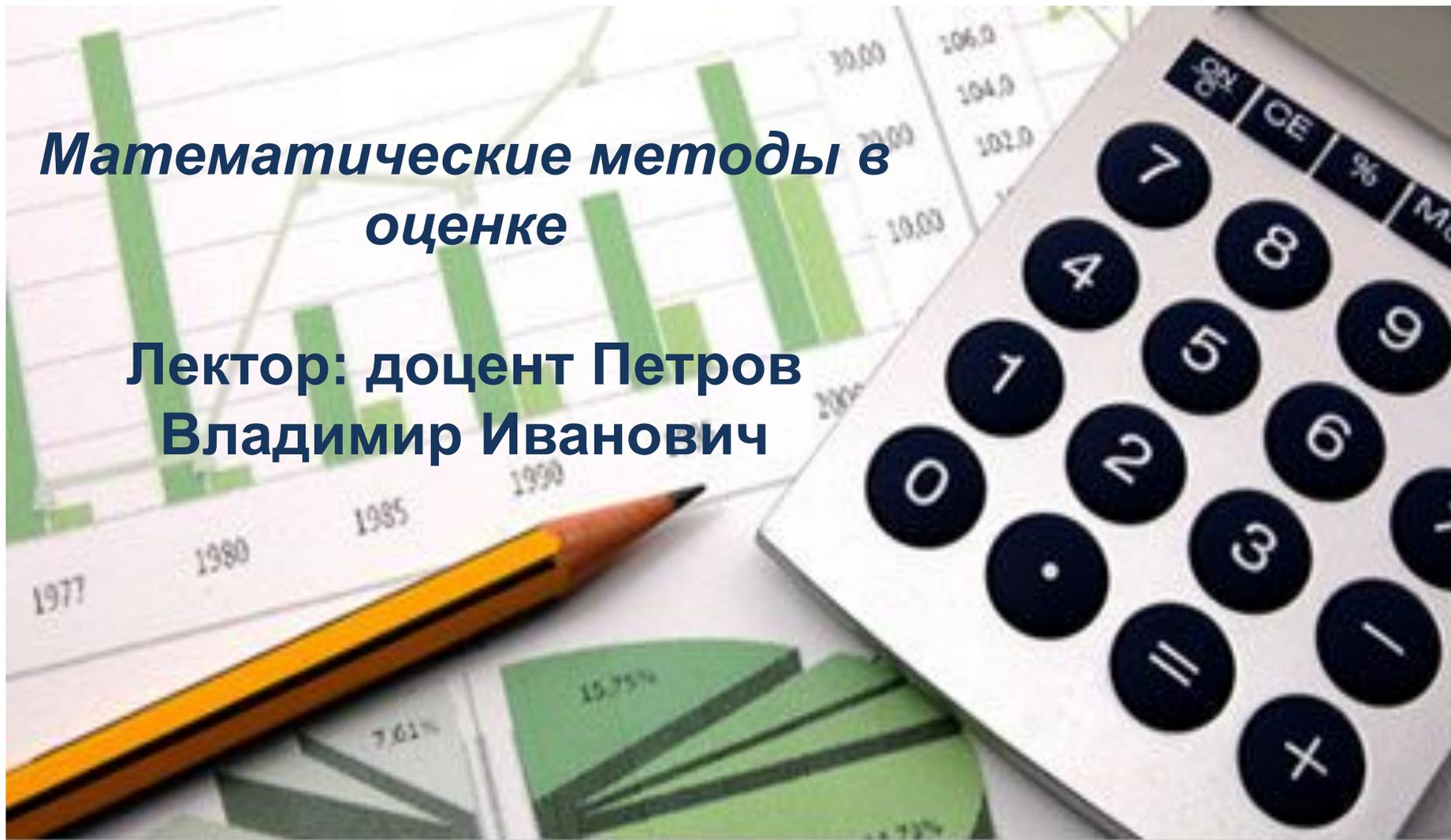


ИНСТИТУТ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Математические методы в оценке

**Лектор: доцент Петров
Владимир Иванович**



Основные понятия финансовых расчётов

- *Процентная ставка (i)* – это отношение величины дохода (начисленных процентов), полученного за определённый период к величине денежного капитала, предоставленного в кредит.

При начислении процентов, чаще, чем раз в год, необходимо скорректировать процентную ставку (годовую) и число периодов начисления процентов.

- Процентная ставка (i) =
$$\frac{\text{годовая процентная ставка}}{\text{количество начислений в год}}$$

- *Период начисления* – промежуток времени, через который начисляют проценты (год, полугодие, квартал, месяц, день).
- *Денежный поток* – поступления денежных сумм или платежи, возникающие в определённой хронологической последовательности. Денежный поток, в котором все суммы равны по величине и, возникают через одинаковые промежутки времени, называют *аннуитетом*. Различают *обычный аннуитет*, когда равновеликие денежные суммы возникают в конце периода и *авансовый аннуитет*, когда платежи или поступления денежных средств имеют место в начале периода.

