ОСНОВЫ ТЕОРИИ НАПРЯЖЕННОГО И ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЙ

(продолжение)

Закон Гука. Упругие характеристики изотропного тела

Деформации материала конструкции в каждой точке прямо пропорциональны напряжениям в этой точке:

$$\sigma = E\varepsilon,$$

$$\tau = G\gamma$$

Модуль продольной упругости E (модуль Юнга) характеризует способность материала сопротивляться растяжению.

Модуль сдвига G определяет способность материала сопротивляться изменению формы при сохранении его объёма.

Коэффициент Пуассона μ

$$\mu = \frac{\varepsilon_{попер}}{\varepsilon_{прод}}$$

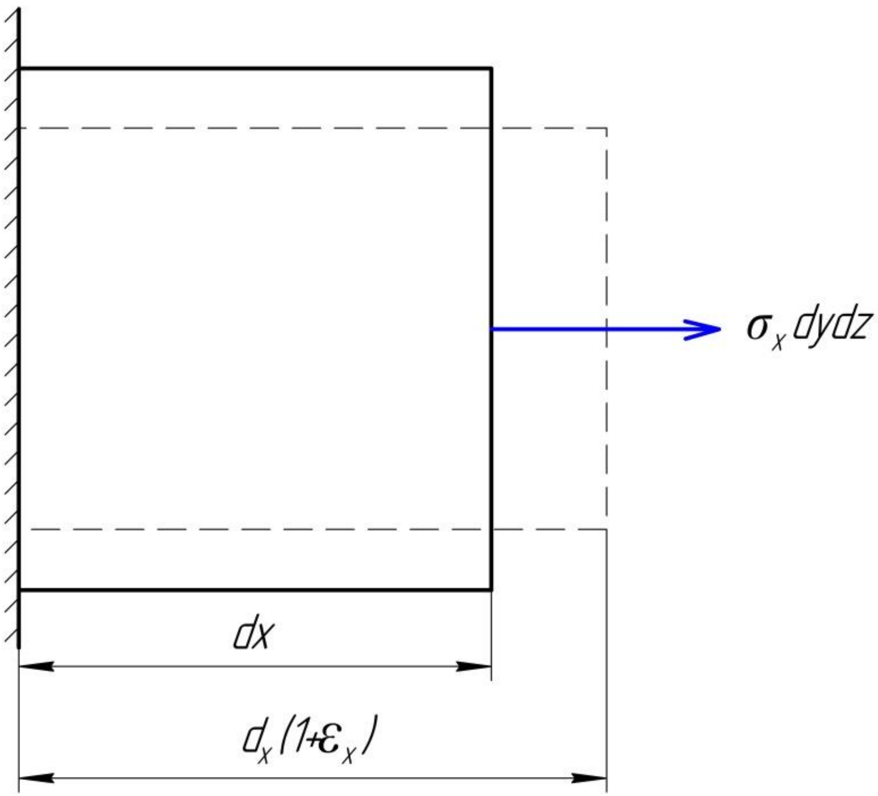
$$G = \frac{E}{2(1+\mu)};$$

Обобщенный закон Гука для изотропного материала

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \dfrac{1}{E}\left[\sigma_x - \mu\left(\sigma_y + \sigma_z\right)\right] \\ \varepsilon_y = \dfrac{1}{E}\left[\sigma_y - \mu\left(\sigma_x + \sigma_z\right)\right] \\ \varepsilon_z = \dfrac{1}{E}\left[\sigma_z - \mu\left(\sigma_y + \sigma_x\right)\right] \end{cases}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}; \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}; \quad \gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G}$$

