot 1 + 5y = 19$

4. Решить это уравнение, то есть найти значение второго неизвестного.

$$5y = 15, \quad y = 3$$

5. Записать ответ

Ответ: (1; 3)

Пример №3. Если коэффициенты разные, то можно их уравнивать умножением всего уравнения на число. Первое умножаем на 3, второе на (-2), чтобы получить противоположные коэффициенты.

Образец оформления решения:

Решить систему методом алгебраического сложения:

Решение:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 6, \\ 5x + 3y = 11; \end{cases} \begin{array}{l} \times 3 \\ \times (-2) \end{array} \Rightarrow \begin{cases} 9x + 6y = 18, \\ -10x + (-6y) = -22; \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 9x + 6y = 18, \\ -x = -4; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9x + 6y = 18, \\ x = 4; \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 9 \cdot 4 + 6y = 18, \\ x = 4; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6y = 18 - 36, \\ x = 4; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -3, \\ x = 4. \end{cases}$$

Ответ: (4; -3)

Задание на дом.

Самостоятельная работа

1 вариант

2 вариант

1. Решите систему уравнений способом подстановки:

$$\begin{cases} x - y = 4, \\ 3x + 2y = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = -10, \\ 2x + 3y = 15; \end{cases}$$

2. Решить способом алгебраического сложения системы уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} 5x + 2y = 2, \\ 3x - y = 10; \end{cases}$$

$$\text{а) } \begin{cases} 4x + 3y = 11, \\ 2x - y = 13; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 6m + 5n = 1, \\ 2m - 7n = 9. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 4m - 5n = 1, \\ 2m - 3n = 2. \end{cases}$$