В зависимости от способа начисления различают простые и сложные проценты. При начислении *простых процентов* процентная ставка применяется только к начальной сумме на протяжении всего срока расчёта. *Сложный процент* предполагает начисление процентов не только на первоначальную сумму, но и на ранее рассчитанные и невыплаченные проценты. Это означает капитализацию начисляемых процентов, т.е. их присоединение к первоначальной сумме.

Первая функция сложного процента называется **будущая стоимость денежной единицы (накопленная сумма денежной единицы).**

Данная функция позволяет определить будущую стоимость первоначальной денежной суммы исходя из предполагаемой ставки процента, срока накопления и периодичности начисления процентов. Под будущей стоимостью понимается первоначальная денежная сумма (текущая стоимость) вместе с начисленными на неё процентами к концу срока накопления.

Расчёт будущей стоимости осуществляется по следующей формуле:

$$FV = (1 + i)^t \times S_0$$

где:

FV – будущая стоимость (future value) первоначальной денежной суммы;

S_0 - первоначальная денежная сумма;

i - процентная ставка;

t - число периодов начисления.

Периодичность начисления процентов

Периодичность начисления процентов оказывает большое влияние на величину будущей стоимости. Например, если вклад в сумме 1000 рублей положить на два года в банк, начисляющий ежегодно 24% , то в зависимости от периодичности начисления процентов будущая стоимость составит:

- ***а) ежегодное начисление процентов***

$$FV_{24\%} = 1000 \times (1+0,24)^2 = 1000 \times 1,5376 = 1537,6$$

- ***б) полугодовое начисление процентов***

$$FV_{12\%} = 1000 \times (1+0,12)^4 = 1000 \times 1,57352 = 1573,52$$

- ***в) ежеквартальное начисление процентов***

$$FV_{6\%} = 1000 \times (1+0,06)^8 = 1000 \times 1,59385 = 1593,85$$

- ***г) ежемесячное начисление процентов***

$$FV_{2\%} = 1000 \times (1+0,02)^{24} = 1000 \times 1,60844 = 1608,44$$

- Таким образом, чем чаще начисляются проценты, тем больше накопленная денежная сумма.

Пример расчёта будущей стоимости денежной единицы

Рассчитать сумму процентов, начисленных на вклад в 12 000 рублей, вложенный под 22% годовых, через 2,5 года при полугодовом начислении процентов.

Решение

11%

$$FV = 12\,000 \times 1,68506 = 20\,220,72 \text{ рублей.}$$

5

$$\text{Сумма процентов} = 20\,220,72 - 12\,000 = 8\,220,72 \text{ рублей.}$$

Коэффициент 1,68506 мы взяли из таблицы ежегодного начисления процентов: ставка 11%, число периодов начисления 5, колонка №1.

*Вторая функция сложного процента называется **текущая стоимость денежной единицы.***

Данная функция позволяет определить текущую (приведённую) стоимость денежной суммы, величина которой известна в будущем при заданном периоде и процентной ставке. Таким образом, это процесс обратный начислению сложного процента, который называется дисконтированием.

Дисконтирование – это приведение будущих денежных поступлений или платежей в сопоставимый вид на сегодняшний день.

Формула расчёта текущей стоимости денежной единицы является обратной по отношению к начислению сложного процента:

$$PV = \frac{1}{(1 + i)^t} \times S_n$$

где:

PV – текущая стоимость (present value) денежной суммы известной в будущем;

S_n - денежная сумма известная в будущем.

Пример расчёта текущей стоимости денежной единицы

- Рассчитать текущую стоимость перепродажи участка земли со строениями, если через три года предполагается продать его за 120 000 рублей. Ставка дисконтирования 10%.

Решение

$$PV = 120000 \times \frac{1}{(1 + 0,1)^3} = 120000 \times 0,75131 = 90\,157,2 \text{ руб.}$$

- Коэффициент 0,75131 мы взяли из таблицы ежегодного начисления процентов: ставка 10%, число периодов начисления 3, колонка №4.

Третья функция сложного процента называется **текущая стоимость аннуитета**

Данная функция даёт возможность определить текущую стоимость определённого количества будущих равновеликих поступлений или платежей, дисконтированных по заданной процентной ставке.

Расчёт коэффициента текущей стоимости аннуитета осуществляется по следующей формуле:

$$PVA = \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^t}}{i} \times PMT$$

PMT – равновеликий платёж или поступление денежных средств.

Коэффициент текущей стоимости аннуитета находится в колонке №5 таблицы сложных процентов.

Пример расчёта текущей стоимости аннуитета

Фирма приобрела земельный участок для парковки автомобилей. Фирма планирует сдать его в аренду за 3000 долларов годовой арендной платы. Какова текущая стоимость доходов от аренды за 5 лет при ставке дисконтирования 10%?