Потенциальная энергия упругой деформации



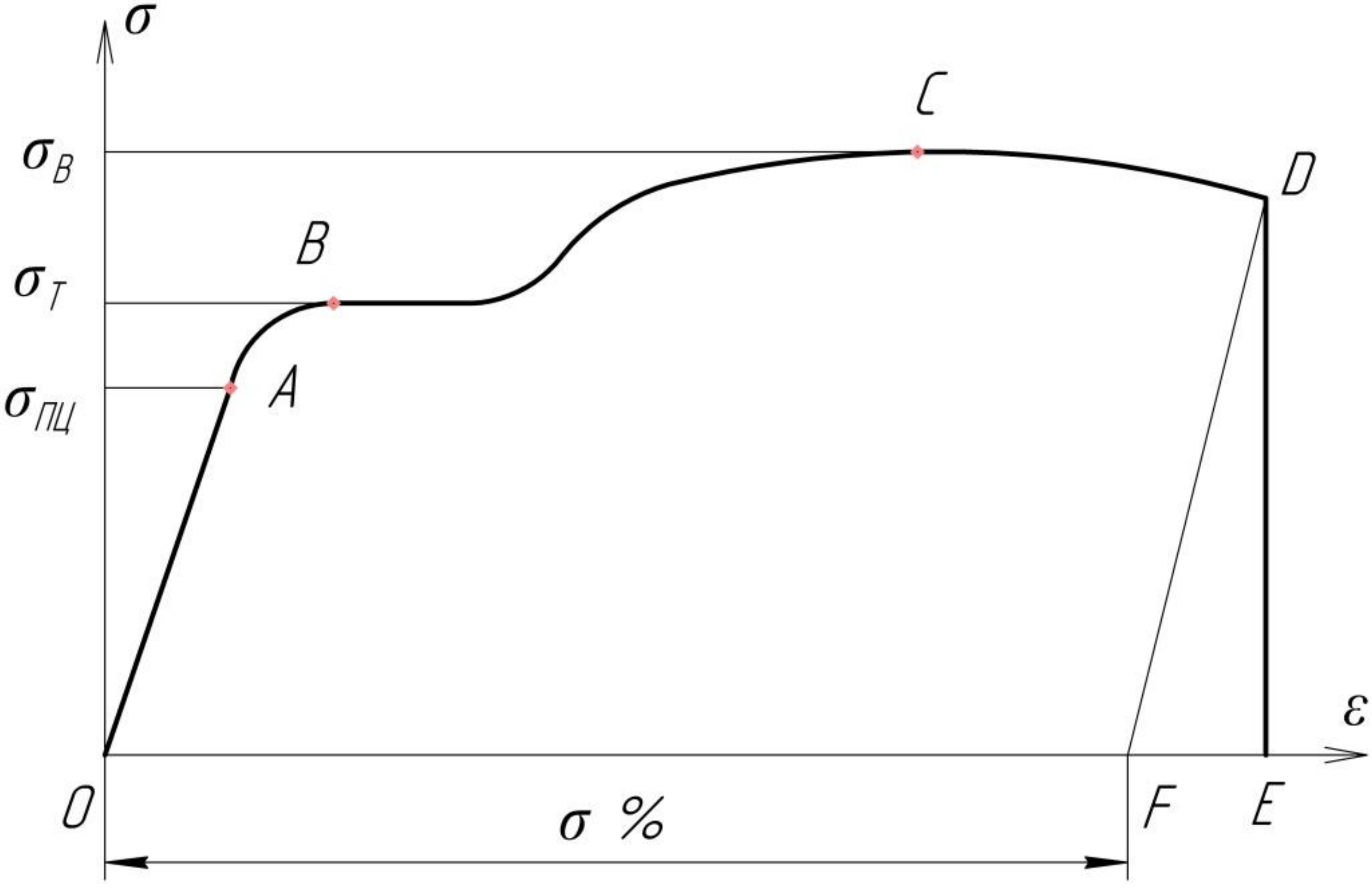
Удельная потенциальная энергия деформации, Ф имеет смысл потенциальной энергии, накопленной в единице объема тела.

$$\Phi = 0{,}5(\sigma_x\varepsilon_x + \sigma_y\varepsilon_y + \sigma_z\varepsilon_z).$$

В общем случае:

$$\Phi = 0{,}5(\sigma_x\varepsilon_x + \sigma_y\varepsilon_y + \sigma_z\varepsilon_z + \tau_{xy}\gamma_{xy} + \tau_{xz}\gamma_{xz} + \tau_{yz}\gamma_{yz}).$$

Условия пластичности и разрушения материалов



Наибольшее напряжение, при котором сохраняется пропорциональная зависимость между напряжениями и деформациями называется ***пределом пропорциональности*** $\boldsymbol{\sigma_{пц}}$.