Решение

$$PVA = 3\,000 \times \frac{1 - \frac{1}{(1 + 0,1)^5}}{0,1} = 3000 \times 3,79079 = 11372,37$$

дол.
5

Коэффициент 3,79079 мы взяли из таблицы сложных процентов ежегодное начисление, ставка 10%, число периодов начисления 5, колонка №5.

Четвёртая функция сложного процента называется
периодический взнос в погашение кредита (взнос на
амортизацию денежной единицы)

Эта функция позволяет определить будущую стоимость периодических равновеликих платежей в погашение известной величины кредита при определённом проценте, начисляемом на уменьшающийся остаток кредита. Этот коэффициент является обратным по отношению к коэффициенту текущей стоимости аннуитета. Расчёт коэффициента периодического взноса в погашение кредита осуществляется по следующей формуле:

$$PMT = \frac{i}{1 - \frac{1}{(1+i)^t}} \times S_0$$

S_0 – известная сумма кредита

Коэффициент периодического взноса в погашение кредита в таблице сложных процентов находится в колонке №6.

Расчёт величины периодического платежа

Объект недвижимости стоимостью 3 000 000 рублей куплен в кредит на 6 лет под 18% годовых. Какова величина полугодового равновеликого взноса в погашение кредита, если процент начисляется каждые полгода?

Решение.

$$\begin{aligned} \text{PMT} &= 3000000 \times \frac{0,09}{1 - \frac{1}{(1 + 0,09)^{12}}} = 3000000 \times 0,13965 = \\ &= 418950,0 \end{aligned}$$

Коэффициент 0,13965 мы взяли из таблицы сложных процентов ежегодное начисление, ставка 9%, число периодов начисления 12, колонка №6.

Пятая функция сложного процента называется будущая стоимость аннуитета

Данная функция позволяет определить будущую стоимость периодических равновеликих взносов при известной величине взноса, процентной ставки и числе периодов.

Расчёт будущей стоимости аннуитета осуществляется по следующей формуле:

$$FVA = \frac{(1 + i)^t - 1}{i} \times PMT$$

Коэффициент будущей стоимости аннуитета находится в таблице сложных процентов колонка №2

Пример расчёта будущей стоимости аннуитета

Коммерческая фирма приняла решение о создании денежного фонда для покупки помещения. С этой целью в течение пяти лет в конце каждого года в банк будет вноситься 15 000 рублей под 12% годовых. Какую величину составит денежный фонд через 5 лет?

Решение

$$\begin{aligned} FVA_5^{12\%} &= 150000 \times \frac{(1 + 0,12)^5 - 1}{0,12} = 15\ 000 \times 6,352847 = \\ &= 95292,71 \end{aligned}$$

Шестая функция сложного процента называется **периодический взнос в фонд накопления** (фактор фонда возмещения)

Данная функция позволяет рассчитать величину периодических равновеликих взносов, необходимых для накопления определённой будущей стоимости, при известных процентной ставке и числе периодов. Эта функция является обратной по отношению к функции будущая стоимость аннуитета.

Формула расчёта периодического взноса в фонд накопления имеет следующий вид:

$$\frac{PMT}{FVA} = \frac{i}{(1+i)^t - 1} \times S_n$$

Коэффициент периодического взноса в фонд накопления находится в колонке №3 таблицы сложных процентов

Расчёт периодического взноса в фонд накопления

Какую сумму необходимо ежеквартально откладывать под 24% годовых, начисляемых ежеквартально, чтобы купить гараж за 500 000 рублей через 3 года?

$$\frac{PMT^{6\%}}{FVA_{12}} = \frac{\text{Решение } 0,06}{(1 + 0,06)^{12} - 1} \times 500000 =$$

$$= 500\,000 \times 0,05928 = 29\,640,0 \text{ рублей.}$$

Коэффициент 0,05928 мы взяли из таблицы сложных процентов ежегодное начисление, ставка 6%, число периодов начисления 12, колонка №3

Ежемесячное начисление процентов

Достаточно ли положить на депозитный счёт в банк 200 000 рублей для приобретения через 4 года помещения стоимостью 300 000 рублей? Банк ежемесячно начисляет проценты по годовой ставке 10%. Решить задачу двумя способами.

Решение

$$FV = 200000 \times 1,4894 = 297\ 880 \text{ руб.}$$

$$PV = 300000 \times 0,67143 = 201\ 429 \text{ руб.}$$

Задача

Коттедж стоимостью 400 000 рублей куплен в кредит на 10 лет. Какова величина полугодового равновеликого взноса в погашение кредита, если каждые полгода начисляется процент из расчёта 20% годовых?

Решение.

$$PMT_{20}^{10\%} = \frac{0,1}{1 - \frac{1}{(1 + 0,1)^{20}}} \times 400000 = 0,11746 \times 400000 = 46984$$