Напряжение, при котором начинает развиваться пластическая деформация, называется ***пределом текучести*** $\boldsymbol{\sigma_{T}}$

Напряжение, выше которого происходит разрушение материала, называется ***пределом прочности*** $\boldsymbol{\sigma_{в}}$**.**

Предельные условия перехода в пластическое состояние и разрушение

При одноосном растяжении $\sigma_1 = \sigma_T; \ \sigma_1 = \sigma_в$

Условие прочности $\sigma_{1\max} \leq [\sigma]$

Если для любого сложного напряжённого состояния можно найти ему равноопасное одноосное напряжённое состояние, осуществляемое некоторым *эквивалентным напряжением* $\sigma_{экв} = f\ (\sigma_1, \ \sigma_2, \ \sigma_3)$, являющимся комбинацией главных напряжений, то

предельные условия при сложном напряжённом состоянии

$$\sigma_{экв} = \sigma_T; \ \sigma_{экв} = \sigma_в,$$

условие прочности $\sigma_{ЭКВ\max} \leq [\sigma]$.

Условие пластичности Сен-Венана: свойство пластичности материала при сложном напряжённом состоянии начинает проявляться тогда, когда максимальное касательное напряжение достигает некоторого предельного постоянного значения:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = k,$$

условие прочности: $\sigma_{\text{экв}} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma].$

Условие пластичности Мизеса: материал переходит в пластическое состояние тогда, когда октаэдрическое касательное напряжение достигает некоторого предельного постоянного значения:

$$\tau_{окт} = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \tau_{\max} = k,$$

$$\sigma_{экв} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \sigma_T$$

Теории прочности

Если в материале происходит качественное изменение свойств - переход от одного механического состояния к другому, наступает ***предельное*** *или* ***опасное*** напряженное состояние.

При расчете на прочность ориентируются на так называемое ***допускаемое*** состояние, которое соответствует нагрузке, полученной путем деления предельной нагрузки, на некоторый коэффициент запаса прочности.

Если в двух напряженных состояниях коэффициенты запаса равны, то они называются ***равноопасными.***

Эквивалентное напряжение $\sigma_{экв}$ - это такое напряжение, которое следует создать в растянутом образце, чтобы его напряженное состояние было равноопасно заданному напряженному состоянию.

Первая теория прочности — теория наибольших нормальных напряжений.

В первой теории прочности за критерий перехода материала в предельное состояние принимается *наибольшее нормальное напряжение*.

Условие прочности имеет вид:

$$\sigma_{экв}^{I} \le [\sigma]$$

где $\sigma_{экв}^{I} = \sigma_1$, если $\sigma_1 \ge |\sigma_3|$

Вторая теория прочности - теория наибольших относительных удлинений

Во второй теории прочности за критерий перехода материала в предельное состояние принимается *наибольшая деформация*.

Условие прочности для пластичного материала:

$$|\varepsilon|_{\max} \leq [\varepsilon]$$

где $[\varepsilon] = \dfrac{[\sigma]}{E}$

для хрупкого материала:

$$|\varepsilon|_{\min} \leq [\varepsilon_c] = \frac{[\sigma_c]}{E}$$

,

$$|\varepsilon|_{\max} \leq [\varepsilon_p] = \frac{[\sigma_p]}{E}$$

Третья теория прочности — теория наибольших касательных напряжении

В третьей теории прочности за критерий перехода материала в предельное состояние принимается *наибольшее касательное напряжение*.

Условие прочности имеет вид:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \le [\tau],$$

где

$$[\tau] = \frac{[\sigma]}{2}.$$

Четвертая теория прочности — энергетическая.

Критерий перехода материала в предельное состояние - удельная потенциальная энергия изменения формы

Условие прочности:

$$\Phi \leq [\Phi]$$

где $$[\Phi] = \frac{1+\mu}{3E}[\sigma]$$

Теория прочности Мора

(теория предельных напряженных состояний)

аналитическое выражение условия прочности:

$$\sigma_1 - \sigma_3 \frac{[\sigma_p]}{[\sigma_c]} \le [\sigma_p]$$

Условия прочности по допускаемым напряжениям

Предел текучести для пластичного материала:

$$\sigma_T^{(p)} = \sigma_T^{(c)} = \sigma_T$$

Предел прочности для хрупкого материала:

$$\sigma_в^{(c)} >> \sigma_в^{(p)}$$

$$\sigma_{Tmax} < \sigma_{пред}.$$

Расчетный коэффициент запаса прочности:

$$n = \frac{\sigma_{пред}}{\sigma_{T\max}} > 1$$

Условие прочности: $$n = \frac{\sigma_{пред}}{\sigma_{T\max}} \geq [n]$$

Допускаемое напряжение: $$[\sigma] = \frac{\sigma_{пред}}{[n]}$$